



- Тематические курсы/Уравнения/ Показательные/ Простейшие показательные уравнения
- ЕГЭ Профиль/Задание №6
- Алгебра 11 / Показательные уравнения

Простейшие показательные уравнения

1. Простейшие показательные уравнения

2. Простейшие показательные уравнения (более сложное основание)

Содержание сборника:

| | |
|---|---|
| 1. Простейшие показательные уравнения БАЗА | |
| ▪ Примеры..... | 2 |
| ▪ Решение (примеры)..... | 3 |
| ▪ Тест..... | 4 |
| ▪ Ответы и решение (тест) | 5 |
| 2. Простейшие показательные уравнения (более сложное основание) | |
| ▪ Примеры..... | 7 |
| ▪ Решение (примеры)..... | 7 |
| ▪ Тест..... | 7 |
| ▪ Ответы и решение (тест)..... | 8 |
| Справочный материал..... | 9 |

1. Простейшие показательные уравнения

▪ **Примеры** Решите уравнения:

№1

$$8^{-2-x} = 512$$

№2

$$6^{4x-10} = \frac{1}{36}$$

№3

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-14} = \frac{1}{64}$$

№4

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{1-x} = 216$$

№5

$$36^{x-7} = \frac{1}{6}$$

№6

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x+4} = 256^x$$

№7

$$5^{3+x} = 125^{2x}$$

№8

$$9^{5+2x} = 0,81 \cdot 10^{5+2x}$$

▪ **Решение (примеры)**

1. Простейшие показательные уравнения

№1

$$8^{-2-x} = 512$$

$$(2^3)^{-2-x} = 2^9$$

$$2^{3(-2-x)} = 2^9$$

$$3(-2-x) = 9$$

$$-6 - 3x = 9$$

$$-3x = 9 + 6$$

$$-3x = 15$$

$$x = 15 : (-3)$$

$$\underline{x = -5}$$

Ответ: -5

№2

$$6^{4x-10} = \frac{1}{36}$$

$$6^{4x-10} = 6^{-2}$$

$$4x - 10 = -2$$

$$4x = -2 + 10$$

$$4x = 8$$

$$\underline{x = 2}$$

Ответ: 2

№3

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-14} = \frac{1}{64}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-14} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$4x - 14 = 6$$

$$4x = 6 + 14$$

$$4x = 20$$

$$\underline{x = 5}$$

Ответ: 5

№4

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{1-x} = 216$$

$$(6^{-1})^{1-x} = 6^3$$

$$6^{-1+x} = 6^3$$

$$-1 + x = 3$$

$$x = 3 + 1$$

$$\underline{x = 4}$$

Ответ: 4

№5

$$36^{x-7} = \frac{1}{6}$$

$$(6^2)^{x-7} = 6^{-1}$$

$$6^{2(x-7)} = 6^{-1}$$

$$2(x-7) = -1$$

$$2x - 14 = -1$$

$$2x = -1 + 14$$

$$2x = 13$$

$$\underline{x = 6,5}$$

Ответ: 6,5

№6

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x+4} = 256^x$$

$$(4^{-1})^{x+4} = 4^{4x}$$

$$4^{-x-4} = 4^{4x}$$

$$-x - 4 = 4x$$

$$-4 = 4x + x$$

$$5x = -4$$

$$x = -\frac{4}{5}$$

$$\underline{x = -0,8}$$

Ответ: -0,8

№7

$$5^{3+x} = 125^{2x}$$

$$5^{3+x} = 5^{3 \cdot 2x}$$

$$3 + x = 6x$$

$$3 = 6x - x$$

$$5x = 3$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$\underline{x = 0,6}$$

Ответ: 0,6

№8

$$9^{5+2x} = 0,81 \cdot 10^{5+2x}$$

$$\frac{9^{5+2x}}{10^{5+2x}} = 0,81$$

$$\left(\frac{9}{10}\right)^{5+2x} = 0,9^2$$

$$(0,9)^{5+2x} = 0,9^2$$

$$5 + 2x = 2$$

$$2x = 2 - 5$$

$$2x = -3$$

$$\underline{x = -1,5}$$

Ответ: -1,5

▪ Тест 1. Простейшие показательные уравнения

Вариант 1

Решите уравнения:

