

- Тематические курсы/Уравнения/ Логарифмические/
- ЕГЭ Профиль/*Задание №13*
- Алгебра 11 / Логарифмические уравнения

Методы решения логарифмических уравнений

1. В основании логарифма число

2. Различные логарифмические уравнения

3. Логарифмические уравнения. Задание 13 ЕГЭ Профиль

1. В основании логарифма число

Примеры

Решите уравнения:

$$\text{№1. } \log_{\frac{1}{3}}(x+3) = \log_{\frac{1}{9}}(8x+12)$$

$$\text{№2. } \log_2(x+1) = \log_4(5-x)$$

$$\text{№3. } \log_2(x+3) - \log_4(9-x) = 2$$

$$\text{№4. } 3\log_2(x+1)^2 + 12 = 2\log_2(5-x)^3 + 2\log_2(x+5)^3$$

$$\text{№5. } \log_5^2(25x) - \log_5(125x) = 8 \cdot \log_5 x - 5$$

$$\text{№6. } \log_2^2 \frac{16}{x} = 5 + \log_2 \frac{8}{x^2}$$

$$\text{№7. } \log_3(x^3 - 6x^2) - \log_3 x \cdot \log_3(x-6) = 2$$

$$\text{№8. } \log_4(x(x-5)) + \log_4 \frac{x-5}{x} = 0$$

$$\text{№9. } 7\log_5(x^2 - 8x + 16) - 26 = \log_5|x-4|$$

$$\text{№10. } \log_7(3x+5) + \sqrt[4]{\log_7^4(2x+5)} = 0$$

▪ **Тест** 1. В основании логарифма число

Решите уравнения:

№1. $\log_{\frac{1}{4}}(x+2) = \log_{\frac{1}{16}}(7x+8)$

№2. $\log_3\left(\frac{x}{2}+2\right) - 2\log_3(x-11) = 0$

№3. $2\log_2(x-17) = \log_2(x-2) - 1$

№4. $\log_2(x+2)^2 + \log_2(x+3)^2 = 2\log_2(x^2-6)$

№5. $\log_4^2 \frac{x}{16} + \log_4 4x = 2\log_4 x - 1$

№6. $\log_3^2 9x + \log_3 \frac{x}{3} = 10 \cdot \log_3 x - 3$

№7. $\log_4 x \cdot \log_4(x-5) + 3 = \log_4(x^4 - 5x^3)$

№8. $\log_3((x+2)(5-x)) - \log_3 \frac{5-x}{x+2} = 0$

№9. $\log_3(x+4)^8 - \log_3|x+4| = \log_3(x+4)^6 + 4$

№10. $\lg(x+1) + \sqrt[6]{\lg^6(4x+7)} = 0$

▪ **Ответы (тест)** 1. В основании логарифма число

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
-1; 4	14	20	-2,5	16; 64	9; 27	69	-1	77; -85	-0,75

2. Различные логарифмические уравнения

▪ **Примеры** Решите уравнения:

№1. $\log_3 \frac{4x}{3} + \log_{4x} 3 = 2^{\lg 1}$

№2. $\log_4 x^3 - \log_{x^2} 8 = 0$

№3. $\log_{7-3x} (5-x) - \log_{5-x} (3x^2 - 22x + 35) = -1$

№4. $\log_{1-3x^2} (1-9x^4) - \frac{1}{\log_2 (1-3x^2)} = 2$

№5. $\log_{6-x} (x^2 - 9x + 21) = 1$

№6. $\log_{2x-1} (x^2 + 3x - 1) = 2$

№7. $\log_{12x+3} (4(3x-1)^2) - \log_{x+\frac{1}{2}} (6x-2)^2 = 0$

№8. $9^{\frac{2x}{3x-1}} \cdot 5^{\frac{x+1}{2}} = 45$

№9. $2^{\log_2^2 x} + x^{\log_2 x^2} = 6$

№10. $x^{\log_5^3 x - 5 \log_5 x} = 5^{\log_{\sqrt[4]{5}} \frac{1}{5}}$

▪ **Тест** 2. Различные логарифмические уравнения

Решите уравнения:

№1. $2 \cdot \log_{\sqrt{3}} 3 - \log_5 x - 4 \log_x 5 = 0$

№2. $\log_5 x^2 - 3 \log_x 5 + 5 = 0$

№3. $\log_{2x+1}(x^2 + 6x + 9) + \log_{x+3}(2x^2 + 7x + 3) = 4$

№4. $\log_{3-4x^2}(9 - 16x^4) = 2 + \frac{1}{\log_2(3 - 4x^2)}$

№5. $\log_{x+1}(x - 0,5) = -1$

№6. $\log_{5-x}(x^2 - 6x + 13) = 2$

№7. $\log_{5-\frac{x}{2}}(x-3)^2 - \log_{\frac{2x-1}{3-\frac{1}{3}}}(x-3)^2 = 0$

№8. $3^x \cdot 36^{\frac{x-1}{x}} = 54$

№9. $5^{2 \log_5^2 x} - 4x^{\log_5 x} = 5$

№10. $x^{\log_3^3 x - 3 \log_3 x} = \log_{\sqrt[2]{3}} 27$

▪ **Ответы (тест)** 2. Различные логарифмические уравнения

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
25	$\frac{1}{125}; \sqrt{5}$	2	$\pm 0,5$	1	3	$4; \frac{32}{7}$	$2; -\log_3 6$	0,2; 5	$\frac{1}{9}; 9$

3. Логарифмические уравнения. Задание 13 ЕГЭ Профиль

Примеры

№1. а) Решите уравнение $1 + \log_3(x^4 + 16) = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{21x^2 + 18}$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right]$.

