

Степенные выражения

Свойства степеней с произвольным действительным показателем

Примеры

Найдите значение выражения:

№1. $121^{0,16} \cdot 11^{1,68}$

№2. $35^{7,2} \cdot 7^{-6,2} : 5^{4,2}$

№3. $\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}}$

№4. $\frac{4^{4,3} \cdot 7^{3,3}}{28^{2,3}}$

№5. $9^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{1}{3}}$

№6. $0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}}$

№7. $\frac{\left(2^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9}$

№8. $a^{1,72} \cdot a^{0,04} \cdot a^{0,24}$ при $a = 14$

№9. $\frac{a^{8,8}}{a^{6,8}}$ при $a = 0,6$

№10. $\frac{a^{3,31}}{a^{1,48} \cdot a^{1,83}}$ при $a = \frac{1}{3}$

№11. $\frac{a^{5,58} \cdot a^{2,9}}{a^{6,48}}$ при $a = 7$

№12. $\frac{(289b)^{1,5} \cdot b^{2,3}}{b^{3,8}}$ при $b > 0$

№13. $\frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{4}} \cdot n^{\frac{1}{12}}}$ при $n = 81$

№14. $\frac{60n^{\frac{1}{18}}}{n^{\frac{1}{27}} \cdot n^{\frac{1}{54}}}$ при $n > 0$

№15. $b^{\frac{1}{4}} \cdot \left(b^{\frac{1}{4}}\right)^3$ при $b = 7$

№16. $8^{\sqrt{8+6}} \cdot 8^{-5-\sqrt{8}}$

№17. $25^{2\sqrt{8+3}} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}}$

№18. $\frac{10^{\sqrt{6+1}}}{0,1^{-\sqrt{6}}}$

№19. $\frac{8^{\sqrt{\pi}} \cdot 2^{\sqrt{\pi}}}{16^{\sqrt{\pi}-2}}$

№20. $7^{2\sqrt{5}-2} \cdot 7^{2-3\sqrt{5}} : 7^{-\sqrt{5}-1}$

№21. $\frac{b^{10\sqrt{7}+3}}{(b^{\sqrt{7}})^{10}}$ при $b = 0,5$

№22. $\frac{(b^{\sqrt{2}})^{3\sqrt{2}}}{b^7}$ при $b = 8$

№23. $x \cdot 5^{4x-1} \cdot 25^{-2x}$ при $x = 0,1$

№24. $2^{2x+3} : 4^x : x$ при $x = \frac{1}{7}$

№25. $\frac{g(x-8)}{g(x-10)}$, если $g(x) = 2^x$

№26. $\frac{(36a)^{3,5}}{a^3 \sqrt{a}}$ при $a > 0$

№27. $\frac{(16a)^{2,5}}{a^2 \sqrt{a}}$ при $a = \frac{\sqrt{7}}{6}$

Решение (примеры)

$$\text{№1. } 121^{0,16} \cdot 11^{1,68} = (11^2)^{0,16} \cdot 11^{1,68} = 11^{0,32+0,68} = 11$$

$$\text{№2. } 35^{7,2} \cdot 7^{-6,2} : 5^{4,2} = \frac{(5 \cdot 7)^{7,2} \cdot 7^{-6,2}}{5^{4,2}} = \frac{5^{7,2} \cdot 7^{7,2} \cdot 7^{-6,2}}{5^{4,2}} = 5^{7,2-4,2} \cdot 7^{7,2-6,2} = 5^3 \cdot 7 = 125 \cdot 7 = 875$$

$$\text{№3. } \frac{3^{6,5}}{9^{2,25}} = \frac{3^{6,5}}{(3^2)^{2,25}} = \frac{3^{6,5}}{3^{4,5}} = 3^2 = 9$$

$$\text{№4. } \frac{4^{4,3} \cdot 7^{3,3}}{28^{2,3}} = \frac{4^{4,3} \cdot 7^{3,3}}{(4 \cdot 7)^{2,3}} = \frac{4^{4,3} \cdot 7^{3,3}}{4^{2,3} \cdot 7^{2,3}} = 4^2 \cdot 7 = 16 \cdot 7 = 112$$

$$\text{№5. } 9^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{1}{3}} = 9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{2}{3}} = 9^{\frac{1+2}{3}} = 9^1 = 9$$

$$\text{№6. } 0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot (5 \cdot 4)^{\frac{6}{7}} = \frac{4^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 5^{\frac{6}{7}} \cdot 4^{\frac{6}{7}}}{5^{\frac{1}{7}}} = 4^{\frac{1+6}{7}} \cdot 5^{\frac{2+6}{7}} = 4 \cdot 5 = 20$$

