- 11 класс/Показательные неравенства
- ЕГЭ Профиль/ *Задание №15*

Комбинированные и неравенства повышенной сложности

1. Комбинированные неравенства

2. Показательные неравенства, содержащие выражение с модулем

3. Показательные неравенства повышенной сложности

1. Комбинированные неравенства

- ***Примеры*** Решите неравенства:

№1. $$\frac{6^x-4\cdot 3^x}{x\cdot 2^x-5\cdot 2^x-4x+20}\le\frac{1}{x-5}$$

№2. $$\left(3^{x+1}+3^{2-x}\right)x\ge 28x$$

№3. $$\frac{4^{x+1}-192\cdot 0{,}25^{x+1}-4}{x+2}\le 0$$

№4. $$\frac{10^x-25\cdot 2^x-2\cdot 5^x+50}{5x-x^2-4}\ge 0$$

№5. $$\frac{3^{x^2+x}-4\sqrt{3}^{x^2+x}+3}{\sqrt{x}-\sqrt{x+4}}\le 0$$

№6. $$\frac{81^x+2\cdot 25^{x\cdot\log_5 3}-5}{(4x-1)^2}\ge 0$$

№7. $$\sqrt{x^2+x-6}\cdot\left(5^x+5^{4-x}-130\right)\le 0$$

№8. $$\left(2^{\frac{x-4}{2}}-1\right)\sqrt{2^x-10\sqrt{2^x}+16}\ge 0$$

№9. $$\sqrt{5^{x-4}-25}\cdot\left(3^{(x-5)^2-23}-3^{x^2-10x}-72\right)<0$$

№10. $$\frac{\sqrt{x+4}\left(8-3^{2+x^2}\right)}{4^{x-1}-3}\le 0$$

▪ *Тест* 1. Комбинированные неравенства

Вариант 1

Решите неравенства:

№1. $\left(2^{x+2}+2^{3-x}\right)x \ge 33x$

№2. $\dfrac{2^{2x+1}-96\cdot 0,5^{2x+3}+2}{x+1}\le 0$

№3. $\dfrac{\sqrt{10-x}}{4^{x}-3\cdot 2^{x+2}-13}\le 0$

№4. $\left(3^{\frac{x-2}{2}}-1\right)\sqrt{3^{x}-10\sqrt{3^{x}}+9}\ge 0$

№5. $\sqrt{2-x}\left(7^{\frac{x}{2}+1}+13\cdot 7^{\frac{x}{4}}-2\right)\ge 0$

№6. $\sqrt{27-3^{x+2}}\cdot\left(5^{(x-2)^2-3}-5^{x^2-4x}-100\right)<0$

№7. $\dfrac{\sqrt{x-2}\left(4-3^{x-1}\right)}{2^{1-x^2}-3}\ge 0$

Вариант 2

Решите неравенства:

№1. $\dfrac{3^{2x}-54\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2(x+1)}-1}{x+3}\le 0$

№2. $\sqrt{8-2x-x^2}\cdot\left(4^{x}+4^{4-x}-68\right)\ge 0$

№3. $\left(9^{x}-2\cdot 3^{x+1}+8\right)\sqrt{4-2^{2x}}\ge 0$

№4. $\dfrac{5^{x}-2\cdot 5^{\frac{x}{2}}-15}{\sqrt{x+4}}<0$

№5. $\sqrt{49-7^{x-3}}\cdot\left(2^{x^2-6x}-2^{(x-3)^2-6}+28\right)>0$

№6. $\dfrac{8\cdot 7^{x}-4^{x\cdot\log_2 7}-11}{(2x-1)^2}\ge 0$

▪ *Ответы (тест)* 1. Комбинированные неравенства

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
Вар.1	$[-2;0]$; $[3;\infty)$	$(-1;0,5]$	$(-\infty;\log_2 13)$; $\{10\}$	$\{0\}$; $[4;\infty)$	$[-4;2]$	$\left(2-\sqrt{6};1\right)$	$\{2\}$; $[\log_3 12;\infty)$
Вар.2	$(-3;0,5]$	$[-4;1]$; $\{2\}$	$(-\infty;\log_3 2]$; $\{1\}$	$(-4;2)$	$\left(3-\sqrt{11};5\right)$	$\left[\log_7\left(4-\sqrt{5}\right);0,5\right)$; $\left(0,5;\log_7\left(4+\sqrt{5}\right)\right]$	

