- **ЕГЭ Профиль**/*Задание №7*

- 11 класс /Алгебра /
Логарифмические выражения

Логарифмические выражения

1. Свойства логарифмов. Задание 7 ЕГЭ Профиль

2. Свойства логарифмов

3. Тренировочные упражнения. Свойства логарифмов

4. Преобразование логарифмических выражений. Задания повышенной сложности

Содержание сборника:

1. Свойства логарифмов. Задание 7 ЕГЭ профиль

Примеры

Найдите значение выражения:

№1.	$(\log_5 625)\cdot(\log_8 512)$	**№2.**	$9\cdot 11^{\log_{11} 2}$
№3.	$343^{\log_7 3}$	**№4.**	$\log_{0,125} 64$
№5.	$\log_{25} 3125$	**№6.**	$\log_6 198-\log_6 5,5$
№7.	$\log_4 0,125+\log_{0,5} 32$	**№8.**	$\log_{0,6} 5-\log_{0,6} 3$
№9.	$\dfrac{\log_6 169}{\log_6 13}$	**№10.**	$\dfrac{\log_3 14}{\log_{81} 14}$
№11.	$\log_7 8\cdot\log_8 49$	**№12.**	$\dfrac{2^{\log_{11} 363}}{2^{\log_{11} 3}}$
№13.	$(1-\log_8 48)(1-\log_6 48)$	**№14.**	$104\log_3 \sqrt[8]{3}$
№15.	$\log_{\sqrt[4]{10}} 10$	**№16.**	$\dfrac{\log_6 108}{2+\log_6 3}$
№17.	$\dfrac{\log_7 2}{\log_7 4}+\log_4 0,5$	**№18.**	$\log_{2,5} 5\cdot\log_5 0,4$
№19.	$4^{\log_{16} 81}$	**№20.**	$\log^2_{\sqrt{11}} 121$
№21.	$9^{2+\log_9 2}$	**№22.**	$6^{2\log_6 14}$
№23.	$49^{\log_7 \sqrt{5}}$	**№24.**	$\log_{16}\log_6 36$
№25.	$\log_{\frac{1}{18}} \sqrt{18}$	**№26.**	$\log_7 24,5+\log_7 2$
№27.	$\dfrac{\log_9 \sqrt[5]{17}}{\log_9 17}$	**№28.**	$\dfrac{65}{9^{\log_9 5}}$
№29.	$\left(5^{\log_7 3}\right)^{\log_5 7}$	**№30.**	$\log_a\left(a^6b^{10}\right)$, если $\log_a b=8$
№31.	$\log_a\left(a^3b^8\right)$, если $\log_b a=\dfrac{1}{3}$	**№32.**	$\log_a \dfrac{a^9}{b^2}$, если $\log_a b=15$

№1. $(\log_5 625)\cdot(\log_8 512)=\log_5 5^4\cdot\log_8 8^3=4\cdot 3=12$

№2. $9\cdot 11^{\log_{11}2}=9\cdot 2=18$

№3. $343^{\log_7 3}=\left(7^3\right)^{\log_7 3}=\left(7^{\log_7 3}\right)^3=3^3=27$

№4. $\log_{0,125}64=x,\ \ 0,125^x=64,\ \ \left(\dfrac{1}{8}\right)^x=2^6,\ \ 2^{-3x}=2^6,\ \ -3x=6,\ \ x=-2$

№5. $\log_{25}3125=x,\ \ 25^x=3125,\ \ 5^{2x}=5^5,\ \ 2x=5,\ \ x=2,5$

№6. $\log_6 198-\log_6 5,5=\log_6\dfrac{198}{5,5}=\log_6\dfrac{396}{11}=\log_6 36=2$

№7. $\log_4 0,125+\log_{0,5}32=\log_{2^2}\dfrac{1}{8}+\log_{\frac{1}{2}}2^5=\log_{2^2}2^{-3}+\log_{2^{-1}}2^5=-\dfrac{3}{2}-\dfrac{5}{1}=-6,5$

№8. $\log_{0,6}5-\log_{0,6}3=\log_{0,6}\dfrac{5}{3}=\log_{0,6}\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-1}=\log_{0,6}(0,6)^{-1}=-1$

№9. $\dfrac{\log_6 169}{\log_6 13}=\log_{13}169=\log_{13}13^2=2$

№10. $\dfrac{\log_3 14}{\log_{81}14}=\dfrac{\log_{14}81}{\log_{14}3}=\log_3 81=\log_3 3^4=4$

№11. $\log_7 8\cdot\log_8 49=\log_7 49=2$

№12. $\dfrac{2^{\log_{11}363}}{2^{\log_{11}3}}=2^{\log_{11}363-\log_{11}3}=2^{\log_{11}\frac{363}{3}}=2^{\log_{11}121}=2^2=4$

№13. $(1-\log_8 48)(1-\log_6 48)=(\log_8 8-\log_8 48)(\log_6 6-\log_6 48)=\log_8\dfrac{8}{48}\cdot\log_6\dfrac{6}{48}=$

$=\log_8\dfrac{1}{6}\cdot\log_6\dfrac{1}{8}=\log_8 6^{-1}\cdot\log_6 8^{-1}=\log_8 6\cdot\log_6 8=1$

№14. $104\log_3\sqrt[8]{3}=104\cdot\log_3 3^{\frac{1}{8}}=\dfrac{104}{8}=13$

№15. $\log_{\sqrt[4]{10}}10=x,\ \ \left(\sqrt[4]{10}\right)^x=10,\ \ \left(10^{\frac{1}{4}}\right)^x=10^1,\ \ 10^{\frac{x}{4}}=10^1,\ \ \dfrac{x}{4}=1,\ \ x=4$

№16. $\dfrac{\log_6 108}{2+\log_6 3}=\dfrac{\log_6 108}{\log_6 36+\log_6 3}=\dfrac{\log_6 108}{\log_6 108}=1$

№17. $\dfrac{\log_7 2}{\log_7 4}+\log_4 0,5=\log_4 2+\log_4 0,5=\log_4 1=0$

№18. $\log_{2,5}5\cdot\log_5 0,4=\log_{2,5}0,4=\log_{\frac{5}{2}}\frac{2}{5}=\log_{\frac{5}{2}}\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}=-1$

№19. $4^{\log_{16}81}=4^{\log_{4^2}9^2}=4^{\log_4 9}=9$

№20. $\log^2_{\sqrt{11}}121=\left(\log_{11^{\frac{1}{2}}}11^2\right)^2=\left(\frac{2}{\frac{1}{2}}\right)^2=4^2=16$

№21. $9^{2+\log_9 2}=9^2\cdot 9^{\log_9 2}=81\cdot 2=162$

№22. $6^{2\log_6 14}=\left(6^{\log_6 14}\right)^2=14^2=196$

№23. $49^{\log_7\sqrt{5}}=7^{2\log_7\sqrt{5}}=\left(7^{\log_7\sqrt{5}}\right)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2=5$

№24. $\log_{16}\log_6 36=\log_{16}2=\log_{2^4}2^1=\frac{1}{4}=0,25$

№25. $\log_{\frac{1}{18}}\sqrt{18}=\log_{18^{-1}}18^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}:(-1)=-0,5$

№26. $\log_7 24,5+\log_7 2=\log_7(24,5\cdot 2)=\log_7 49=2$

№27. $\frac{\log_9\sqrt[5]{17}}{\log_9 17}=\log_{17}17^{\frac{1}{5}}=\frac{1}{5}=0,2$

№28. $\frac{65}{9^{\log_9 5}}=\frac{65}{5}=13$

№29. $\left(5^{\log_7 3}\right)^{\log_5 7}=\left(5^{\log_5 7}\right)^{\log_7 3}=7^{\log_7 3}=3$

№30. $\log_a\left(a^6b^{10}\right)=\log_a a^6+\log_a b^{10}=6+10\log_a b=6+10\cdot 8=86$, если $\log_a b=8$

№31. $\log_a\left(a^3b^8\right)=\log_a a^3+\log_a b^8=3+8\cdot\frac{1}{\log_b a}=3+8\cdot 3=27$, если $\log_b a=\frac{1}{3}$

№32. $\log_a\frac{a^9}{b^2}=\log_a a^9-\log_a b^2=9-2\log_a b=9-2\cdot 15=-21$, если $\log_a b=15$

▪ *Тест* 1. Свойства логарифмов. Задание 7 ЕГЭ Профиль

Найдите значение выражения:

