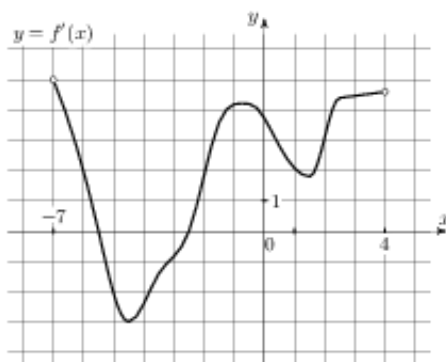


Исследование функции с помощью производной

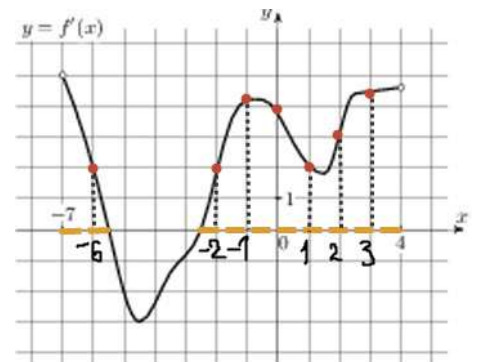
№1. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 4)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Выделим промежутки, где производная положительна, там функция будет возрастать.

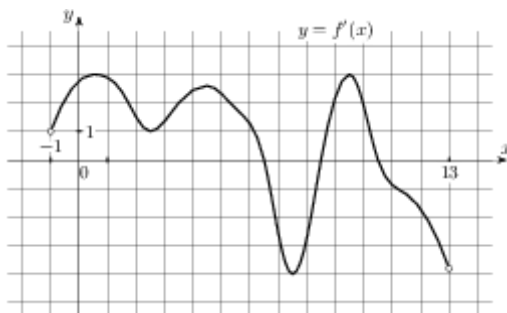
$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow f(x) \nearrow$$

$$-6 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 = -3$$



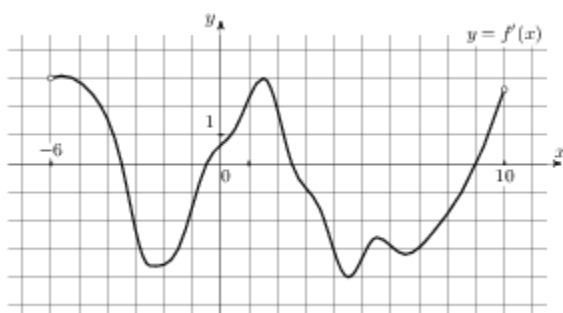
Ответ: -3.

№2. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



а) На интервале $(-1; 13)$

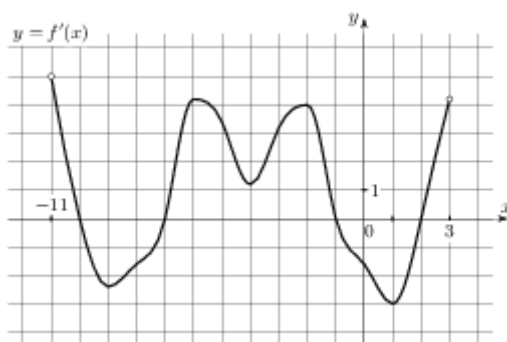
Ответ: 40.



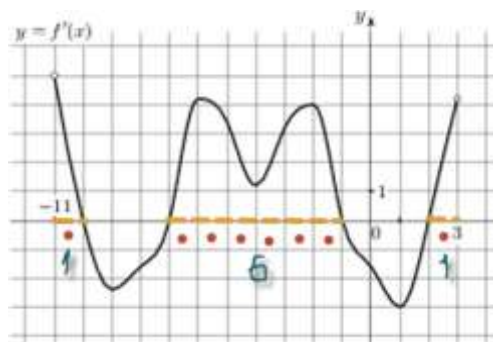
б) на интервале $(-6; 10)$

Ответ: -6.