2. Показательные неравенства, содержащие выражение с модулем

▪ ***Примеры*** Решите неравенства:

№1. $7^{\frac{x^2-7|x|+6}{x^2-8x+16}} \le 1$

№2. $\dfrac{4^{-\left|x^2-4x+2\right|}-\dfrac{1}{16}}{5-2x} \le 0$

№3. $6\cdot 5^{2x^2-7x+13}-5^{|-9x+17|} \ge 5^{2x^2-7x+14}$

№4. $\dfrac{35^{|x|}-5^{|x|}-5\cdot 7^{|x|}+5}{2^{\sqrt{x+2}}+1} \ge 0$

№5. $(0,2)^{x-1}+5\cdot(0,2)^{|x|} > 26$

№6. $\left(\dfrac{3}{7}\right)^{(3x-5)^2}\cdot\left(\dfrac{7}{3}\right)^{3x|1-3x|} < \left(\sqrt{\dfrac{3}{7}}\right)^{26}$

№7. $\left|\left|2-2^x\right|-1\right| \ge 2^{x-1}$

▪ ***Тест*** 2. Неравенства, содержащие выражение с модулем

Вариант 1

Решите неравенства:

№1. $5^{\frac{x^2-7|x|+10}{x^2-6x+9}} \le 1$

№2. $\dfrac{5^{-|0,25x^2+2x+2|}-0,04}{x+5} \le 0$

№3. $4^{x^2-9x+54}-4^{|-12x+57|} \ge 3\cdot 4^{x^2-9x+53}$

№4. $(0,4)^{(8-3x)^2}\cdot\left(\dfrac{125}{8}\right)^{(x-1)|4-3x|} < (2,5)^{-13}$

№5. $\left|3^{9x^2-2}-6\right| \ge 3$

Вариант 2

Решите неравенства:

№1. $3^{1-2x}+3\cdot\left(\dfrac{1}{9}\right)^{|x|} > 10$

№2. $\dfrac{3^{|x|}\cdot 2^x-2^x-8\cdot 3^{|x|}+8}{2^{\sqrt{x}}-2} \ge 0$

№3. $\left|\left|1-2^x\right|-1\right| \ge \dfrac{1}{2}+2^{x-1}$

№4. $\dfrac{0,2^{|x^2-4x+2|}-0,04}{3-x} \le 0$

№5. $\left|2^{4x^2-5}-9\right| \le 7$

▪ ***Ответы (тест)*** 2. Неравенства, содержащие выражение с модулем

	№1	№2	№3	№4	№5
Вар.1	$[-5;-2];[2;3);(3;5]$	$[-8;-5);-4;[0;\infty)$	$(-\infty;-4];[1;10];[11;\infty)$	$\left(-\infty;\dfrac{13}{9}\right)$	$\left(-\infty;-\dfrac{2}{3}\right];\left[-\dfrac{1}{\sqrt{3}};\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right];\left[\dfrac{2}{3};\infty\right)$
Вар.2	$(-\infty;-0,5)$	$(0;1);[3;\infty)$	$[\log_2 5;\infty);\{0\}$	$(-\infty;0];\{2\};(3;4]$	$\left[-\dfrac{3}{2};-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right];\left[\dfrac{\sqrt{6}}{2};\dfrac{3}{2}\right]$

3. Показательные неравенства повышенной сложности

▪ ***Примеры*** Решите неравенства:

№1. $0,6^{2+\frac{1}{4}+\frac{1}{32}+\frac{1}{256}+\dots} > \sqrt[7]{1,(6)^{6x-x^2}}$

№2. $\dfrac{1}{2^{\sqrt{5x+16}}-2} \le \dfrac{1}{2^{x+2}-2}$

№3. $4^{2\cdot\sqrt{3|x|-2}-x+3} > 4^{x-2} + 3\cdot 4^{\sqrt{3|x|-2}}$

№4. $\sqrt{4^x - 5^{1-x}} < 8\cdot 5^{-x/2} - 2^{x+1}$

№5. $\dfrac{\sqrt{1+3^{-x}}}{\sqrt{1+3^{-x}-\sqrt{1-3^{-x}}}} - \dfrac{3^{-x}-1}{\sqrt{1-9^{-x}}+3^{-x}-1} \ge \dfrac{1+\sqrt{1-9^{-x}}}{3^{-x}}$