№1. $4^{-1-x} = 64$

№2. $5^{-3-x} = 125$

№3. $3^{3x-7} = \frac{1}{81}$

№4. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-5} = 81^x$

№5. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-7} = \frac{1}{81}$

№6. $7^{1-x} = 49^{2x}$

№7. $\left(\frac{1}{9}\right)^{-2-x} = 9$

№8. $7^{1-2x} = 3,5 \cdot 2^{1-2x}$

№9. $7^{3-x} = 1,96 \cdot 5^{3-x}$

Вариант 2

Решите уравнения:

№1. $32^{x-3} = \frac{1}{2}$

№2. $49^{x-7} = \frac{1}{7}$

№3. $\left(\frac{1}{14}\right)^{x-3} = 14^x$

№4. $7^{3x-14} = \frac{1}{49}$

№5. $4^{7+2x} = 64^x$

№6. $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-6} = \frac{1}{64}$

№7. $\left(\frac{1}{9}\right)^{-5-x} = 729$

№8. $3^{1-3x} = 1,5 \cdot 2^{1-3x}$

№9. $5^{3+x} = 6,25 \cdot 2^{3+x}$

▪ **Ответы (тест)** 1. Простейшие показательные уравнения

| | №1 | №2 | №3 | №4 | №5 | №6 | №7 | №8 | №9 |
|-------|-----|-----|-----|----|----|-----|----|----|----|
| Вар.1 | -4 | -6 | 1 | 1 | 11 | 0,2 | -1 | 0 | 1 |
| Вар.2 | 2,8 | 6,5 | 1,5 | 4 | 7 | 9 | -2 | 0 | -1 |

▪ **Решение (тест)** 1. Простейшие показательные уравнения

Вариант 1

№1.

$$4^{-1-x} = 64$$

$$4^{-1-x} = 4^3$$

$$-1 - x = 3$$

$$-x = 3 + 1$$

$$-x = 4$$

$$\underline{x = -4}$$

№2.

$$5^{-3-x} = 125$$

$$5^{-3-x} = 5^3$$

$$-3 - x = 3$$

$$-x = 3 + 3$$

$$-x = 6$$

$$\underline{x = -6}$$

№3.

$$3^{3x-7} = \frac{1}{81}$$

$$3^{3x-7} = 3^{-4}$$

$$3x - 7 = -4$$

$$3x = -4 + 7$$

$$3x = 3$$

$$\underline{x = 1}$$

№4.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-5} = 81^x$$

$$(3^{-1})^{x-5} = 3^{4x}$$

$$-x + 5 = 4x$$

$$5 = 4x + x$$

$$5x = 5$$

$$\underline{x = 1}$$

№5.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-7} = \frac{1}{81}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-7} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$x - 7 = 4$$

$$x = 4 + 7$$

$$\underline{x = 11}$$

№6.

$$7^{1-x} = 49^{2x}$$

$$7^{1-x} = 7^{2 \cdot 2x}$$

$$1 - x = 4x$$

$$1 = 4x + x$$

$$5x = 1$$

$$x = \frac{1}{5}$$

$$\underline{x = 0,2}$$

№7.

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{-2-x} = 9$$

$$(9^{-1})^{-2-x} = 9$$

$$9^{-(-2-x)} = 9^1$$

$$2 + x = 1$$

$$x = 1 - 2$$

$$\underline{x = -1}$$

№8.

$$7^{1-2x} = 3,5 \cdot 2^{1-2x}$$

$$\frac{7^{1-2x}}{2^{1-2x}} = 3,5$$

$$\left(\frac{7}{2}\right)^{1-2x} = 3,5$$

$$(3,5)^{1-2x} = 3,5^1$$

$$1 - 2x = 1$$

$$-2x = 0$$

$$\underline{x = 0}$$

№9.

$$7^{3-x} = 1,96 \cdot 5^{3-x}$$

$$\frac{7^{3-x}}{5^{3-x}} = 1,96$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^{3-x} = 1,4^2$$

$$(1,4)^{3-x} = 1,4^2$$

$$3 - x = 2$$

$$3 - 2 = x$$

$$\underline{x = 1}$$

Вариант 2

№1.

$$32^{x-3} = \frac{1}{2}$$

$$(2^5)^{x-3} = 2^{-1}$$

$$5x - 15 = -1$$

$$5x = -1 + 15$$

$$5x = 14$$

$$10x = 28$$

$$\underline{x = 2,8}$$

№2.

$$49^{x-7} = \frac{1}{7}$$

$$(7^2)^{x-7} = 7^{-1}$$

$$7^{2x-14} = 7^{-1}$$

$$2x - 14 = -1$$

$$2x = 13$$

$$\underline{x = 6,5}$$

№3.