№3. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

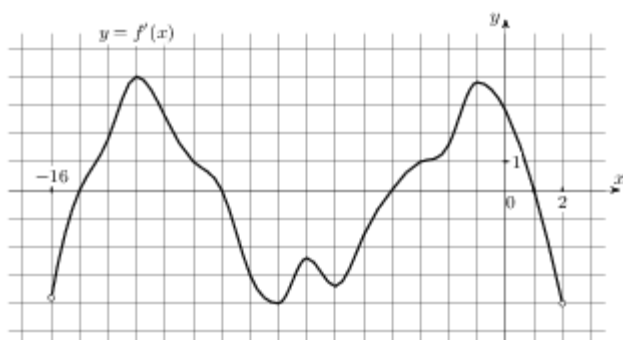


Выделим промежутки, где производная положительна, там функция будет возрастать.
 $f'(x) > 0 \Leftrightarrow f(x) \nearrow$
 Длина наибольшего промежутка возрастания: 6.



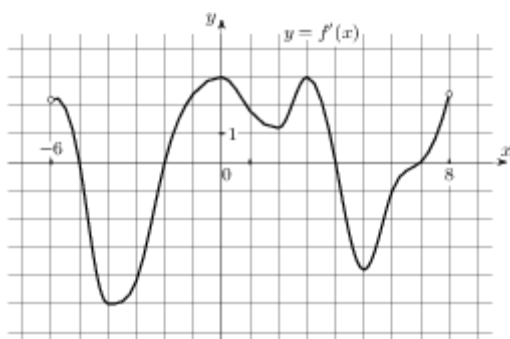
Ответ: 6.

№3а. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-16; 2)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



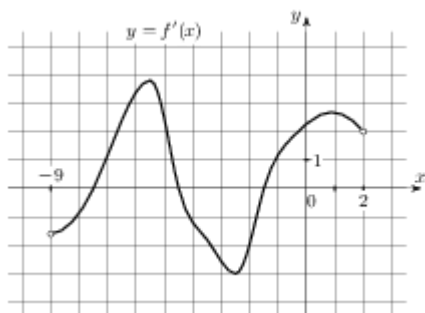
Ответ: 5.

№3б. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

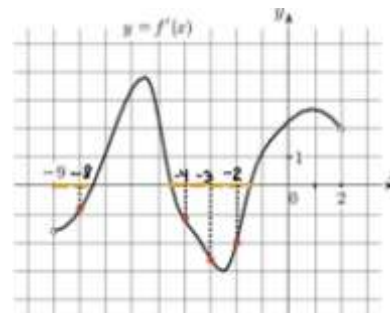


Ответ: 6.

№4. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 2)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

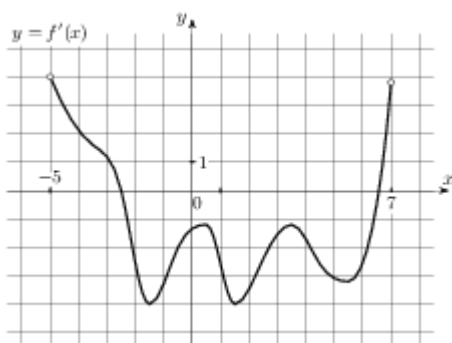


Выделим промежутки, где производная отрицательна, там функция будет убывать.
 $f'(x) < 0 \Leftrightarrow f(x) \searrow$
 $-8 - 4 - 3 - 2 = -17$.



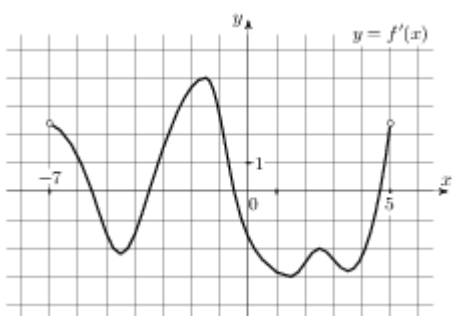
Ответ: -17.

№5. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



а) на интервале $(-5; 7)$

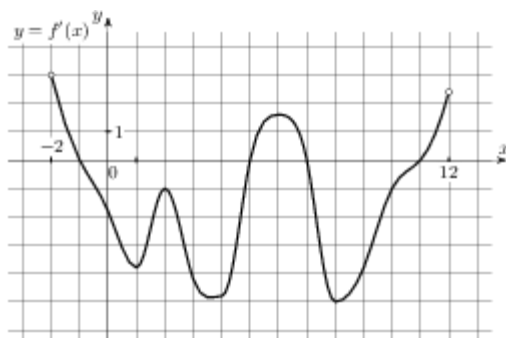
Ответ: 18.