№6. $12\cdot\left(3+3^{-2x}\right)^{-\frac{1}{2}} - \left(3^{1+2x}+1\right)^{\frac{1}{2}} \ge 4\cdot 3^{\frac{x}{2}}$

№7. $3^x \le \dfrac{7-x}{7+x}$

Тест 3. Показательные неравенства повышенной сложности

Вариант 1

Решите неравенства:

№1. $0,3^{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\ldots} < \sqrt[3]{3,(3)^{x^2+3x}}$

№2. $\dfrac{1}{2^{\sqrt{x+2}}-2} \le \dfrac{1}{2^x-2}$

№3. $3^{4x-9-3\cdot\sqrt{2|x|-3}} - 8\cdot 3^{2x-4} < 3^{3+3\cdot\sqrt{2|x|-2}}$

№4. $\sqrt{9^x-3^{x+2}} > 3^x-9$

№5. $\sqrt{9^x-5\cdot 2^{-x}} < 2^{3-x/2}-2\cdot 3^x$

№6. $\dfrac{1-2^x}{\sqrt{1-4^x}+2^x-1} + \dfrac{\sqrt{1+2^x}}{\sqrt{1+2^x}-\sqrt{1-2^x}} \ge \dfrac{1+\sqrt{1-4^x}}{2^x}$

Вариант 2

Решите неравенства:

№1. $8^x \le \dfrac{8-x}{8+x}$

№2. $15\cdot\left(4+4^{-2x}\right)^{-\frac{1}{2}} - \left(4^{1+2x}+1\right)^{\frac{1}{2}} \ge 20^{\frac{1}{2}}\cdot 4^{\frac{x}{2}}$

№3. $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^4+3(2x+1)^2} \ge \left(\dfrac{1}{3}\right)^{4x^2(2x+1)}$

№4. Решите неравенство $f\left(g\left(x\right)\right) < g\left(f\left(x\right)\right)$, где $f\left(x\right)=2^x-1;\ g\left(x\right)=2x+1$

№5. $\sqrt{(x-2)\left(2^{2x}-7\cdot 2^x+10\right)} \ge |x-1|\left(2^{2x}-7\cdot 2^x+10\right)+\dfrac{x-2}{|x-1|}$

Вариант 3

Решите неравенства:

№1. $2^{2-x} > 2x-3$

№2. $9\cdot\left(1+5^{1-2x}\right)^{-\frac{1}{2}} - \dfrac{1}{2}\left(5^{2x}+5\right)^{\frac{1}{2}} \ge 6^{\frac{1}{2}}\cdot 5^{\frac{x}{2}}$

№3. $4^x+16\cdot x^{-2} > \dfrac{10}{x}\cdot 2^x$

№4. $4^x+2^{x+2} \ge 19-4^{-x}-2\cdot 2^{1-x}$

№5. $6^{x^2}+6^{2x} \le 2^{x^2+2x}+3^{x^2+2x}$

№6. $\left(3\cdot 3^{-x^4}+3\right)^2 - 2^{\left(2^{2-|\cos x|}\right)} \ge 32$

- ***Ответы (тест)*** 3. Показательные неравенства повышенной сложности

	№1	№2	№3	№4	№5	№6
Вар.1	$(-\infty;-2)$; $(-1;\infty)$	$[-2;-1)$; $(1;2]$	$(9,5;\infty)$	$(2;\infty)$	$[\log_{18}5;\log_{18}9)$	$(-\infty;0)$
Вар.2	$(-8;0]$	$[-1;0]$	$\left[3-2\sqrt{3};1-\sqrt{2}\right]$; $\left[1+\sqrt{2};3+2\sqrt{3}\right]$	$(-\infty;0)$	$(1;2]$	
Вар.3	$(-\infty;2)$	$[0;1]$	$(-\infty;0)$; $(0;1)$;$(2;\infty)$	$\left(-\infty;\log_2\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right]$; $\left[\log_2\frac{3+\sqrt{5}}{2};\infty\right)$	0; $[\log_3 4;\log_2 9]$	***0***