$$\left(\frac{1}{14}\right)^{x-3} = 14^x$$

$$(14^{-1})^{x-3} = 14^x$$

$$-x + 3 = x$$

$$3 = x + x$$

$$2x = 3$$

$$\underline{x = 1,5}$$

№4.

$$7^{3x-14} = \frac{1}{49}$$

$$7^{3x-14} = 7^{-2}$$

$$3x - 14 = -2$$

$$3x = -2 + 14$$

$$3x = 12$$

$$\underline{x = 4}$$

№5.

$$4^{7+2x} = 64^x$$

$$4^{7+2x} = 4^{3x}$$

$$7 + 2x = 3x$$

$$7 = 3x - 2x$$

$$\underline{x = 7}$$

№6.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x-6} = \frac{1}{64}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x-6} = \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

$$x - 6 = 3$$

$$x = 3 + 6$$

$$\underline{x = 9}$$

№7.

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{-5-x} = 729$$

$$(9^{-1})^{-5-x} = 9^3$$

$$9^{5+x} = 9^3$$

$$5 + x = 3$$

$$x = 3 - 5$$

$$\underline{x = -2}$$

№8.

$$3^{1-3x} = 1,5 \cdot 2^{1-3x}$$

$$\frac{3^{1-3x}}{2^{1-3x}} = 1,5$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{1-3x} = \left(\frac{3}{2}\right)^1$$

$$1 - 3x = 1$$

$$-3x = 0$$

$$\underline{x = 0}$$

№9.

$$5^{3+x} = 6,25 \cdot 2^{3+x}$$

$$\frac{5^{3+x}}{2^{3+x}} = 6 \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{3+x} = \frac{25}{4}$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{3+x} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$3 + x = 2$$

$$x = 2 - 3$$

$$\underline{x = -1}$$

2. Простейшие показательные уравнения (более сложные основания)

▪ **Примеры** Решите уравнения:

№1

$$(4,5)^{3x} = \left(\frac{4}{81}\right)^{12}$$

№2

$$10^{1-\frac{x}{3}} = \sqrt[3]{100}$$

№3

$$\sqrt[5]{4^{x+4}} = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

▪ **Решение (примеры)** 2. Простейшие показательные уравнения (более сложные основания)

№1.

$$(4,5)^{3x} = \left(\frac{4}{81}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{9}{2}\right)^{3x} = \left(\frac{2}{9}\right)^{2 \cdot 12}$$

$$\left(\frac{9}{2}\right)^{3x} = \left(\frac{9}{2}\right)^{-24}$$

$$3x = -24$$

$$x = -24 : 3$$

$$\underline{x = -8}$$

Ответ: -8.

№2.

$$10^{1-\frac{x}{3}} = \sqrt[3]{100}$$

$$10^{1-\frac{x}{3}} = \sqrt[3]{100}$$

$$10^{1-\frac{x}{3}} = \sqrt[3]{10^2}$$

$$10^{1-\frac{x}{3}} = 10^{\frac{2}{3}}$$

$$1 - \frac{x}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\underline{x = 1}$$

Ответ: 1.

№3.

$$\sqrt[5]{4^{x+4}} = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$4^{\frac{x+4}{5}} = \frac{2^3}{2^{\frac{1}{2}}}$$

$$4^{\frac{x+4}{5}} = 2^{3-\frac{1}{2}}$$

$$(2^2)^{\frac{x+4}{5}} = 2^{\frac{5}{2}}$$

$$2^{\frac{2(x+4)}{5}} = 2^{\frac{5}{2}}$$

$$\frac{2(x+4)}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2}$$

$$x+4 = \frac{25}{4}$$

$$\underline{x = 2,25}$$

Ответ: 2,25.