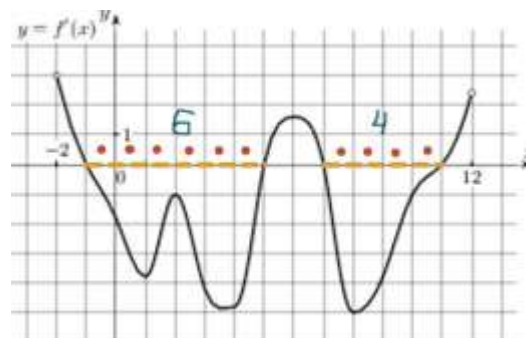
б) на интервале $(-7; 5)$

Ответ: 1.

№6. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

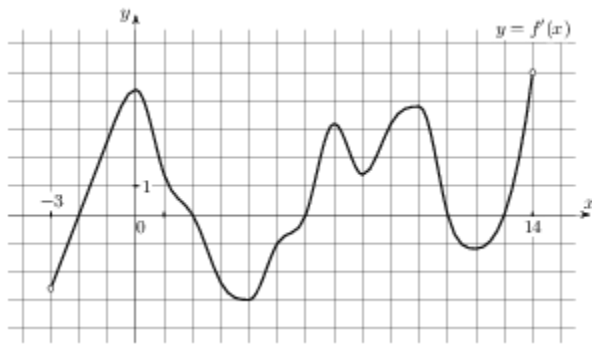


Выделим промежутки, где производная отрицательна, там функция будет убывать.
 $f'(x) < 0 \Leftrightarrow f(x) \searrow$
 Длина наибольшего промежутка убывания: 6.



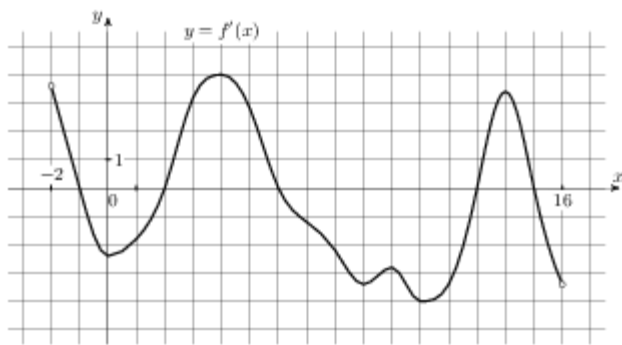
Ответ: 6.

№6а. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 14)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



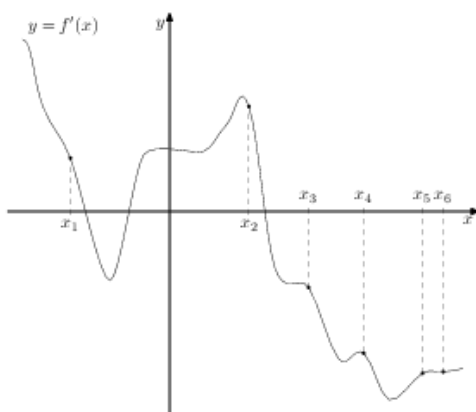
Ответ: 4.

№6б. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 16)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

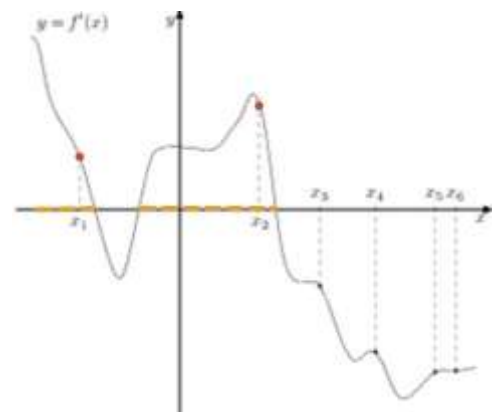


Ответ: 7.

№7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, \dots, x_6$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?

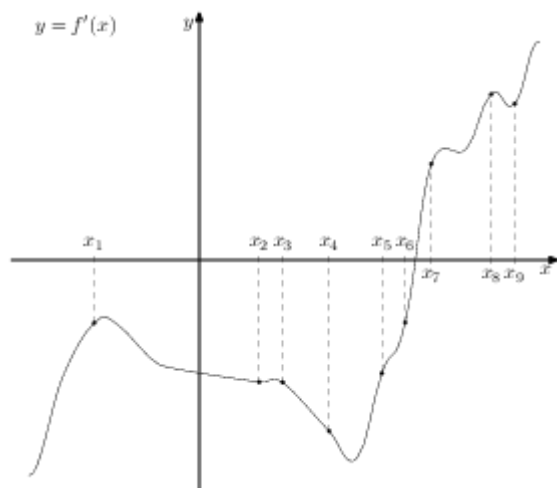


Выделим промежутки, где производная положительна, там функция будет возрастать.
 $f'(x) > 0 \Leftrightarrow f(x) \nearrow$
 В двух точках x_1, x_2 — функция возрастает.