	Вариант 1		Вариант 2
№1.	$(\log_6 216)\cdot(\log_9 729)$	№1.	$(\log_7 343)\cdot(\log_2 8)$
№2.	$19\cdot 12^{\log_{12} 10}$	№2.	$13\cdot 8^{\log_8 3}$
№3.	$729^{\log_9 5}$	№3.	$49^{\log_7 11}$
№4.	$\log_{0,1} 100000$	№4.	$\log_{0,04} 3125$
№5.	$\log_{20} 0,05$	№5.	$\log_{25} 125$
№6.	$\lg 250-\lg 2,5$	№6.	$\log_8 288-\log_8 4,5$
№7.	$\lg 0,01+\log_{0,5} 4$	№7.	$\log_8 64+\log_{0,1} 0,01$
№8.	$\log_{0,2} 25-\log_{0,2} 5$	№8.	$\log_{1,3} 10-\log_{1,3} 13$
№9.	$\dfrac{\log_2 196}{\log_2 14}$	№9.	$\dfrac{\log_3 1331}{\log_3 11}$
№10.	$\dfrac{\log_3 2}{\log_{27} 2}$	№10.	$\dfrac{\log_7 9}{\log_{49} 9}$
№11.	$\log_5 2\cdot\log_2 25$	№11.	$\log_4 11\cdot\log_{11} 16$
№12.	$\dfrac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}}$	№12.	$\dfrac{4^{\log_{10} 300}}{4^{\log_{10} 3}}$
№13.	$(1-\log_9 63)(1-\log_7 63)$	№13.	$(1-\log_6 24)(1-\log_4 24)$
№14.	$75\log_{11}\sqrt[5]{11}$	№14.	$133\log_{13}\sqrt[7]{13}$
№15	$\log_{\sqrt[9]{4}} 4$	№15	$\log_{\sqrt[7]{12}} 12$
№16.	$\dfrac{\log_2 80}{3+\log_2 10}$	№16.	$\dfrac{\log_2 96}{3+\log_2 12}$
№17.	$\dfrac{\log_4 10}{\log_4 9}+\log_9 0,1$	№17.	$\dfrac{\log_7 5}{\log_7 8}+\log_8 0,2$
№18.	$\log_{0,8} 3\cdot\log_3 1,25$	№18.	$\log_{1,25} 5\cdot\log_5 0,8$
№19.	$7^{\log_{49} 36}$	№19.	$6^{\log_{36} 16}$
№20.	$\log^3_{\sqrt{7}} 343$	№20.	$\log^2_{\sqrt{14}} 2744$
№21.	$5^{3+\log_5 2}$	№21.	$8^{2+\log_8 13}$
№22.	$7^{5\log_7 4}$	№22.	$6^{2\log_6 8}$
№23.	$81^{\log_9\sqrt{8}}$	№23.	$36^{\log_6\sqrt{9}}$
№24.	$\log_3\log_7 343$	№24.	$\log_5\log_3 243$
№25.	$\log_{\frac{1}{24}}\sqrt{24}$	№25.	$\log_{\frac{2}{11}}\sqrt{5,5}$
№26.	$\log_3 6,75+\log_3 4$	№26.	$\log_{11} 24,2+\log_{11} 5$
№27.	$\dfrac{\log_5\sqrt[4]{14}}{\log_5 14}$	№27.	$\dfrac{\log_2\sqrt{3}}{\log_2 9}$
№28.	$\dfrac{56}{6^{\log_6 7}}$	№28.	$\dfrac{78}{5^{\log_5 6}}$

№29.	$\left(7^{\log_5 2}\right)^{\log_2 5}$	№29.	$\left(3^{\log_5 7}\right)^{\log_7 5}$
№30.	$\log_a\left(a^3b^4\right)$, если $\log_a b = -1$	№30.	$\log_a\left(a^2b^9\right)$, если $\log_a b = -4$
№31.	$\log_a\left(ab^6\right)$, если $\log_b a = \dfrac{3}{20}$	№31.	$\log_a\left(a^2b^6\right)$, если $\log_b a = \dfrac{2}{11}$
№32.	$\log_a \dfrac{a^2}{b^{10}}$, если $\log_a b = 3$	№32.	$\log_a \dfrac{a^5}{b^8}$, если $\log_a b = -2$

- ***Ответы (тест)*** 1. Свойства логарифмов. Задание 7 ЕГЭ профиль

Вариант 1

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
9	190	125	-5	-1	2	-4	-1	2	3
№11	№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20
2	36	1	15	9	1	0	-1	6	216
№21	№22	№23	№24	№25	№26	№27	№28	№29	№30
250	1024	8	1	-0,5	3	0,25	8	7	-1
№31	№32								
41	-28								

Вариант 2

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
9	39	121	-2,5	1,5	2	4	-1	3	2
№11	№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20
2	16	1	19	7	1	0	-1	4	36
№21	№22	№23	№24	№25	№26	№27	№28	№29	№30
832	64	9	1	-0,5	2	0,25	13	3	-34
№31	№32								
35	21								

2. Свойства логарифмов

▪ *Примеры*

Найдите значение выражения:

№1.	$\log_{\sqrt{6}} \frac{1}{6}$	**№2.**	$\log^3_{\frac{1}{32}} 4$
№3.	$\sqrt{\left(-2\log_3 \frac{1}{9}\right)}$	**№4.**	$6^{\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}} 2}$
№5.	$\log_9 \log_4 \left(\sqrt[3]{4}\right)$	**№6.**	$\log_{\frac{16}{9}} \log_{27} 81$
№7.	$\log^2_4 \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49}$	**№8.**	$27^{\frac{1}{3\log_{16} 81}}$
№9.	$\log_{\frac{1}{4}} \left(\log_2 3 \cdot \log_3 4\right)$	**№10.**	$32^{\log_4 3 - 0,1 \cdot \log_2 3}$
№11.	$\dfrac{\left(3^{\log^2_{\sqrt{3}} 2} - 4^{\log_{\sqrt{3}} 2}\right)^2 - 1}{2}$	**№12.**	$\dfrac{3\log^2_3 45 - 2\log_3 45 \cdot \log_3 5 - \log^2_3 5}{3\log_3 45 + \log_3 5}$

№1. $\log_{\sqrt6}\frac16 = x,\quad \sqrt6^{\,x}=\frac16,\quad \left(6^{\frac12}\right)^x = 6^{-1},\quad 6^{\frac x2}=6^{-1},\quad \frac x2=-1,\quad x=-2$

№2. $\log^3_{\frac1{32}} 4 = \left(\log_{2^{-5}} 2^2\right)^3 = \left(\frac{2}{-5}\right)^3 = \frac{8}{-125} = \frac{8\cdot 8}{-125\cdot 8} = -0{,}064$

№3. $\sqrt{\left(-2\log_3\frac19\right)} = \sqrt{\left(-2\cdot\log_3 3^{-2}\right)} = \sqrt{(-2)\cdot(-2)} = \sqrt4 = 2$

№4. $6^{\log_{\frac{1}{\sqrt6}} 2} = ?$

1) $\frac{1}{\sqrt6} == 6^{-\frac12}$; 2) $\log_{6^{-\frac12}} 2^1 = \frac{1}{-\frac12}\log_6 2 = -2\log_6 2$; 3) $6^{-2\log_6 2} = \left(6^{\log_6 2}\right)^{-2} = 2^{-2} = \frac14 = 0{,}25$

№5. $\log_9\log_4\left(\sqrt[3]{4}\right)=?$

1) $\log_4\sqrt[3]4 = \log_4 4^{\frac13} = \frac13$; 2) $\log_9\frac13 = \log_{3^2}3^{-1} = \frac{-1}{2}\log_3 3 = -\frac12 = -0{,}5$

№6. $\log_{\frac{16}{9}}\log_{27}81 = \log_{\left(\frac43\right)^2}\log_{3^3}3^4 = \log_{\left(\frac43\right)^2}\frac43 = \frac12 = 0{,}5$

№7. $\log_4^2\log_{\frac17}\frac1{49} = \log_4^2\log_{7^{-1}}7^{-2} = \log_4^2\left(\frac{-2}{-1}\right) = \log_4^2 2 = \left(\log_{2^2}2^1\right)^2 = \left(\frac12\right)^2 = \frac14 = 0{,}25$

№8. $27^{\frac{1}{3\log_{16}81}} = ?$

1) $3\log_{16}81 = 3\log_{2^4}3^4 = 3\cdot\frac44\log_2 3 = 3\log_2 3$

2) $\frac{1}{3\log_2 3} = \frac13\cdot\frac{1}{\log_2 3} = \frac13\cdot\log_3 2$; 3) $27^{\frac13\cdot\log_3 2} = \left(3^3\right)^{\frac13\cdot\log_3 2} = 3^{\log_3 2} = 2$

№9. $\log_{\frac14}\left(\log_2 3\cdot\log_3 4\right) = \log_{2^{-2}}\left(\log_2 4\right) = \log_{2^{-2}}2^1 = \frac{1}{-2}\log_2 2 = -\frac12 = -0{,}5$