№2. а) Решите уравнение $\log_5(2 - x) = \log_{25} x^4$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$.

№3. а) Решите уравнение $\log_4^2(x + 1) + \log_{0,25}(x + 1)^2 = 3$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_{26} 24; 65]$.

№4. а) Решите уравнение $16 \log_9^2 x + 4 \cdot \log_{\frac{1}{3}} x - 3 = 0$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0, 5; 5]$.

№5. а) Решите уравнение $(x^2 + 2x - 1)(\log_2(x^2 - 3) + \log_{0,5}(\sqrt{3} - x)) = 0$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2, 5; -1, 5]$.

№6. а) Решите уравнение $(x^2 - 2x - 19)(\log_{25}(x^2 - 8)^2 - \log_5(-2\sqrt{2} - x)) = 0$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3, 5; 1, 5]$.

№7. а) Решите уравнение $\log_3 x \cdot \log_3(4x^2 - 1) = \log_3 \frac{x(4x^2 - 1)}{3}$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 2; \log_5 27]$.

№8. а) Решите уравнение $\log_3(x^3 + 6x^2 - 3x - 19) = \log_3(x + 5)$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_{0,5} 100; \log_{0,5} 0,3]$.

№9. а) Решите уравнение $(\sqrt{x^2 + 2x - 7} - 1) \log_3(9 + 2x - x^2) = 0$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_3 5; 2^{\sqrt{2}}]$.

▪ **Тест** 3. Логарифмические уравнения. Задание 13 ЕГЭ Профиль

№1. а) Решите уравнение $1 + \log_2(9x^2 + 5) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8x^4 + 14}$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-1; \frac{8}{9}\right]$.

№2. а) Решите уравнение $2 \log_9^2 x - 3 \log_9 x + 1 = 0$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{10}; \sqrt{99}]$.

№3. а) Решите уравнение $\log_2^2(x-3) + \log_2(x-3)^4 = 5$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 119; \log_3 119]$.

№4. а) Решите уравнение $6 \cdot \log_{27}^2 x + 5 \cdot \log_{27} x + 1 = 0$;

б) Укажите корни этого уравнения, которые больше 0,3.

№5. а) Решите уравнение $(x^2 + 2x - 2) \left(\log_3(x^2 - 5) + \log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{5} - x) \right) = 0$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3,5; -2,8]$.

№6. а) Решите уравнение $(x^2 + 2x - 5) \left(\log_4(x^2 - 7) - \log_2 \sqrt{\sqrt{7} - x} \right) = 0$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3,5; -2,5]$.

№7. а) Решите уравнение $(\sqrt{x^2 + 6x - 26} - 1) \log_3(28 + 6x - x^2) = 0$;

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_4 55; 3^{\sqrt{5}}]$.

▪ **Ответы (тест)** 3. Логарифмические уравнения. Задание 13 ЕГЭ Профиль

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
а) $\pm\sqrt{2}, \pm\frac{1}{2}$ б) $\pm\frac{1}{2}$	а) 3 и 9 б) 9	а) $3\frac{1}{32}, 5$ б) $3\frac{1}{32}$	а) $\frac{1}{3\sqrt{3}}; \frac{1}{3}$ б) $\frac{1}{3}$	а) $-1 - \sqrt{5};$ $-1 - \sqrt{3}$ б) $-1 - \sqrt{5}$	а) $-1 - \sqrt{6};$ $-1 - \sqrt{7}$ б) $-1 - \sqrt{6}$	а) 3; 9 б) 3

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1. Логарифм - это показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b .

$$a^c = b \Leftrightarrow c = \log_a b \quad (b > 0, a > 0, a \neq 1)$$

2. Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a b} = b, b > 0$

3. $\log_a a = 1$

4. $\log_a 1 = 0$

5. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y \quad (x > 0, y > 0, a > 0, a \neq 1)$

6. $\log_a |xy| = \log_a |x| + \log_a |y| \quad (x \neq 0, y \neq 0, xy > 0, a > 0, a \neq 1)$

7. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \quad (x > 0, y > 0, a > 0, a \neq 1)$

8. $\log_a \frac{|x|}{|y|} = \log_a |x| - \log_a |y| \quad (x \neq 0, y \neq 0, xy > 0, a > 0, a \neq 1)$

9. $\log_a (x^k) = k \log_a x \quad (x > 0, a > 0, a \neq 1)$

10. $\log_a (x^{2k}) = 2k \log_a |x| \quad (x \neq 0, a > 0, a \neq 1)$

11. $\log_{a^m} x^n = \frac{n}{m} \log_a x \quad (x > 0, a > 0, a \neq 1)$

12. Формула перехода к новому основанию

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad \text{или} \quad \log_c b = \log_c a \cdot \log_a b \quad (a > 0, b > 0, c > 0, a \neq 1, c \neq 1)$$

13. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad (a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1)$

14. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \quad (a > 0, b > 0, c > 0), b \neq 1$