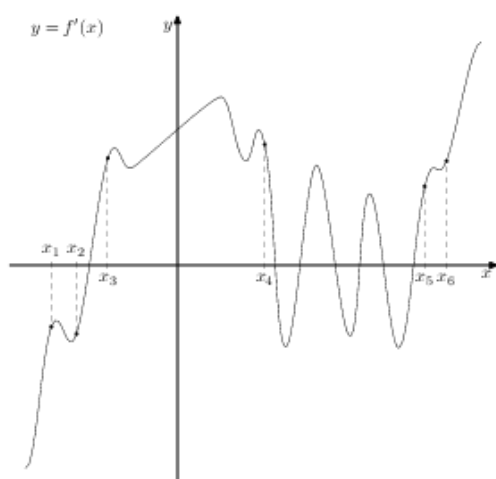
Ответ: 2.

№7а. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и девять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, \dots, x_9$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



Ответ: 3

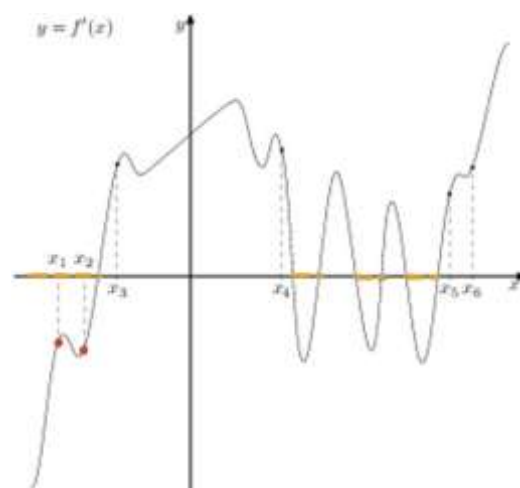
№8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, \dots, x_6$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?



Выделим промежутки, где производная отрицательна, там функция будет убывать.

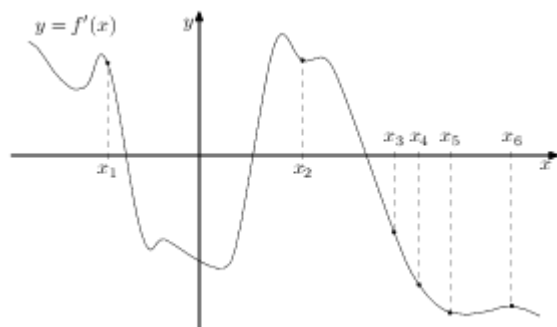
$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow f(x) \searrow$$

В двух точках x_1, x_2 - функция убывает.



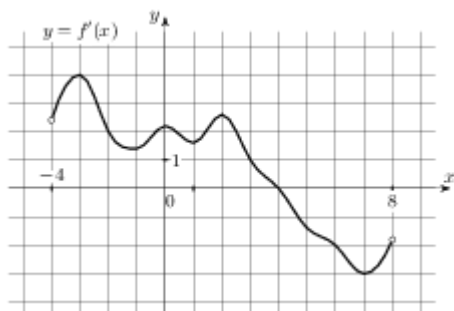
Ответ: 2.

№8а. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, \dots, x_6$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?

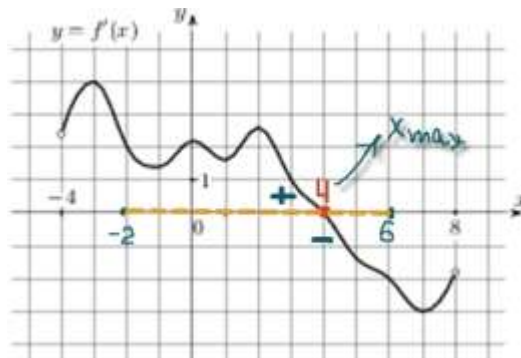


Ответ: 4.

