

## Треугольная призма. Расстояние между прямыми

### Примеры

№1. Основанием прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ , а боковая грань  $ACC_1A_1$  является квадратом.

- Докажите, что прямые  $CA_1$  и  $AB_1$  перпендикулярны.
- Найдите расстояние между прямыми  $CA_1$  и  $AB_1$ , если  $AC=1$ ,  $BC=4$ .

№2. Дана прямая треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ . Известно, что  $AB=BC$ . Точка  $K$  – середина ребра  $A_1B_1$ , а точка  $M$  лежит на ребре  $AC$  и делит его в отношении  $AM:MC=1:3$ .

- Докажите, что прямые  $KM$  и  $AC$  перпендикулярны.
- Найдите расстояние между прямыми  $KM$  и  $A_1C_1$ , если  $AB=6$ ,  $AC=8$  и  $AA_1=3$ .

№3. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  все ребра равны 2. Точка  $M$  – середина ребра  $AA_1$ .

- Докажите, что прямые  $MB$  и  $B_1C$  перпендикулярны.
- Найдите расстояние между прямыми  $MB$  и  $B_1C$ .

№4. В основании правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  треугольник  $ABC$ . На прямой  $AA_1$  отмечена точка  $D$  так, что точка  $A_1$  – середина отрезка  $AD$ . На прямой  $B_1C_1$  отмечена точка  $E$  так, что точка  $C_1$  – середина  $B_1E$ .

- Докажите, что прямые  $A_1B_1$  и  $DE$  перпендикулярны.
- Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $DE$ , если  $AB=3$ ,  $AA_1=2$ .

№5. Основание  $ABC$  треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  – равносторонний треугольник  $ABC$ . Ортогональная проекция вершины  $C_1$  на плоскость  $ABC$  совпадает с центром треугольника  $ABC$ .

- Докажите, что грань  $AA_1B_1B$  – прямоугольник.
- Найдите расстояние между прямыми  $AA_1$  и  $BC$ , если все ребра призмы равны 3.

### Ответы

№1	№2	№3	№4	№5
$\frac{2}{3}$	$\frac{3\sqrt{70}}{14}$	$\frac{\sqrt{30}}{5}$	$\frac{12\sqrt{93}}{31}$	$\sqrt{6}$

(<sup>1</sup>) Теорема о трех перпендикулярах (прямая и обратная)

[https://mathcourse.ru/lessons/21\\_8\\_2\\_1-teorema-o-treh-perpendikulyarah-konspekt-uroka-i-video/](https://mathcourse.ru/lessons/21_8_2_1-teorema-o-treh-perpendikulyarah-konspekt-uroka-i-video/)

- ✓ Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной (прямая теорема).
- ✓ Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции (обратная теорема).

(<sup>2</sup>) Признак перпендикулярности прямой и плоскости

[https://mathcourse.ru/lessons/21\\_7\\_2-priznak-perpendikulyarnosti-pryamoj-i-ploskosti-konspekt-uroka-i-video/](https://mathcourse.ru/lessons/21_7_2-priznak-perpendikulyarnosti-pryamoj-i-ploskosti-konspekt-uroka-i-video/)

- ✓ Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

(<sup>3</sup>) Признак параллельности прямой и плоскости

[https://mathcourse.ru/lessons/21\\_2\\_2-priznak-parallelnosti-pryamoj-i-ploskosti-konspekt-uroka-i-video/](https://mathcourse.ru/lessons/21_2_2-priznak-parallelnosti-pryamoj-i-ploskosti-konspekt-uroka-i-video/)

- ✓ Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-либо прямой, лежащей в плоскости, то она параллельна данной плоскости.