№10. $32^{\log_4 3 - 0{,}1\cdot\log_2 3} = 2^{5(\log_4 3-0{,}1\cdot\log_2 3)} = 2^{5\cdot\log_{2^2}3 - 5\cdot 0{,}1\cdot\log_2 3} = 2^{\frac52\log_2 3 - 0{,}5\log_2 3} = 2^{2{,}5\cdot\log_2 3 - 0{,}5\log_2 3} = 2^{2\log_2 3} =$

$= \left(2^{\log_2 3}\right)^2 = 3^2 = 9$

№11. $\frac{\left(3^{\log^2_{\sqrt3}2} - 4^{\log_{\sqrt3}2}\right)^2 - 1}{2} = ?$

1) $3^{\log^2_{\sqrt3}2} = 3^{\left(\log_{3^{\frac12}}2\right)^2} = 3^{\left(\frac{1}{\frac12}\log_3 2\right)^2} = 3^{(2\log_3 2)^2} = 3^{4\cdot\log_3^2 2} = \left(3^{\log_3 2}\right)^{4\log_3 2} = \left(2^4\right)^{\log_3 2} = 16^{\log_3 2}$

2) $4^{\log_{\sqrt3}2} = 4^{\log_{3^{\frac12}}2} = 4^{\frac{1}{\frac12}\log_3 2} = \left(4^2\right)^{\log_3 2} = 16^{\log_3 2}$; 3) $\frac{\left(16^{\log_3 2} - 16^{\log_3 2}\right)^2 - 1}{2} = -\frac12 = -0{,}5$

№12. $$\frac{3\log_3^2 45-2\log_3 45\cdot\log_3 5-\log_3^2 5}{3\log_3 45+\log_3 5}=?$$

1) $3\cdot\log_3^2 45=3\cdot\left(\log_3 9\cdot 5\right)^2=3\cdot\left(\log_3 9+\log_3 5\right)^2=3\cdot\left(2+\log_3 5\right)^2=$
$=3\cdot\left(4+4\log_3 5+\log_3^2 5\right)=12+12\log_3 5+3\log_3^2 5$

2) $2\log_3 45\cdot\log_3 5=2\left(\log_3 9\cdot 5\right)\cdot\log_3 5=2\left(2+\log_3 5\right)\cdot\log_3 5=$
$=\left(4+2\log_3 5\right)\log_3 5=4\log_3 5+2\log_3^2 5$

3) $12+12\log_3 5+3\log_3^2 5-4\log_3 5-2\log_3^2 5-\log_3^2 5=8\log_3 5+12=$
$=4\left(2\log_3 5+3\right)$

4) $3\left(2+\log_3 5\right)+\log_3 5=6+3\log_3 5+\log_3 5=6+4\log_3 5=2\left(3+2\log_3 5\right)$

5) $\dfrac{4\left(2\log_3 5+3\right)}{2\left(2\log_3 5+2\right)}=2$

▪ Тест 2. Свойства логарифмов

Вариант 1

№1.	$\lg\left(16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}}+36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}}\right)$	№2.	$2^{\log_3 5}\cdot 5^{3\log_3 0,5}\cdot 4^{\log_9 25}$
№3.	$\left(\left(1-\log_5^2 35\right)\log_{175} 5+\log_5 35\right)\cdot 2^{\log_2 5}$	№4.	$\log_{\pi^3}\dfrac{\pi^2}{a^3b^2}$ если $\log_{\pi^2}\dfrac{1}{a}=\log_{\pi^5}\dfrac{1}{b}=1$
№5.	$2\log_c a+3\log_c b$, если $\log_c a^4b^6=-18,\ \ a>0,\ \ b>0.$	№6.	$6\log_{\frac{a^3}{b}}\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}$, если $\log_a b=4$
№7.	$2^a\cdot a^{\log_{\sqrt{2}-1}\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)}$, если $a=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$	№8.	$\log_{16} 42\cdot\log_7 8-3\log_{49}\sqrt{6}$

Вариант 2 / Вариант 3

	Вариант 2		Вариант 3
№1.	$\log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt{3}$	№1.	$\log_{\frac{1}{16}}\dfrac{1}{4}$
№2.	$\log_2 0,25$	№2.	$\log_{25} 125$
№3.	$\log_3^2 9$	№3.	$\log_2^3 8$
№4.	$\log_3^4\dfrac{1}{9}$	№4.	$\log_{0,5}^2 4$
№5.	$\sqrt[3]{\log_2 256}$	№5.	$\sqrt{\log_3 81}$
№6.	$\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{8}} 27}$	№6.	$3^{\log_{3\sqrt{3}} 8}$
№7.	$\log_{\sqrt{2}}\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{9}$	№7.	$\log_{16}^3\log_3 81$
№8.	$\sqrt{7}^{\frac{2}{\log_{25} 7}}$	№8.	$3^{\frac{3}{\log_{3\sqrt[3]{6}} 3}}$
№9.	$25^{\frac{1}{2\log_{49} 25}}$	№9.	$4^{-\frac{2}{\log_5 4}}$
№10.	$\log_3 64\cdot\log_2\dfrac{1}{27}$	№10.	$\log_2\left(\log_{\sqrt{2}} 9\cdot\log_{\sqrt{3}} 2\right)$
№11.	$49^{1-\log_7 14}+5^{-\log_5 4}$	№11.	$81^{-\log_{\frac{1}{2}} 3\cdot\log_{\frac{1}{3}} 4+2,5}$
№12.	$0,8\cdot\left(1+9^{\log_3 8}\right)^{\log_{65} 5}$	№12.	$0,7\cdot\left(2+\left(\sqrt{3}\right)^{\log_3\frac{1}{16}}\right)^{\log_{\frac{9}{4}} 3}$
№13.	$5^{\frac{1}{\log_3 5}}\cdot 5^{\log_5^2 4}-3\cdot 4^{\log_5 4}+\lg 0,01$	№13.	$4^{\log_2 3}\cdot 3^{\log_3^2 2}-9\cdot 2^{\log_3 2}+2^{\log_4 9}$
№14.	$\left(3^{1+\frac{1}{2\log_4 3}}+8^{\frac{1}{3\log_9 2}}+1\right)^{0,5}$	№14.	$9^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt[4]{3}}+3\cdot 2^{\log_2^2 3}-3^{\log_2 3}\cdot\log_2 8$
№15.	$\dfrac{\log_5^2 7\sqrt{5}+2\log_5^2 7-3\log_3 7\sqrt{5}\cdot\log_5 7}{\log_5 7\sqrt{5}-\log_5 49}$	№15.	$\dfrac{\log_2^2 18-4\log_2^2 3+3\log_2 18+6\log_2 3}{\log_2 18+2\log_2 3}$

▪ *Ответы (тест)* 2. Свойства логарифмов

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3	
№1.	*2*	№1.	*-1,5*	№1.	*0,5*
№2.	*1*	№2.	*-2*	№2.	*1,5*
№3.	*5*	№3.	*4*	№3.	*27*
№4.	*6*	№4.	*16*	№4.	*4*
№5.	*-9*	№5.	*2*	№5.	*2*
№6.	*5*	№6.	*9*	№6.	*4*
№7.	*2*	№7.	*2*	№7.	*0,125*
№8.	*0,75*	№8.	*25*	№8.	*6*
		№9.	*7*	№9.	*0,04*
		№10.	*-18*	№10.	*3*
		№11.	*0,5*	№11.	*9*
		№12.	*4*	№12.	*2,1*
		№13.	*-2*	№13.	*3*
		№14.	*4*	№14.	*3*
		№15.	*0,5*	№15.	*4*

▪ *Решение (тест)* 2. Свойства логарифмов

Вариант 1

№1. $\lg\left(16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}}+36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}}\right)=2$

1) $16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}}=4^{2\log_4 6}=\left(4^{\log_4 6}\right)^2=6^2=36$; 2) $36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}}=36^{\log_6 8}=6^{2\log_6 8}=\left(6^{\log_6 8}\right)^2=8^2=64$

3) $\lg(36+64)=\lg 100=2$

№2. $2^{\log_3 5}\cdot 5^{3\log_3 0,5}\cdot 4^{\log_9 25}=1$

1) $2^{\log_3 5}=5^{\log_3 2}$; 2) $4^{\log_9 25}=4^{\log_{3^2}5^2}=4^{\log_3 5}=5^{\log_3 4}$

3) $5^{\log_3 2}\cdot 5^{3\log_3 0,5}\cdot 5^{\log_3 4}=5^{\log_3 2+3\log_3 2^{-1}+\log_3 2^2}=5^{\log_3 2-3\log_3 2+2\log_3 2}=5^0=1$

№3. $\left(\left(1-\log_5^2 35\right)\log_{175}5+\log_5 35\right)\cdot 2^{\log_2 5}=5$

1) $1-\log_5^2 35=(1-\log_5 35)(1+\log_5 35)=(\log_5 5-\log_5 35)(\log_5 5+\log_5 35)=$