№9. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-2; 6]$.

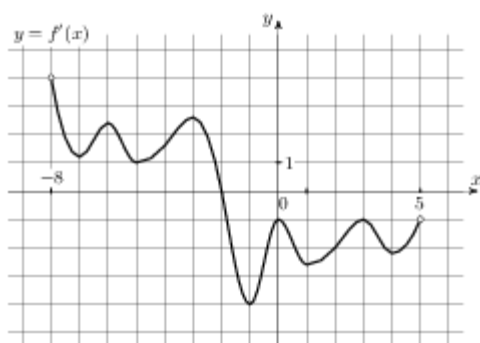


$f'(x_0) = 0$ в точке $x_0 = 4$. Проходя через нее, производная меняет свой знак с «+» на «-». Выполняются необходимое и достаточное условия существования экстремума – максимума функции. Точка экстремума: 4.



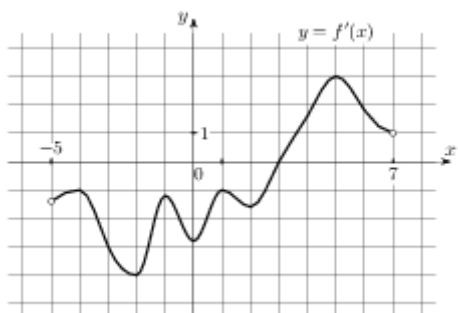
Ответ: 4.

№9а. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-7; 0]$.



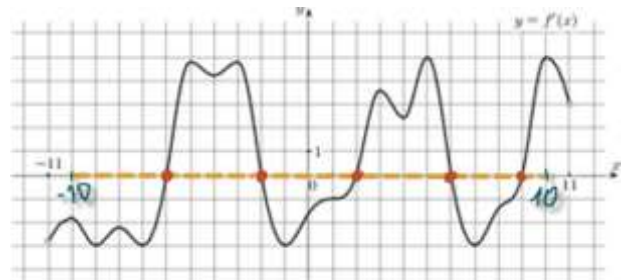
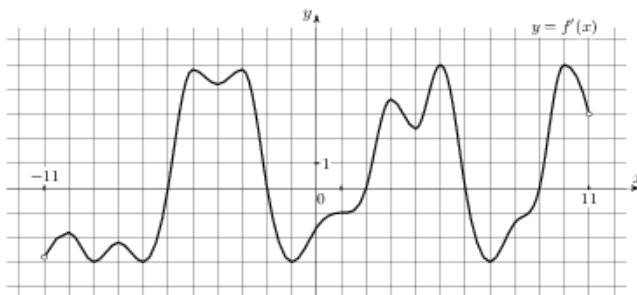
Ответ: -2.

№9б. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 7)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-1; 4]$.



Ответ: 3.

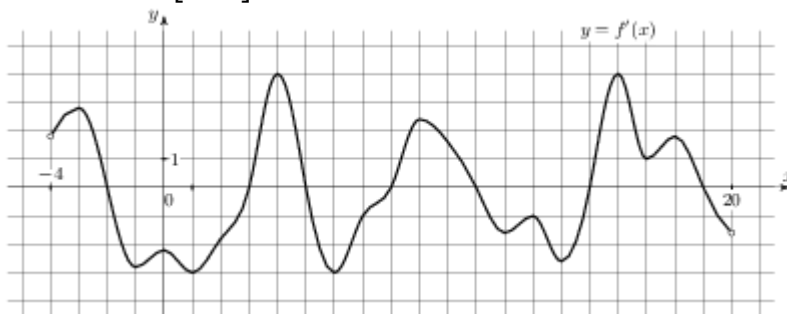
№10. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-10; 10]$.



Во всех точках, где $f'(x_0) = 0$, проходя через них, производная меняет свой знак. Выполняются необходимое и достаточное условия существования экстремумов. Таких точек: 5.

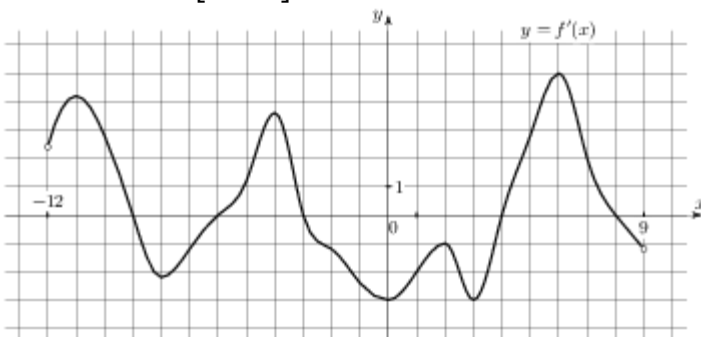
Ответ: 5.

