

## Иррациональные уравнения или неравенства

## ■ Примеры

- №1. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  – пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость 110 км/ч. Ответ дайте в км/ч<sup>2</sup>.
- 
- №2. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a = 32000$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  – пройденный автомобилем путь. Найдите, сколько километров пройдет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 160 км/ч.
- 
- №3. При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону  $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , где  $l_0 = 75$  м – длина покоящейся ракеты,  $c = 3 \cdot 10^5$  км/с – скорость света, а  $v$  – скорость ракеты в км/с. Какова должна быть минимальной скоростью ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 21 м? Ответ дайте в км/с.
- 
- №4. Наблюдатель находится на высоте  $h$ , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 16 километров? Ответ дайте в метрах.
- 
- №5. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 5,6 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 10,4 километров?
- 
- №6. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька имеет высоту 10 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?
- 
- №7. Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}$ , где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  – средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  – оценка магазина, данная экспертами,  $K$  – число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,21.

## Решение (примеры) Иррациональные уравнения или неравенства

- №1. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  – пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость 110 км/ч. Ответ дайте в км/ч<sup>2</sup>.

Решение:

$$110 = \sqrt{2 \cdot 1 \cdot a}, \quad 12100 = 2a, \quad a = 6050.$$

Ответ: 6050.

- №2. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a = 32000$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  – пройденный автомобилем путь. Найдите, сколько километров пройдет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 160 км/ч.

Решение:

$$160 = \sqrt{2 \cdot l \cdot 3200}, \quad 25600 = 6400 \cdot l, \quad l = 4.$$

Ответ: 4.

- №3. При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону  $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , где  $l_0 = 75$  м – длина покоящейся ракеты,  $c = 3 \cdot 10^5$  км/с – скорость света, а  $v$  – скорость ракеты в км/с. Какова должна быть минимальной скоростью ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 21 м? Ответ дайте в км/с.

Решение:

$$\begin{aligned} l \leq 21, \quad l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} &\leq 21, \quad 75 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{(3 \cdot 10^5)^2}} \leq 21, \quad \sqrt{1 - \frac{v^2}{(3 \cdot 10^5)^2}} \leq \frac{7}{25}, \\ 1 - \frac{v^2}{(3 \cdot 10^5)^2} &\leq \frac{49}{625}, \quad 1 - \frac{49}{625} \leq \frac{v^2}{(3 \cdot 10^5)^2}, \quad \frac{576}{625} \leq \frac{v^2}{(3 \cdot 10^5)^2}, \quad (v > 0) \\ \frac{v}{3 \cdot 10^5} &\geq \frac{24}{25}, \quad v \geq \frac{24 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10^3}{5 \cdot 5}, \quad v \geq 288000, \quad v_{\text{наим}} = 288000 \end{aligned}$$

Ответ: 288000.

- №4. Наблюдатель находится на высоте  $h$ , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 16 километров? Ответ дайте в метрах.

Решение:

$$16 = \sqrt{\frac{6400h}{500}}, \quad 256 = \frac{64h}{5}, \quad h = 20.$$

Ответ:

№5. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где

$R = 6400$  км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 5,6 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 10,4 километров?

Решение:

$$l_1 = 5,6$$

$$5,6 = \sqrt{\frac{6400h_1}{500}}, \quad 5,6^2 = \frac{64h_1}{5}, \quad h_1 = \frac{5,6 \cdot 5,6 \cdot 5}{64} = \frac{28 \cdot 0,7}{8} = 2,45$$

$$l_2 = 10,4$$

$$10,4 = \sqrt{\frac{6400h_2}{500}}, \quad 10,4^2 = \frac{64h_2}{5}, \quad h_2 = \frac{10,4 \cdot 10,4 \cdot 5}{64} = \frac{52 \cdot 1,3}{8} = 8,45$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 8,45 - 2,45 = 6$$

Ответ: 6.

№6. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где

$R = 6400$  км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька имеет высоту 10 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?

Решение:

$$l_1 = 4,8$$

$$4,8 = \sqrt{\frac{6400h_1}{500}}, \quad 4,8^2 = \frac{64h_1}{5}, \quad h_1 = \frac{4,8 \cdot 4,8 \cdot 5}{64} = \frac{24 \cdot 4,8}{64} = 1,8$$

$$l_2 = 6,4$$

$$6,4 = \sqrt{\frac{6400h_2}{500}}, \quad 6,4^2 = \frac{64h_2}{5}, \quad h_2 = \frac{6,4 \cdot 6,4 \cdot 5}{64} = 0,64 \cdot 5 = 3,2$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 3,2 - 1,8 = 1,4$$

$$h_{\text{ступ}} = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}; \quad \text{Количество ступенек} = \frac{\Delta h}{h_{\text{ступ}}} = \frac{1,4}{0,1} = 14$$

Ответ: 14.

№7. Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}$ , где

$m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  – средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  – оценка магазина, данная экспертами,  $K$  – число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 24, их средняя оценка равна 0,86, а оценка экспертов равна 0,21.

Решение:

$$m = \frac{0,02 \cdot 24}{0,86 + 0,1} = \frac{0,48}{0,96} = \frac{1}{2}$$

$$R = 0,86 - \frac{0,86 - 0,21}{(24+1)^{\frac{1}{2}}} = 0,86 - \frac{0,65}{25^{\frac{1}{2}}} = 0,86 - \frac{0,65}{5} = 0,73$$

Ответ: 0,73.

## ■ Тест

## Иррациональные уравнения или неравенства

- №1. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  – пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,4 километра, приобрести скорость 120 км/ч. Ответ дайте в км/ч<sup>2</sup>.
- 
- №2. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a = 4500$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  – пройденный автомобилем путь. Найдите, сколько километров пройдет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 90 км/ч.
- 
- №3. При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону  $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , где  $l_0 = 50$  м – длина покоящейся ракеты,  $c = 3 \cdot 10^5$  км/с – скорость света, а  $v$  – скорость ракеты в км/с. Какова должна быть минимальной скоростью ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 14 м? Ответ дайте в км/с.
- 
- №4. Наблюдатель находится на высоте  $h$ , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 14,4 километров? Ответ дайте в метрах.
- 
- №5. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 12,8 километров?
- 
- №6. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 8 километров?
- 
- №7. Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле  $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}$ , где  $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$ ,  $r_{\text{пок}}$  – средняя оценка магазина покупателями,  $r_{\text{экс}}$  – оценка магазина, данная экспертами,  $K$  – число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 15, их средняя оценка равна 0,5, а оценка экспертов равна 0,14.

▪ **Ответы (тест)** [Иррациональные уравнения или неравенства](#)

| №1           | №2         | №3            | №4          | №5         | №6        | №7          |
|--------------|------------|---------------|-------------|------------|-----------|-------------|
| <b>18000</b> | <b>0,9</b> | <b>288000</b> | <b>16,2</b> | <b>7,8</b> | <b>16</b> | <b>0,41</b> |