$=\log_5\dfrac{5}{35}\cdot\log_5(5\cdot 35)=\log_5\dfrac{1}{7}\cdot\log_5 175=-\log_5 7\cdot\log_5 175;$

2) $-\log_5 7\cdot\log_5 175\cdot\log_{175}5=-\log_5 7$; 3) $\log_5 35-\log_5 7=\log_5\dfrac{35}{7}=\log_5 5=1$

4) $2^{\log_2 5}=5$; 5) $1\cdot 5=5$

№4. $\log_{\pi^3}\dfrac{\pi^2}{a^3b^2}$ если $\log_{\pi^2}\dfrac{1}{a}=\log_{\pi^5}\dfrac{1}{b}=1$

1) $\log_{\pi^2}\dfrac{1}{a}=1\Leftrightarrow\pi^2=\dfrac{1}{a}\Leftrightarrow a=\pi^{-2}$; $\log_{\pi^5}\dfrac{1}{b}=1\Leftrightarrow\pi^5=\dfrac{1}{b}\Leftrightarrow b=\pi^{-5}$

2) $\log_{\pi^3}\dfrac{\pi^2}{a^3b^2}=\log_{\pi^3}\pi^2-\log_{\pi^3}\left(a^3b^2\right)=\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{3}\log_\pi\left(\left(\pi^{-2}\right)^3\cdot\left(\pi^{-5}\right)^2\right)=\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{3}\cdot\log_\pi\left(\pi^{-6}\cdot\pi^{-10}\right)=$

$=\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{3}\log_\pi\pi^{-16}=\dfrac{2}{3}+\dfrac{16}{3}=\dfrac{18}{3}=6$

№5. $2\log_c a+3\log_c b$, если $\log_c a^4b^6=-18,\ \ a>0,\ \ b>0.$

$\log_6 a^4b^6=-18;\quad \log_c a^4+\log_c b^6=-18;\quad 4\log_c a+6\log_c b=-18;\quad 2\log_c a+3\log_c b=-9$

№6. $6\log_{\frac{a^3}{b}}\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}$, если $\log_a b=4$

$$6\cdot\frac{\log_a\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}}{\log_a\dfrac{a^3}{b}}=6\cdot\frac{\log_a a^{\frac{1}{2}}-\log_a b^{\frac{1}{3}}}{\log_a a^3-\log_a b}=6\cdot\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\cdot\log_a b}{3-\log_a b}=6\cdot\frac{\frac{1}{2}-\frac{4}{3}}{3-4}=6\cdot\frac{-\frac{5}{6}}{-1}=5$$

№7. $2^a\cdot a^{\log_{\sqrt{2}-1}\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)}$, если $a=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$

$$2^{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)^{2\cdot\log_{\sqrt{2}-1}\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)}=2^{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}\cdot\left(\left(\sqrt{2}-1\right)^{\log_{\sqrt{2}-1}\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)}\right)^2=2^{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}\cdot\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)^2=2^{2-2\sqrt{2}+1}\cdot 2^{2\sqrt{2}-2}=$$

$$=2^{3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-2}=2^1=2$$

№8. $\log_{16}42\cdot\log_7 8-3\log_{49}\sqrt{6}=0,75$

1) $\log_{16}42=\dfrac{\log_7 42}{\log_7 16}=\dfrac{\log_7 7\cdot 6}{\log_7 2^4}=\dfrac{1+\log_7 6}{4\log_7 2}$; 2) $\log_7 8=3\log_7 2$

3) $\dfrac{1+\log}{4\log_7 2}\cdot 3\log_7 2=\dfrac{3}{4}\left(1+\log_7 6\right)$; 4) $\log_{49}\sqrt{6}=\log_{7^2}6^{\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{4}\log_7 6$

5) $\dfrac{3}{4}\left(1+\log_7 6\right)-3\cdot\dfrac{1}{4}\log_7 6=\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{4}\log_7 6-\dfrac{3}{4}\log_7 6=\dfrac{3}{4}=0,75$

Вариант 2

№1. $\log_{\frac{1}{3}}3\sqrt{3}=\log_{3^{-1}}\left(3^1\cdot 3^{\frac{1}{2}}\right)=\log_{3^{-1}}3^{\frac{3}{2}}=\dfrac{\frac{3}{2}}{-1}=-1,5$ или

$\log_{\frac{1}{3}}3\sqrt{3}=x,\quad \left(\dfrac{1}{3}\right)^x=3\sqrt{3},\quad 3^{-x}=3^1\cdot 3^{\frac{1}{2}},\quad 3^{-x}=3^{\frac{3}{2}},\quad -x=\dfrac{3}{2},\quad x=-1,5$

№2. $\log_2 0,25=x,\quad 2^x=0,25,\quad 2^x=\dfrac{1}{4},\quad 2^x=2^{-2},\quad x=-2$

№3. $\log_3^2 9=\left(\log_3 9\right)^2=\left(\log_3 3^2\right)^2=2^2=4$

№4. $\log_3^4\dfrac{1}{9}=\left(\log_3 3^{-2}\right)^4=(-2)^4=16$

№5. $\sqrt[3]{\log_2 256}=\sqrt[3]{\log_2 2^8}=\sqrt[3]{8}=2$

№6. $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{8}}27}=9$

1) $\log_{\frac{1}{8}}27=\log_{2^{-3}}3^3=\dfrac{3}{-3}\log_2 3=-1\cdot\log_2 3$; 2) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1\cdot\log_2 3}=\left(2^{-2}\right)^{-\log_2 3}=2^{2\log_2 3}=\left(2^{\log_2 3}\right)^2=9$

№7. $\log_{\sqrt{2}}\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{9}=?;$ 1) $\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{9}=\log_{3^{-1}}3^{-2}=\frac{-2}{-1}=2;$ 2) $\log_{\sqrt{2}}2=\log_{2^{\frac{1}{2}}}2^{1}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$

№8. $\sqrt{7}^{\frac{2}{\log_{25}7}}=\left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{\log_{25}7}}=7^{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\log_{25}7}}=7^{\frac{1}{\log_{25}7}}$

1) $\log_{25}7=\log_{5^2}7^1=\frac{1}{2}\log_5 7;$ 2) $\frac{1}{\frac{1}{2}\log_5 7}=\frac{2}{\log_5 7}=2\cdot\log_7 5;$ 3) $7^{2\log_7 5}=\left(7^{\log_7 5}\right)^2=5^2=25$

№9. $25^{\frac{1}{2\log_{49}25}}=7$

1) $\log_{49}25=\log_{7^2}5^2=\log_7 5;$ 2) $\frac{1}{2\log_7 5}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\log_7 5}=\frac{1}{2}\cdot\log_5 7;$ 3) $25^{\frac{1}{2}\cdot\log_5 7}=\left(5^2\right)^{\frac{1}{2}\log_5 7}=7$

№10. $\log_3 64\cdot\log_2\frac{1}{27}=\log_3 2^6\cdot\log_2 3^{-3}=6\cdot\log_3 2\cdot(-3)\cdot\log_2 3=-18\cdot\log_3 2\cdot\log_2 3=-18$

№11. $49^{1-\log_7 14}+5^{-\log_5 4}=0,5$

1) $1-\log_7 14=\log_7 7-\log_7 14=\log_7\frac{7}{14}=\log_7\frac{1}{2}=\log_7 2^{-1}=-\log_7 2$

2) $49^{-\log_7 2}=7^{-2\cdot\log_7 2}=\left(7^{\log_7 2}\right)^{-2}=2^{-2}=\frac{1}{4}$

3) $5^{-\log_5 4}=\left(5^{\log_5 4}\right)^{-1}=4^{-1}=\frac{1}{4};$ 4) $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=0,5$

№12. $0,8\cdot\left(1+9^{\log_3 8}\right)^{\log_{65}5}=4$

1) $9^{\log_3 8}=3^{2\log_3 8}=\left(3^{\log_3 8}\right)^2=8^2=64;$ 2) $0,8(1+64)^{\log_{65}5}=0,8\cdot 65^{\log_{65}5}=0,8\cdot 5=4$

№13. $5^{\frac{1}{\log_3 5}}\cdot 5^{\log_5^2 4}-3\cdot 4^{\log_5 4}+\lg 0,01=?$

1) $5^{\frac{1}{\log_3 5}}=5^{\log_5 3}=3;$ 2) $5^{\log_5^2 4}=\left(5^{\log_5 4}\right)^{\log_5 4}=4^{\log_5 4};$ 3) $\lg 0,01=\lg 10^{-2}=-2;$