№10а. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 20)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[0; 18]$.



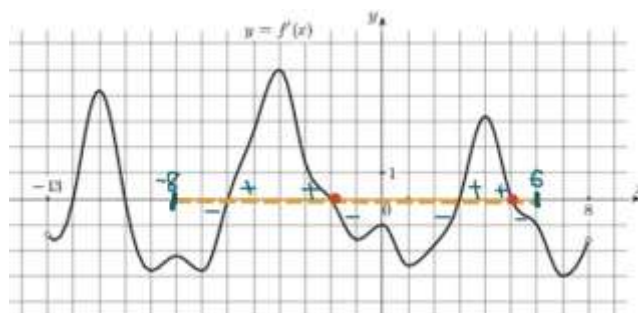
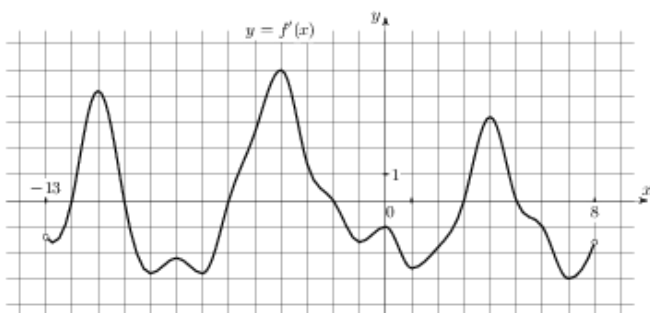
Ответ: 5.

№10б. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-12; 9)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-11; 5]$.



Ответ: 4.

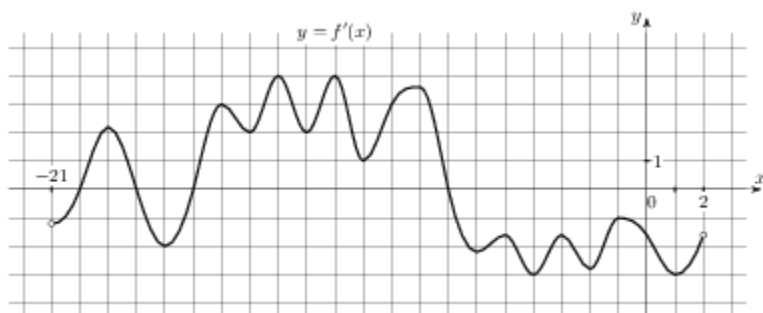
№11. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-13; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-8; 6]$.



В точках, где $f'(x_0) = 0$ и проходя через них, производная меняет свой знак с «+» на «-», будут максимумы функции. Таких точек на отрезке $[-8; 6]$ две.

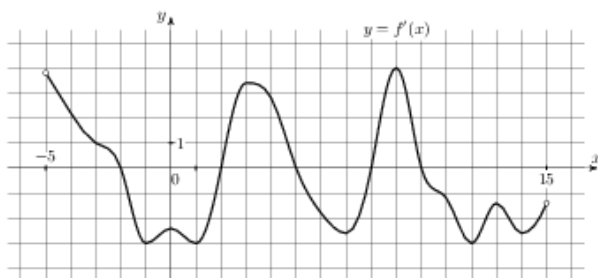
Ответ: 2.

№11а. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-21; 2)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-19; 1]$.