$$\text{№7. } \frac{\left(2^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9} = \frac{\left(2^{\frac{3}{5}}\right)^{15} \cdot \left(5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{(2 \cdot 5)^9} = \frac{2^9 \cdot 5^{10}}{2^9 \cdot 5^9} = 5$$

$$\text{№8. } a^{1,72} \cdot a^{0,04} \cdot a^{0,24} = a^{1,72+0,04+0,24} = a^2 = 14^2 = 196 \text{ при } a = 14$$

$$\text{№9. } \frac{a^{8,8}}{a^{6,8}} = a^{8,8-6,8} = a^2 = 0,6^2 = 0,36 \text{ при } a = 0,6$$

$$\text{№10. } \frac{a^{3,31}}{a^{1,48} \cdot a^{1,83}} = \frac{a^{3,31}}{a^{3,31}} = a^0 = 1 \text{ при } a = \frac{1}{3}$$

$$\text{№11. } \frac{a^{5,58} \cdot a^{2,9}}{a^{6,48}} = a^{5,58-6,48+2,9} = a^{-0,9+2,9} = a^2 = 7^2 = 49 \text{ при } a = 7$$

$$\text{№12. } \frac{(289b)^{1,5} \cdot b^{2,3}}{b^{3,8}} = (17^2 b)^{1,5} \cdot b^{2,3-3,8} = 17^{2 \cdot 1,5} \cdot b^{1,5} \cdot b^{-1,5} = 17^3 = 4913 \text{ при } b > 0$$

$$\text{№13. } \frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{4}} \cdot n^{\frac{1}{12}}} = n^{\frac{5}{6} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}} = n^{\frac{10-3-1}{12}} = n^{\frac{6}{12}} = n^{\frac{1}{2}} = 81^{\frac{1}{2}} = (9^2)^{\frac{1}{2}} = 9 \text{ при } n = 81$$

$$\text{№14. } \frac{60n^{\frac{1}{18}}}{n^{\frac{1}{27}} \cdot n^{\frac{1}{54}}} = 60 \cdot n^{\frac{1}{18} - \frac{1}{27} - \frac{1}{54}} = 60 \cdot n^{\frac{3-2-1}{54}} = 60 \cdot n^0 = 60 \text{ при } n > 0$$

$$\text{№15. } b^{\frac{1}{4}} \cdot \left(b^{\frac{1}{4}}\right)^3 = b^{\frac{1}{4}} \cdot b^{\frac{3}{4}} = b^{\frac{1+3}{4}} = b = 7 \text{ при } b = 7$$

$$\text{№16. } 8^{\sqrt{8+6}} \cdot 8^{-5-\sqrt{8}} = 8^{\sqrt{8+6}+(-5-\sqrt{8})} = 8$$

$$\text{№17. } 25^{2\sqrt{8+3}} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}} = (5^2)^{2\sqrt{8+3}} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}} = 5^{4\sqrt{8+6-3-4\sqrt{8}}} = 5^3 = 125$$

$$\text{№18. } \frac{10^{\sqrt{6+1}}}{0,1^{-\sqrt{6}}} = \frac{10^{\sqrt{6+1}}}{(10^{-1})^{-\sqrt{6}}} = \frac{10^{\sqrt{6+1}}}{10^{\sqrt{6}}} = 10^{\sqrt{6+1}-\sqrt{6}} = 10$$

$$\text{№19. } \frac{8^{\sqrt{\pi}} \cdot 2^{\sqrt{\pi}}}{16^{\sqrt{\pi}-2}} = \frac{(8 \cdot 2)^{\sqrt{\pi}}}{16^{\sqrt{\pi}-2}} = \frac{16^{\sqrt{\pi}}}{16^{\sqrt{\pi}-2}} = 16^{\sqrt{\pi}-(\sqrt{\pi}-2)} = 16^2 = 256$$

$$\text{№20. } 7^{2\sqrt{5}-2} \cdot 7^{2-3\sqrt{5}} : 7^{-\sqrt{5}-1} = 7^{2\sqrt{5}-2+2-3\sqrt{5}-(-\sqrt{5}-1)} = 7^{-\sqrt{5}+\sqrt{5}+1} = 7$$

$$\text{№21. } \frac{b^{10\sqrt{7}+3}}{(b^{\sqrt{7}})^{10}} = \frac{b^{10\sqrt{7}+3}}{b^{10\sqrt{7}}} = b^{10\sqrt{7}+3-10\sqrt{7}} = b^3 = (0,5)^3 = 0,125 \text{ при } b = 0,5$$