4) $3\cdot 4^{\log_5 4}-3\cdot 4^{\log_5 4}-2=-2$

№14. $\left(3^{1+\frac{1}{2\log_4 3}}+8^{\frac{1}{3\log_9 2}}+1\right)^{0,5}=4$

1) $\frac{1}{2\log_4 3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\log_4 3}=\frac{1}{2}\cdot\log_3 4;$ 2) $3^{1+\frac{1}{2}\cdot\log_3 4}=3\cdot 3^{\frac{1}{2}\log_3 4}=3\cdot\left(3^{\log_3 4}\right)^{\frac{1}{2}}=3\cdot 4^{\frac{1}{2}}=3\cdot\sqrt{4}=3\cdot 2=6$

3) $\frac{1}{3\log_9 2}=\frac{1}{3}\cdot\log_2 9;$ 4) $8^{\frac{1}{3}\log_2 9}=\left(2^3\right)^{\frac{1}{3}\cdot\log_2 9}=2^{\log_2 9}=9;$ 5) $(6+9+1)^{0,5}=16^{0,5}=\sqrt{16}=4$

№15. $$\frac{\log_5^2 7\sqrt{5}+2\log_5^2 7-3\log_3 7\sqrt{5}\cdot\log_5 7}{\log_5 7\sqrt{5}-\log_5 49}=0,5$$

1) $\log_5^2 7\sqrt{5}=\left(\log_5 7\sqrt{5}\right)^2=\left(\log_5 7+\log_5\sqrt{5}\right)^2=\left(\log_5 7+\log_5 5^{\frac{1}{2}}\right)^2=$

$=\left(\log_5 7+\dfrac{1}{2}\right)^2=\left(0,5+\log_5 7\right)^2=0,25+\log_5 7+\log_5^2 7$

2) $3\cdot\log_3 7\sqrt{5}\cdot\log_5 7=3\cdot\left(0,5+\log_5 7\right)\cdot\log_5 7=\left(1,5+3\log_5 7\right)\cdot\log_5 7=1,5\log_5 7+3\log_5^2 7$

3) $0,25+\log_5 7+\log_5^2 7+2\log_5^2 7-1,5\log_5 7-3\log_5^2 7=0,25-0,5\log_5 7=0,5\left(0,5-\log_5 7\right)$

4) $\log_5 7\sqrt{5}-\log_5 49=\log_5 7+\log_5 5^{\frac{1}{2}}-\log_5 7^2-\log_5 7-2\log_5 7+\dfrac{1}{2}=0,5-\log_5 7$

5) $\dfrac{0,5\left(0,5-\log_5 7\right)}{0,5-\log_5 7}=0,5$

Вариант 3

№1. $\log_{\frac{1}{16}}\dfrac{1}{4}=\log_{4^{-2}}4^{-1}=\dfrac{-1}{-2}\log_4 4=\dfrac{1}{2}=0,5$

№2. $\log_{25}125=\log_{5^2}5^3=\dfrac{3}{2}\log_5 5=1,5$

№3. $\log_2^3 8=\left(\log_2 2^3\right)=3^3=27$

№4. $\log_{0,5}^2 4=\left(\log_{\frac{1}{2}}4\right)^2=\left(\log_{2^{-1}}2^2\right)^2=\left(\dfrac{2}{-1}\log_2 2\right)^2=(-2)^2=4$

№5. $\sqrt{\log_3 81}=\sqrt{\log_3 3^4}=\sqrt{4}=2$

№6. $3^{\log_{3\sqrt{3}}8}=4$

1) $3\sqrt{3}=3^1\cdot 3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{3}{2}}$; 2) $\log_{3^{\frac{3}{2}}}2^3=\dfrac{3}{\frac{3}{2}}\log_3 2=2\cdot\log_3 2$; 3) $3^{2\log_3 2}=\left(3^{\log_3 2}\right)^2=2^2=4$

№7. $\log_{16}^3\log_3 81=\log_{16}^3\log_3 3^4=\log_{16}^3 4=\left(\log_{4^2}4^1\right)^3=\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}=0,125$

№8. $3^{\frac{3}{\log_{\sqrt[3]{6}}3}}=6$

1) $\log_{\sqrt[3]{6}}3=\log_{6^{\frac{1}{3}}}3^1=\dfrac{1}{\frac{1}{3}}\log_6 3=3\log_6 3$; 2) $\dfrac{3}{3\log_6 3}=\dfrac{1}{\log_6 3}=\log_3 6$; 3) $3^{\log_3 6}=6$

№9. $4^{-\frac{2}{\log_5 4}}=4^{-2\cdot\log_4 5}=\left(4^{\log_4 5}\right)^{-2}=5^{-2}=\dfrac{1}{25}=0,04$

№10. $\log_2\left(\log_{\sqrt{2}}9\cdot\log_{\sqrt{3}}2\right)=3$

1) $\log_{\sqrt{2}}9\cdot\log_{\sqrt{3}}2=\log_{2^{\frac{1}{2}}}3^2\cdot\log_{3^{\frac{1}{2}}}2^1=\frac{2}{\frac{1}{2}}\log_2 3\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}}\log_3 2=4\log_2 3\cdot 2\log_3 2=8\log_2 3\cdot\log_3 2=8$

2) $\log_2 8=\log_2 2^3=3$

№11. $81^{-\log_{\frac{1}{2}}3\cdot\log_{\frac{1}{3}}4+2,5}=9$

1) $-\log_{2^{-1}}3\cdot\log_{3^{-1}}2^2=-(-1)\log_2 3\cdot\left(\frac{2}{-1}\right)\log_3 2=-2\log_2 3\cdot\log_3 2=-2$

2) $81^{-2+2,5}=\left(3^4\right)^{0,5}=3^2=9$

№12. $0,7\cdot\left(2+\left(\sqrt{3}\right)^{\log_3\frac{1}{16}}\right)^{\log_{\frac{9}{4}}3}=2,1$

1) $\sqrt{3}^{\log_3\frac{1}{16}}=3^{\frac{1}{2}\log_3 4^{-2}}=3^{\frac{1}{2}\cdot(-2)\log_3 4}=3^{-1\cdot\log_3 4}=3^{\log_3\frac{1}{4}}=\frac{1}{4}$

2) $\left(2+\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{9}{4}}3}=\left(\frac{9}{4}\right)^{\log_{\frac{9}{4}}3}=3;$ 3) $0,7\cdot 3=2,1$

№13. $4^{\log_2 3}\cdot 3^{\log_3^2 2}-9\cdot 2^{\log_3 2}+2^{\log_4 9}=3$

1) $4^{\log_2 3}=2^{2\cdot\log_2 3}=\left(2^{\log_2 3}\right)^2=3^2=9;$ 2) $3^{\log_3^2 2}=\left(3^{\log_3 2}\right)^{\log_3 2}=2^{\log_3 2}$

3) $2^{\log_4 9}=2^{\log_{2^2}3^2}=2^{\log_2 3}=3;$ 4) $9\cdot 2^{\log_3 2}-9\cdot 2^{\log_3 2}+3=3$

№14. $9^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt[4]{3}}+3\cdot 2^{\log_2^2 3}-3^{\log_2 3}\cdot\log_2 8=3$

1) $9^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt[4]{3}}=3^{2\log_{3^{\frac{1}{2}}}3^{\frac{1}{4}}}=3^{2\cdot\left(\frac{1}{4}:\frac{1}{2}\right)}=3^{2\cdot\frac{1}{2}}=3;$ 2) $3\cdot 2^{\log_2^2 3}=3\cdot\left(2^{\log_2 3}\right)^{\log_2 3}=3\cdot 3^{\log_2 3}$

3) $\log_2 8=\log_2 2^3=3;$ 4) $3+3\cdot 3^{\log_2 3}-3\cdot 3^{\log_2 3}=3$

№15. $\dfrac{\log_2^2 18-4\log_2^2 3+3\log_2 18+6\log_2 3}{\log_2 18+2\log_2 3}=4$

1) $\log_2^2 178-4\log_2^2 3=\left(\log_2 18-2\log_2 3\right)\left(\log_2 18+2\log_2 3\right)=$

$=\left(\log_2 18-\log_2 9\right)\left(\log_2 18+\log_2 3^2\right)=\log_2\frac{18}{9}\cdot\log_2(18\cdot 9)=\log_2 2\cdot\log_2\left(9^2\cdot 2\right)=$

$=\log_2 2+\log_2 9^2=1+2\log_2 9$

2) $3\log_2 18+6\log_2 3=3\left(\log_2 18+2\log_2 3\right)=3\left(\log_2(2\cdot 9)+\log_2 9\right)=3\left(1+\log_2 9+\log_2 9\right)=$

$=3\left(1+2\log_2 9\right)$

3) $1+2\log_2 9+3\left(1+2\log_2 9\right)=4\left(1+2\log_2 9\right)$

4) $\log_2 18+2\log_2 3=\log_2 2+\log_2 9+\log_2 9=1+2\log_2 9;$ 5) $\dfrac{4\left(1+2\log_2 9\right)}{1+2\log_2 9}=4$