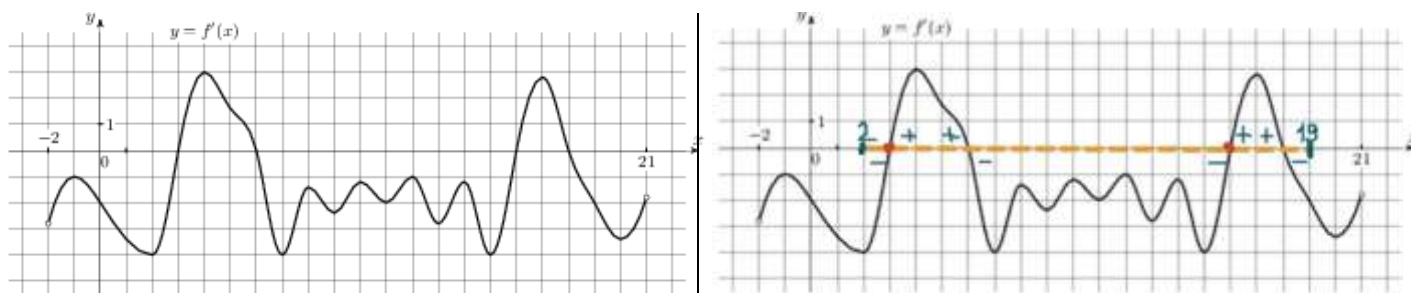
Ответ: 2.

№11б. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 15)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[0; 14]$.



Ответ: 2.

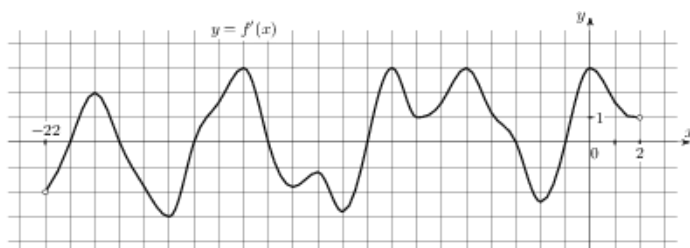
№12. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 21)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[2; 19]$.



В точках, где $f'(x_0) = 0$ и проходя через них, производная меняет свой знак с «-» на «+» будут минимумы функции. Таких точек на отрезке $[2; 19]$ две.

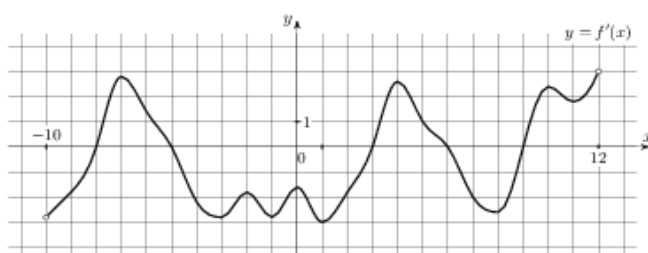
Ответ: 2.

№12а. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-22; 2)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-17; 0]$.



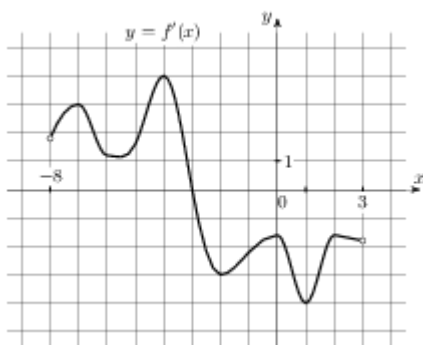
Ответ: 3.

№12б. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10; 12)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-9; 10]$.



Ответ: 3.

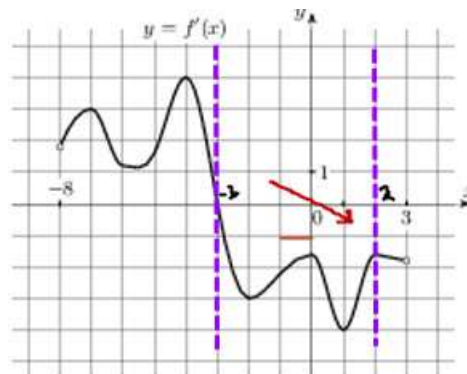
№14. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



$$f(x) \searrow$$

$$-3 < 2$$

$$f(-3) > f(2)$$

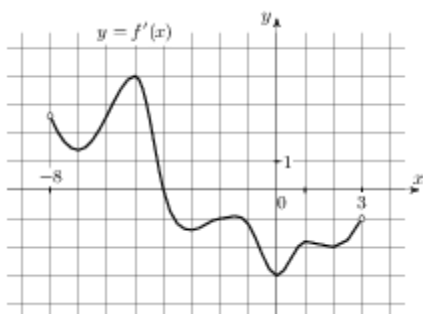


Решение:

Обращаем внимание, что изображен график производной функции, поэтому вспоминаем, что если $f'(x) < 0$, а на заданном отрезке $[-3; 2]$ производная функции не положительна, то функция убывает на этом отрезке. Согласно определению убывающей функции: меньшему значению аргумента соответствует большее значение функции. В задаче просят ответить на вопрос, в какой точке функция принимает наибольшее значение, значит в ответ даем значение аргумента $x = -3$.