$$\text{№22. } \frac{(b^{\sqrt{2}})^{3\sqrt{2}}}{b^7} = \frac{b^{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}}{b^7} = b^{6-7} = b^{-1} = 8^{-1} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ при } b = 8$$

$$\text{№23. } x \cdot 5^{4x-1} \cdot 25^{-2x} = x \cdot 5^{4x-1} \cdot (5^2)^{-2x} = x \cdot 5^{4x-1} \cdot 5^{-4x} = x \cdot 5^{4x-1-4x} = x \cdot 5^{-1} = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02 \text{ при } x = 0,1$$

$$\text{№24. } 2^{2x+3} : 4^x : x = 2^{2x+3} : 2^{2x} : x = 2^{2x+3-2x} : x = 2^3 : x = 8 : \frac{1}{7} = 8 \cdot 7 = 56 \text{ при } x = \frac{1}{7}$$

$$\text{№25. } \frac{g(x-8)}{g(x-10)} = \frac{2^{x-8}}{2^{x-10}} = 2^{x-8-(x-10)} = 2^2 = 4, \text{ если } g(x) = 2^x$$

$$\text{№26. } \frac{(36a)^{3,5}}{a^3 \sqrt{a}} = \frac{(6^2)^{3,5} \cdot a^{3,5}}{a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}}} = \frac{6^7 \cdot a^{3,5}}{a^{3,5}} = 279936 \text{ при } a > 0$$

$$\text{№27. } \frac{(16a)^{2,5}}{a^2 \sqrt{a}} = \frac{(4^2)^{2,5} \cdot a^{2,5}}{a^2 \cdot a^{\frac{1}{2}}} = \frac{4^5 \cdot a^{2,5}}{a^{2,5}} = 2^{10} = 1024 \quad \text{при } a = \frac{\sqrt{7}}{6}$$

▪ **Тест** Свойства степеней с произвольным действительным показателем

Вариант 1

- №1. $3^{0,01} \cdot 27^{0,33}$
 №2. $12^{3,2} \cdot 6^{-2,2} : 2^{2,2}$
 №3. $\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}}$
 №4. $\frac{2^{4,2} \cdot 6^{7,2}}{12^{6,2}}$
 №5. $5^{\frac{2}{9}} \cdot 25^{\frac{7}{18}}$
 №6. $2,5^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 10^{\frac{2}{3}}$
 №7. $\frac{\left(3^{\frac{4}{7}} \cdot 2^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{6^{12}}$
 №8. $a^{0,54} \cdot a^{0,91} \cdot a^{0,55}$ при $a = 3$
 №9. $\frac{a^{3,7}}{a^{1,2}}$ при $a = 4$
 №10. $\frac{a^{6,91}}{a^{3,1} \cdot a^{3,81}}$ при $a = \frac{1}{6}$
 №11. $\frac{a^{4,69} \cdot a^{2,18}}{a^{4,87}}$ при $a = 23$
 №12. $\frac{42n^{\frac{1}{6}}}{n^{\frac{1}{15}} \cdot n^{\frac{1}{10}}}$ при $n > 0$
 №13. $\frac{(4b)^{2,5} \cdot b^{0,8}}{b^{3,3}}$ при $b > 0$
 №14. $\frac{n^{\frac{7}{10}}}{n^{\frac{1}{6}} \cdot n^{\frac{1}{30}}}$ при $n = 36$
 №15. $b^{\frac{2}{7}} \cdot \left(b^{\frac{6}{7}}\right)^2$ при $b = 2$
 №16. $9^{\sqrt{11}+6} \cdot 9^{-3-\sqrt{11}}$
 №17. $3^{2\sqrt{2}+1} \cdot 9^{2-\sqrt{2}}$
 №18. $\frac{2^{\sqrt{11}+1}}{0,5^{-\sqrt{11}}}$
 №19. $\frac{5^{\sqrt{6}} \cdot 2^{\sqrt{6}}}{10^{\sqrt{6}-2}}$
 №20. $2^{3\sqrt{3}-1} \cdot 2^{1+2\sqrt{3}} : 2^{5\sqrt{3}-1}$

Вариант 2

Найдите значение выражения:

- №1. $7^{0,26} \cdot 49^{0,37}$
 №2. $21^{0,6} \cdot 7^{1,4} : 3^{-0,4}$
 №3. $\frac{8^{6,5}}{64^{2,25}}$
 №4. $\frac{4^{1,4} \cdot 5^{3,4}}{20^{2,4}}$
 №5. $8^{\frac{4}{5}} \cdot 64^{\frac{1}{10}}$
 №6. $0,12^{\frac{1}{9}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \cdot 15^{\frac{8}{9}}$
 №7. $\frac{\left(5^{\frac{4}{7}} \cdot 9^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{45^{12}}$
 №8. $a^{0,67} \cdot a^{0,56} \cdot a^{0,77}$ при $a = 23$
 №9. $\frac{a^{1,9}}{a^{3,9}}$ при $a = 10$
 №10. $\frac{a^{4,73}}{a^{2,12} \cdot a^{2,61}}$ при $a = \frac{5}{8}$
 №11. $\frac{a^{5,69} \cdot a^3}{a^{6,69}}$ при $a = 10$
 №12. $\frac{13n^{\frac{1}{15}}}{n^{\frac{1}{40}} \cdot n^{\frac{1}{24}}}$ при $n > 0$
 №13. $\frac{(256b)^{1,5} \cdot b^{2,2}}{b^{3,7}}$ при $b > 0$
 №14. $\frac{n^{\frac{1}{2}}}{n^{\frac{1}{4}} \cdot n^{\frac{1}{12}}}$ при $n = 64$
 №15. $b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{9}{10}}\right)^2$ при $b = 8$
 №16. $4^{\sqrt{2}+2} \cdot 4^{2-\sqrt{2}}$
 №17. $64^{\sqrt{5}+1} \cdot 8^{-1-2\sqrt{5}}$
 №18. $\frac{0,5^{\sqrt{8}+1}}{2^{-\sqrt{8}}}$
 №19. $\frac{6^{\sqrt{5}} \cdot 2^{\sqrt{5}}}{12^{\sqrt{5}-2}}$
 №20. $5^{4\sqrt{5}+3} \cdot 5^{1+2\sqrt{5}} : 5^{6\sqrt{5}+3}$

$$\text{№21. } \frac{b^{6\sqrt{2}+1}}{(b^{\sqrt{2}})^6} \text{ при } b = 0,5$$

$$\text{№21. } \frac{b^{4\sqrt{8}+3}}{(b^{\sqrt{8}})^4} \text{ при } b = 2$$

$$\text{№22. } \frac{(b^{\sqrt{3}})^{6\sqrt{3}}}{b^{15}} \text{ при } b = 0,5$$

$$\text{№22. } \frac{(b^{\sqrt{2}})^{3\sqrt{2}}}{b^4} \text{ при } b = 0,5$$

$$\text{№23. } x \cdot 2^{-4x-2} \cdot 4^{2x} \text{ при } x = 2$$

$$\text{№23. } x \cdot 4^{-6x+3} \cdot 64^{2x} \text{ при } x = 5$$

$$\text{№24. } 5^{3x+1} : 125^x : x \text{ при } x = \frac{1}{13}$$

$$\text{№24. } 8^{2x+1} : 64^x : x \text{ при } x = \frac{1}{20}$$

$$\text{№25. } \frac{g(x+2)}{g(x+4)}, \text{ если } g(x) = 10^x$$

$$\text{№25. } \frac{g(x-5)}{g(x-4)}, \text{ если } g(x) = 10^x$$

$$\text{№26. } \frac{(49a)^{2,5}}{a^2\sqrt{a}} \text{ при } a > 0$$

$$\text{№26. } \frac{(169a)^{1,5}}{a\sqrt{a}} \text{ при } a > 0$$

▪ Ответы (тест)

Свойства степеней

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12
Вар.1	3	12	49	1,5	5	10	4	9	32	1	529	42
Вар.2	7	147	64	1,25	8	15	81	529	0,01	1	100	13

	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20	№21	№22	№23	№24
Вар.1	32	6	4	729	243	2	100	2	0,5	0,125	0,5	65
Вар.2	4096	2	64	256	8	0,5	144	5	8	0,25	320	160

	№25	№26
Вар.1	0,01	16807
Вар.2	0,1	2197

Справочные материалы

✓ Свойства степеней

$$a^0 = 1$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

✓ Таблица степеней

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

$$4^1 = 4$$

$$4^2 = (2^2)^2 = 2^4 = 16$$

$$4^3 = 2^6 = 64$$

$$4^4 = 2^8 = 256$$

$$4^5 = 2^{10} = 1024$$

$$8^2 = (2^3)^2 = 2^6 = 64$$

$$8^3 = 2^9 = 512$$

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3^5 = 243$$

$$3^6 = 729$$

$$9^2 = (3^2)^2 = 3^4 = 81$$

$$9^3 = 3^6 = 729$$

$$5^1 = 5$$

$$5^2 = 25$$

$$5^3 = 125$$

$$5^4 = 625$$

$$6^1 = 6$$

$$6^2 = 36$$

$$6^3 = 216$$

$$7^1 = 7$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$