3. Тренировочные упражнения. Свойства логарифмов

▪ *Банк заданий*

Найдите значение выражения:

№1. $(0,01)^{\lg 0,2-0,5}+\left(\sqrt{10}\right)^{\lg 25+2}$

№2. $(0,2)^{0,5\cdot\log_5 4-\log_{25}16}$

№3. $3^{(0,5\cdot\log_9 16+\log_3 6)}$

№4. $25^{1,5\log_5 3+4\log_{625}7}$

№5. $3\cdot\left(\dfrac{\sqrt{10}}{10}\right)^{\lg 9-2}$

№6. $8^{\left(\frac{2}{3}\log_2 27-\frac{1}{2}\log_2 9\right)}$

№7. $49^{1-\log_7 2}+(0,2)^{\frac{2}{\log_2 5}}$

№8. $(0,5)^{\log_{\frac{1}{4}}9+2\log_2\frac{1}{3}}$

№9. $81^{\frac{1}{\log_5 3}}-27^{\frac{1}{\log_6 3}}+9^{\frac{1}{\log_7 3}}$

№10. $\left(25^{\frac{1}{\log_3 5}}+16^{\frac{1}{\log_{\sqrt{3}}2}}\right):49^{\frac{1}{\log_{\sqrt{6}}7}}$

№11. $8^{\frac{2}{3}\log_2 27+\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}9}$

№12. $\left(81^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\log_9 4}+25^{\log_{125}8}\right)\cdot 49^{\log_7 2}$

№13. $27^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt[6]{3}}+4\cdot 5^{\log_5^2 2}-2^{\log_5 2}\cdot\log_2 16$

№14. $\log_{\sqrt[3]{5}}\left(125\cdot\sqrt[4]{5}\cdot 3^{\log_{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[3]{25}}\right)$

№15. $\log_{\sqrt[4]{4}}\left(\dfrac{1}{16}\sqrt[4]{2}\cdot 5^{\log_{0,04}\sqrt[4]{8}}\right)$

№16. $\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{7}}}\left(\sqrt[3]{49}\cdot\sqrt{56}\cdot 8^{\log_{0,5}\sqrt[3]{49}-0,5}\right)$

№17. $\dfrac{\left(5^{\log_{\sqrt{5}}\left(3+\sqrt{2}\right)}-49^{\log_7\left(3-\sqrt{2}\right)}\right)2^{\log_3 7\sqrt{3}}}{7^{\log_3 6}}$

№18. $\dfrac{3^{\log_5 20}}{5^{\log_5 3+\log_2 3}}+25^{\log_5\left(2+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}+2^{\log_{\sqrt{2}}\left(2-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}$

№19. $5^{\log_{\frac{1}{5}}\frac{1}{2}}+\log_{\sqrt{2}}\dfrac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}+\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{10+2\sqrt{21}}$

№20. $9^{\log_3\cos\frac{\pi}{6}-\log_2\sin\frac{\pi}{6}}$

№21. $2^{\log_{\frac{1}{3}}ctg\frac{\pi}{6}+3\log_4\sin\frac{5\pi}{6}}$

№22. $625^{\log_3 ctg\frac{\pi}{3}+\log_{\frac{1}{4}}\cos\frac{\pi}{4}}$

№23. Найдите $y=9^b$, если $b=0,5\cdot\left(\log_{0,2}5+\log_3 2+1\right)$

№24. Найдите a, если $3\cdot\log_8 a=\left(\log_5 2-\log_{0,2}4\right)^{-1}+\log_2\sqrt[3]{25}$.

№25. Найдите $y=8^b$, если $b=\left[0,5\cdot\left(\log_3 16+\log_{\sqrt{3}}2\right)\right]^{-1}$

№26. Вычислить M и N, если $M=3^{4\log_9\sin\frac{8\pi}{3}}$; $N=5^{3\log_{\sqrt{5}}tg\frac{5\pi}{4}}$. В ответе записать меньшее число.

№27. Найдите числа A и B, если

$A=\log_{0,25}\sqrt[3]{4\cos^2\dfrac{19\pi}{4}+6tg\dfrac{9\pi}{4}}$,

$B=\log_{\sqrt[9]{2}}\sqrt[20]{\sin\dfrac{17\pi}{6}}$. В ответе запишите большее число.

№28. $\dfrac{\log_2 56}{\log_{224}2}-\dfrac{\log_2 448}{\log_{28}2}$

№29. $\log_3 12-\log_3 7\cdot\log_5 4\cdot\log_7 5$

№30. $\log_3 36-\log_3 6\cdot\log_{13}4\cdot\log_6 13$

№31. $\dfrac{\log_3 5\cdot\log_5 8}{\log_7 5\cdot\log_5 2\cdot\log_3 7}+2$

№32. $2-\log_4 5\left(\dfrac{\log_5 4}{\log_4 8}+\dfrac{2\log_8 4}{\log_4 5}\right)$

№33. $\left(\dfrac{\log_6 3}{\log_5 7}+\dfrac{\log_7 5}{\log_3 6}\right)\log_5 7+\log_6 24$

№34. $\log_6 8\left(\dfrac{2\log_3 5}{\log_6 8}-\dfrac{\log_8 6}{\log_5 3}\right)-\log_3 225$

№35. $\dfrac{\log_7^2 14+(\log_7 14)\cdot(\log_7 2)-2\log_7^2 2}{\log_7 14+2\log_7 2}$

№36. $(\log_5 2+\log_2 5+2)(\log_5 2-\lg 2)\cdot\log_2 5-$
$-\log_5 50$

№37. $\dfrac{\log_5^2 15-\log_5^3 3+2\log_5 15+2\log_5 3}{\log_5 15+\log_5 3}$

№38. $\dfrac{\sqrt{\log_2 48-4\sqrt{\log_2 3}}-3}{\sqrt{\log_2 6+2\sqrt{\log_2 3}}}-1$

№39. $\sqrt{4\log_2 10-12\sqrt{\log_2 5}+5}-$
$-\sqrt{4\log_2 10-4\sqrt{\log_2 5}-3}$

№40. $\dfrac{\log_8 24+\log_3 24}{\log_3\sqrt{24}\cdot\log_8 24}$

№41. $\dfrac{\log_3 74}{\log_{225} 74}-2\log_3 5$

№42. $\dfrac{\log_3 324}{\log_{135} 3}-\dfrac{\log_3 405}{\log_{108} 3}+\log_3(2{,}4)$

№43. $\left(\dfrac{\log_2 12\cdot\log_4 8}{\log_7 3}+\dfrac{\log_3 7\cdot\log_2 12}{\log_8 4}+\dfrac{\log_4 8\cdot\log_3 7}{\log_{12} 2}\right)\cdot\dfrac{\log_7 3}{\log_2 12}-\log_{16} 64$

№44. $\dfrac{\log_2 12+\dfrac{1}{\log_{12} 2}}{\log_7 4}\cdot\log_7 2-\log_2 6$

№45. $\left(\dfrac{2\cdot\log_6 9}{\log_4 5}-\dfrac{\log_5 4}{\log_9 6}\right)\cdot\dfrac{1}{\log_5 4}+2\cdot\log_6 2$

№46. Найдите $\log_{abc} x$, если
$\log_a x=2,\ \log_b x=3,\ \log_c x=6$.

№47. Найдите $\log_c x-$, если
$\log_a x=\dfrac{1}{2},\ \log_b x=\dfrac{1}{4},\ \log_{abc} x=1$.

№48. **Найдите** $\left(\log_{\frac{a}{b}} c+\log_{ab} c\right)\cdot\left(\log_c^2 b-\log_c^2 a\right)+\left(\log_b\sqrt{c}\right)^{-1}$**, если** $a=0{,}15;\ b=1{,}2;\ c=4$.

№49. **Найдите** $a^{\left(\log_{a^2} b^3+\frac{3}{\log_c a^2}+3\cdot\log_c(bc)\cdot\log_a\sqrt{c}\right)}$**, если** $a=11,\ b=\sqrt[6]{3},\ c=\sqrt[6]{12}$.

№50. **Найдите** $\dfrac{\log_a^2(bc)-\left(\dfrac{\log_a b^2}{\log_c a}+2\log_a^2 c\right)}{\log_a b-\log_a c}$**, если** $a=3,\ b=2{,}5,\ c=3{,}6$.

№51. **Найдите** $\log_{a\sqrt{b}}\dfrac{\sqrt{b}}{a^2}+\log_{b\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\right)+\dfrac{1}{4}\log_{\sqrt{a}} a^2$, если $\log_{\frac{a}{b}}(ab)=3$.

№52. **Найдите** $3\cdot\log_{\frac{a^3}{b}}\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}+\log_{\frac{a^3}{b}} b$, если $\log_{ab}\dfrac{a}{b}=-\dfrac{1}{3}$.