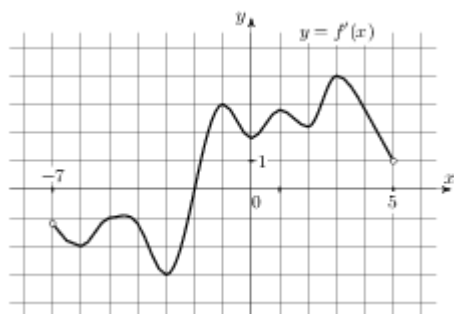
Ответ: -3.

№14а. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-4; 1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



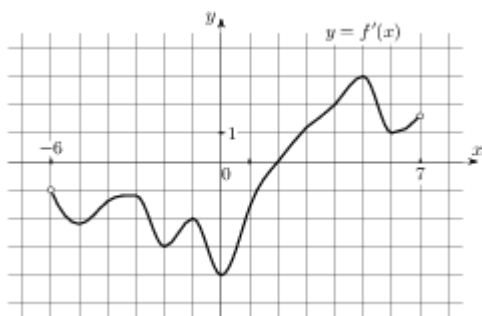
Ответ: -4.

№14б. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. В какой точке отрезка $[-6; -2]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



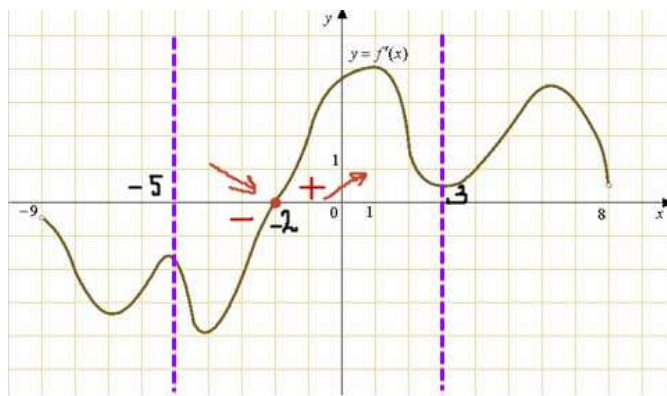
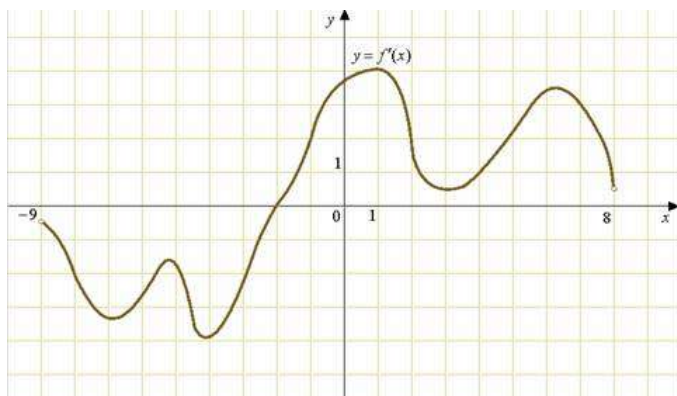
Ответ: -2.

№14в. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 7)$. В какой точке отрезка $[-4; 2]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: 2.

№15. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. В какой точке отрезка $[-5; 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение.

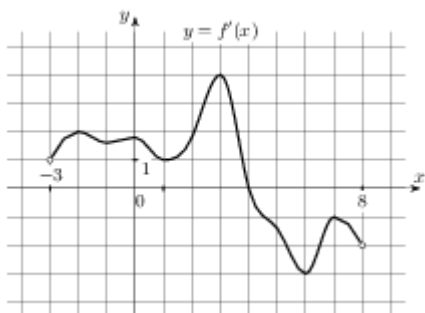


Решение:

На отрезке $[-5; 3]$ производная меняет свой знак с «-» на «+» в точке $x = -2$, значит это точка минимума. На заданном отрезке этот минимум единственный, поэтому в нем функция будет принимать наименьшее значение.

Ответ: -2.

№15а. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. В какой точке отрезка $[2; 6]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: 4.