▪ **Тест** 2. Простейшие показательные уравнения (более сложные основания)

Решите уравнения:

№1. $(0,8)^{x+2} = (1,25)^{-4}$

№2. $16^{x-3} = (0,25)^{-3}$

№3. $7^{x-7} = 49\sqrt{7}$

№4. $8^{-x+4} = 2\sqrt{2}$

№5. $\sqrt[3]{7^{4x+3}} = \frac{49}{\sqrt{7}}$

№6. $\sqrt[2]{36^{x-5}} = \frac{6}{\sqrt[5]{6}}$

▪ **Ответы (тест)** 2. Простейшие показательные уравнения
(более сложные основания)

| №1 | №2 | №3 | №4 | №5 | №6 |
|----|-----|-----|-----|-------|-----|
| 2 | 4,5 | 9,5 | 3,5 | 0,375 | 7,8 |

▪ **Решение (тест)** 2. Простейшие показательные уравнения
(более сложные основания)

№1.

$$(0,8)^{x+2} = (1,25)^{-4}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{x+2} = \left(\frac{5}{4}\right)^{-4}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{x+2} = \left(\frac{4}{5}\right)^4$$

$$x+2=4$$

$$x=4-2$$

$$\underline{x=2}$$

№2.

$$16^{x-3} = (0,25)^{-3}$$

$$(4^2)^{x-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$$

$$4^{2(x-3)} = 4^3$$

$$2x-6=3$$

$$2x=6+3$$

$$2x=9$$

$$\underline{x=4,5}$$

№3.

$$7^{x-7} = 49\sqrt{7}$$

$$7^{x-7} = 7^2 \cdot 7^{\frac{1}{2}}$$

$$7^{x-7} = 7^{2+\frac{1}{2}}$$

$$x-7=2,5$$

$$x=7+2,5$$

$$\underline{x=9,5}$$

№4.

$$8^{-x+4} = 2\sqrt{2}$$

$$(2^3)^{-x+4} = 2^1 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$$

$$2^{3(-x+4)} = 2^{1+\frac{1}{2}}$$

$$-3x+12=1,5$$

$$-3x=-12+1,5$$

$$-3x=-10,5$$

$$\underline{x=3,5}$$

№5.

$$\sqrt[3]{7^{4x+3}} = \frac{49}{\sqrt{7}}$$

$$7^{\frac{4x+3}{3}} = \frac{7^2}{7^{\frac{1}{2}}}$$

$$7^{\frac{4x+3}{3}} = 7^{2-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{4x+3}{3} = \frac{3}{2} \cdot 3$$

$$4x+3 = \frac{9}{2}$$

$$4x = \frac{9}{2} - 3$$

$$4x = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{3}{8}$$

$$\underline{x=0,375}$$

№6.

$$\sqrt[7]{36^{x-5}} = \frac{6}{\sqrt[5]{6}}$$

$$36^{\frac{x-5}{7}} = \frac{6^1}{6^{\frac{1}{5}}}$$

$$6^{2 \cdot \frac{(x-5)}{7}} = 6^{1-\frac{1}{5}}$$

$$6^{\frac{2(x-5)}{7}} = 6^{\frac{4}{5}}$$

$$\frac{2(x-5)}{7} = \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{2}$$

$$x-5 = \frac{14}{5}$$

$$x = 5 + \frac{14}{5}$$

$$x = 5 + 2,8$$

$$\underline{x=7,8}$$

- ✓ Уравнение вида $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ называют **показательным**, где $a > 0$, $a \neq 1$.

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x).$$

- ✓ **Свойства степеней**

$$\begin{array}{cccc}
 a^0 = 1 & a^{-1} = \frac{1}{a} & a^{-n} = \frac{1}{a^n} & \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \\
 a^n \cdot a^m = a^{n+m} & \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} & (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n & \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \\
 (a^n)^m = a^{n \cdot m} & \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} & &
 \end{array}$$

- ✓ **Таблица степеней**

$2^1 = 2$

$2^2 = 4$

$2^3 = 8$

$2^4 = 16$

$2^5 = 32$

$2^6 = 64$

$2^7 = 128$

$2^8 = 256$

$2^9 = 512$

$2^{10} = 1024$

$4^1 = 4$

$4^2 = (2^2)^2 = 2^4 = 16$

$4^3 = 2^6 = 64$

$4^4 = 2^8 = 256$

$4^5 = 2^{10} = 1024$

$8^2 = (2^3)^2 = 2^6 = 64$

$8^3 = 2^9 = 512$

$3^1 = 3$

$3^2 = 9$

$3^3 = 27$

$3^4 = 81$

$3^5 = 243$

$3^6 = 729$

$9^2 = (3^2)^2 = 3^4 = 81$

$9^3 = 3^6 = 729$

$5^1 = 5$

$5^2 = 25$

$5^3 = 125$

$5^4 = 625$

$6^1 = 6$

$6^2 = 36$

$6^3 = 216$

$7^1 = 7$

$7^2 = 49$

$7^3 = 343$