№53. **Найдите** $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{b}}+\dfrac{1}{4}\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\left(b\sqrt{a}\right)=?$, если $\log_{\sqrt{ab}}\left(\dfrac{a}{b}\right)^2=-\dfrac{4}{3}$.

▪ *Ответы (банк заданий)* 3. Тренировочные упражнения. Свойства логарифмов

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
300	2	12	1323	10	27	12,5	27	458	3
№11	№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20
27	19	3	7,75	-7,75	2,5	3	9	6	6,75
№21	№22	№23	№24	№25	№26	№27	№28	№29	№30
0,25	0,2	2	5	3	0,75	-0,45	3	1	2
№31	№32	№33	№34	№35	№36	№37	№38	№39	№40
5	0	3	-1	1	-1	3	-3	-2	2
№41	№42	№43	№44	№45	№46	№47	№48	№49	№50
2	1	3	1	2	1	-0,2	3	6	2
№51	№52	№53							
0,85	1,5	-0,625							

▪ *Решение (банк заданий)* 3. Тренировочные упражнения. Свойства логарифмов

№1.

$$(0,01)^{\lg 0,2-0,5}+\left(\sqrt{10}\right)^{\lg 25+2}=\left(\frac{1}{100}\right)^{\lg 0,2-0,5}+\left(10^{\frac{1}{2}}\right)^{\lg 25+2}=10^{-2(\lg 0,2-0,5)}+10^{\frac{1}{2}(\lg 25+2)}=$$

$$=10^{\lg 0,2^{-2}+1}+10^{\lg 25^{\frac{1}{2}}+1}=\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\cdot 10+5\cdot 10=250+50=300$$

№2.

$$(0,2)^{0,5\cdot\log_5 4-\log_{25}16}=0,2^{\log_5 2-\log_{25}16}=5^{-\log_5 2+\log_{25}16}=5^{\log_5 2^{-1}}\cdot 5^{\log_{25}16}=\frac{1}{4}\cdot 4=2$$

№3.

$$3^{(0,5\cdot\log_9 16+\log_3 6)}=3^{\log_9 4}\cdot 3^{\log_3 6}=4^{\log_9 3}\cdot 6=4\cdot\frac{1}{2}\cdot 6=12$$

№4.

$$25^{1,5\log_5 3+4\log_{625}7}=5^{2(1,5\log_5 3+4\log_{625}7)}=5^{\log_5 3^3+8\log_{625}7}=27\cdot 5^{\log_{625}7^8}=27\cdot 5^{\log_{5^4}7^8}=27\cdot 5^{\frac{8}{4}\log_5 7}=$$

$$=27\cdot 5^{\log_5 49}=27\cdot 49=1323$$

№5.

$$3\cdot\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right)^{\lg 9-2}=3\cdot\left(10^{\frac{1}{2}}\cdot 10^{-1}\right)^{\lg 9-2}=3\cdot\left(10^{-\frac{1}{2}}\right)^{\lg 9-2}=3\cdot 10^{\lg 9^{-\frac{1}{2}}+1}=3\cdot 10\cdot 10^{\lg\frac{1}{3}}=10$$

№6.

$$8^{\left(\frac{2}{3}\log_2 27-\frac{1}{2}\log_2 9\right)}=2^{3\cdot\frac{2}{3}\log_2 27-\frac{3}{2}\log_2 9}=2^{\log_2 27^2-\log_2 9^{\frac{3}{2}}}=\frac{27^2}{\left(3^2\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{27^2}{27}=27$$

№7.

$$49^{1-\log_7 2}+(0,2)^{\frac{2}{\log_2 5}}=49\cdot 7^{-2\log_7 2}+\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{\log_2 5}}=$$

$$=49\cdot 7^{\log_7\frac{1}{4}}+5^{-2\log_5 2}=\frac{49}{4}+5^{\log_5\frac{1}{4}}=\frac{49}{4}+\frac{1}{4}=\frac{50}{4}=12,5$$

№8.

$$(0,5)^{\log_{\frac{1}{4}}9+2\log_2\frac{1}{3}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\left(\frac{1}{2}\right)^2}3^2+\log_2\frac{1}{9}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}}3}\cdot\left(2^{-1}\right)^{\log_2\frac{1}{9}}=3\cdot 2^{\log 9}=3\cdot 9=27$$

№9.

$$81^{\frac{1}{\log_5 3}}-27^{\frac{1}{\log_6 3}}+9^{\frac{1}{\log_7 3}}=3^{4\log_3 5}-3^{3\log_3 6}+3^{2\log_3 7}=5^4-6^3+7^2=625-216+49=458.$$

№10.

$$\left(25^{\frac{1}{\log_3 5}}+16^{\frac{1}{\log_{\sqrt{3}}2}}\right):49^{\frac{1}{\log_{\sqrt{6}}7}}=\left(25^{\log_5 3}+16^{\log_2\sqrt{3}}\right):49^{\log_7\sqrt{6}}=\left(5^{\log_5 9}+2^{\log_2 9}\right):7^{\log_7 6}=(9+9):6=3$$

№11. $8^{\frac{2}{3}\log_2 27+\frac{1}{2}\log_{\frac12} 9} = 2^{2\log_2 27+\frac{3}{2}\log_{\frac12} 9} = 3^6\cdot 2^{-\log_2 9^{\frac32}} = 3^6\cdot 3^{-3}=3^3=27$

№12. $\left(81^{\frac14-\frac12\log_9 4}+25^{\log_{125}8}\right)\cdot 49^{\log_7 2} = \left(3^{4\left(\frac14-\frac12\log_{3^2}2^2\right)}+5^{2\log_{5^3}2^3}\right)\cdot 7^{2\log_7 2} = \left(3^{1-2\log_3 2}+5^{2\log_5 2}\right)\cdot 4 =$

$=\left(\frac34+4\right)\cdot 4=19$

№13. $27^{\log_{\sqrt3}\sqrt[6]{3}}+4\cdot 5^{\log_5^2 2}-2^{\log_5 2}\cdot\log_2 16 = 3^{3\log_{\sqrt3}\sqrt[6]{3}}+4\cdot 5^{\log_5 2\cdot\log_5 2}-4\cdot 2^{\log_5 2}=$

$=3^{\log_{\sqrt3}(\sqrt[6]{3})^3}+4\cdot 2^{\log_5 2}-4\cdot 2^{\log_5 2}=3$

№14. $\log_{\sqrt[3]{5}}\left(125\cdot\sqrt[4]{5}\cdot 3^{\log_{\frac13}\cdot\sqrt[3]{25}}\right)=\log_{5^{\frac13}}5^3+\log_{5^{\frac13}}5^{\frac14}+\log_{\sqrt[3]{5}}\left(3^{\log_{\frac13}\sqrt[3]{25}}\right)=3:\frac13+\frac14:\frac13+\log_{\sqrt[3]{5}}\left(3^{\log_{3^{-1}}5^{\frac23}}\right)=$

$=9+\frac34+\log_{5^{\frac13}}3^{\log_3 5^{-\frac23}}=9,75+\log_{5^{\frac13}}5^{-\frac23}=9,75-\frac23:\frac13=9,75-2=7,75$

№15. $\log_{\sqrt[4]{4}}\left(\frac{1}{16}\sqrt[4]{2}\cdot 5^{\log_{0,04}\sqrt[4]{8}}\right)=\log_{2^{\frac12}}\frac1{16}+\log_{2^{\frac12}}2^{\frac14}+\log_{2^{\frac12}}5^{\log_{\frac1{25}}2^{\frac34}}=-4:\frac12+\frac14:\frac12+\log_{2^{\frac12}}5^{\log_{5^{-2}}2^{\frac34}}=$

$=-8+\frac12+\log_{2^{\frac12}}5^{\frac34:(-2)\log_5 2}=-7,5+\log_{2^{\frac12}}2^{-\frac38}=-7,5-\frac38:\frac12=-7,5-\frac34=-7,75$

№16. $\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{7}}}\left(\sqrt[3]{49}\cdot\sqrt{56}\cdot 8^{\log_{0,5}\sqrt[3]{49}-0,5}\right)=\log_{7^{-\frac13}}7^{\frac23}+\log_{7^{-\frac13}}7^{\frac12}+\log_{7^{-\frac13}}8^{\frac12}+\log_{7^{-\frac13}}8^{\log_{\frac12}7^{\frac23}}+\log_{7^{-\frac13}}8^{-\frac12}=$

$=\frac23:\left(-\frac13\right)+\frac12:\left(-\frac13\right)+\frac32:\left(-\frac13\right)\log_7 2+\log_{7^{-\frac13}}2^{\log_{2^{-1}}7^2}+\left(-\frac32\right):\left(-\frac13\right)\log_7 2=$

$=-2-\frac32-\frac92\log_7 2+\frac92\log_7 2+\log_{7^{-\frac13}}2^{-2\log_2 7}=-3,5+\log_{7^{-\frac13}}2^{\log_2 7^{-2}}=-3,5+\log_{7^{-\frac13}}7^{-2}=$

$=-3,5+(-2):\left(-\frac13\right)=-3,5+6=2,5$

№17. $\frac{\left(5^{\log_{\sqrt5}(3+\sqrt2)}-49^{\log_7(3-\sqrt2)}\right)2^{\log_3 7\sqrt3}}{7^{\log_3 6}}-\frac37=\frac{\left(5^{2\log_5(3+\sqrt2)}-7^{2\log_7(3-\sqrt2)}\right)\cdot 2^{\log_3 3^{\frac12}+\log_3 7}}{7^{\log_3 3\cdot 2}}-\frac37=$

$=\frac{\left((3+\sqrt2)^2-(3-\sqrt2)^2\right)2^{\frac12}\cdot 2^{\log_3 7}}{7\cdot 7^{\log_3 2}}-\frac37=\frac{(3+\sqrt2-3+\sqrt2)(3+\sqrt2+3-\sqrt2)\sqrt2\cdot 7^{\log_3 2}}{7\cdot 7^{\log_3 2}}-\frac37=$

$=\frac{12\sqrt2\cdot\sqrt2}{7}-\frac37=\frac{24-3}{7}=\frac{21}{7}=3$

№18. $\frac{3^{\log_5 20}}{5^{\log_5 3+\log_2 3}}+25^{\log_5\left(2+\frac1{\sqrt3}\right)}+2^{\log_{\sqrt2}\left(2-\frac1{\sqrt3}\right)}=\frac{3^{\log_5 5\cdot4}}{4^{\log_5 3}\cdot 2^{\log_2 9}}+5^{\log_5\left(2+\frac1{\sqrt3}\right)^2}+2^{\log_2\left(2-\frac1{13}\right)^2}=$

$=\frac{3\cdot 3^{\log_5 4}}{3^{\log_5 4}\cdot 9}+4+\frac4{\sqrt3}+\frac13+4-\frac4{\sqrt3}+\frac13=8+1=9$

№19. $5^{\log_{\frac{1}{5}}\frac{1}{2}}+\log_{\sqrt{2}}\dfrac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}+\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{10+2\sqrt{21}}=$

$=5^{\log_5 2}+2\log_2 4-2\log_2\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)-\log_2 1+\log_2\left(10+2\sqrt{21}\right)=$

$=2+4-\log_2\left(10+2\sqrt{21}\right)+\log_2\left(10+2\sqrt{21}\right)=6$

№20. $9^{\log_3\cos\frac{\pi}{6}-\log_2\sin\frac{\pi}{6}}=9^{\log_3\frac{\sqrt{3}}{2}-\log_2\frac{1}{2}}=3^{2\left(\log_3\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)}=3^{\log_3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\cdot 9=\dfrac{3}{4}\cdot 9=\dfrac{27}{4}=6,75$

№21. $2^{\log_{\frac{1}{3}}ctg\frac{\pi}{6}+3\log_4\sin\frac{5\pi}{6}}=0,25$

1) $ctg\dfrac{\pi}{6}=\sqrt{3},\ \sin\dfrac{5\pi}{6}=\sin\left(\pi-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2};$ 2) $2^{\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{3}}=2^{\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}}=2^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

3) $2^{3\log_4\frac{1}{2}}=2^{-3\cdot\frac{1}{2}\log_2 2}=2^{-\frac{3}{2}};$ 4) $2^{-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}}=2^{-2}=\dfrac{1}{4}=0,25$

№22. $625^{\log_3 ctg\frac{\pi}{3}+\log_{\frac{1}{4}}\cos\frac{\pi}{4}}=625^{-\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{\sqrt[4]{625}}=\dfrac{1}{5}=0,2$

1) $\log_3 ctg\dfrac{\pi}{3}+\log_{\frac{1}{4}}\cos\dfrac{\pi}{4}=\log_3\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\log_{\frac{1}{4}}\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\log_3 3^{-\frac{1}{2}}+\log_{\frac{1}{4}}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}:2=-\dfrac{1}{4}$

№23. $y=9^b$, где $b=0,5\cdot\left(\log_{0,2}5+\log_3 2+1\right)=\dfrac{1}{2}\left(\log_{\frac{1}{5}}5+\log_3 2+\log_3 3\right)=\dfrac{1}{2}\left(-1+\log_3 2\cdot 3\right)=$

$=\dfrac{1}{2}\left(\log_3 6-\log_3 3\right)=\dfrac{1}{2}\log_3\dfrac{6}{5}=\dfrac{1}{2}\log_3 2;$ $\quad y=9^{\frac{1}{2}\log_3 2}=\left(3^2\right)^{\frac{1}{2}\log_3 2}=2$

№24. $a-?,\ 3\cdot\log_8 a=\left(\log_5 2-\log_{0,2}4\right)^{-1}+\log_2\sqrt[3]{25}$

1) $\log_5 2-\dfrac{\log_5 4}{\log_5\frac{1}{5}}=\log_5 2+\log_5 4=\log_5 8;$ 2) $\left(\log_5 8\right)^{-1}=\dfrac{1}{\log_5 8}=\log_8 5=\log_{2^3}5^1=\dfrac{1}{3}\log_2 5$

3) $\log_2\sqrt[3]{25}=\log_2 5^{\frac{2}{3}}=\dfrac{2}{3}\log_2 5;$ 4) $\dfrac{1}{3}\log_2 5+\dfrac{2}{3}\log_2 5=\log_2 5$

5) $3\cdot\log_8 a=\log_2 5;\ 3\cdot\dfrac{\log_2 a}{\log_2 8}=3\cdot\dfrac{\log_2 a}{3}=\log_2 a$

6) $\log_2 a=\log_2 5\Rightarrow a=5$

№25. $y=8^b$, где $b=\left[0,5\cdot\left(\log_3 16+\log_{\sqrt{3}}2\right)\right]^{-1}$

1) $\log_{\sqrt{3}}2=\log_{3^{\frac{1}{2}}}2^1=\dfrac{1}{\frac{1}{2}}\log_3 2=2\cdot\log_3 2;$ 2) $\log_3 16=\log_3 2^4=4\log_3 2$

3) $2\log_3 2+4\log_3 2=6\log_3 2;$ 4) $0,5\cdot 6\cdot\log_3 2=3\log_3 2$

5) $\left(3\cdot\log_3 2\right)^{-1}=\dfrac{1}{3}\log_2 3;$ 6) $y=8^{\frac{1}{3}\log_2 3}=2^{3\cdot\frac{1}{3}\log_2 3}=3$

№26. Вычислить M и N, если $M=3^{4\log_9\sin\frac{8\pi}{3}}$; $N=5^{3\log_{\sqrt5}tg\frac{5\pi}{4}}$. В ответ- меньшее число.

1) $\sin\frac{8\pi}{3}=\sin\left(3\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt3}{2}$

$4\log_9\frac{\sqrt3}{2}=4\cdot\log_{3^2}\frac{\sqrt3}{2}=2\log_3\frac{\sqrt3}{2}=\log_3\frac{3}{4};\quad M=3^{\log_3\frac34}=\frac34$

2) $tg\frac{5\pi}{4}=tg\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)=tg\frac{\pi}{4}=1;\quad N=5^{3\log_{\sqrt5}1}=1;\quad \frac34<1.$ Ответ: 0,75.

№27. $A-?, B-?$

$A=\log_{0,25}\sqrt[3]{4\cos^2\frac{19\pi}{4}+6tg\frac{9\pi}{4}};\quad B=\log_{\sqrt[9]{2}}\sqrt[20]{\sin\frac{17\pi}{6}}$

В ответ- большее число.

1) $\cos^2\frac{19\pi}{4}=\cos^2\left(4\pi+\frac{3\pi}{4}\right)=\cos^2\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\cos^2\frac{\pi}{4}=\frac12$

$tg\frac{9\pi}{4}=tg\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)=tg\frac{\pi}{4}=1;\quad A=\log_{\frac14}\sqrt[3]{4\cdot\frac12+6}=\log_{\frac14}\sqrt[3]{8}=\log_{2^{-2}}2=-\frac12=-\frac{10}{20}$

2) $\sin\frac{17\pi}{6}=\sin\left(3\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\frac12;\quad B=\log_{2^{\frac19}}\left(\frac12\right)^{\frac{1}{20}}=-\frac{1}{20}:\frac19=-\frac{9}{20};$

3) $-\frac{10}{20}<-\frac{9}{20}$ Ответ: -0,45.

№28. $\frac{\log_2 56}{\log_{224}2}-\frac{\log_2 448}{\log_{28}2}=\log_2(7\cdot8)\cdot\log_2\left(7\cdot2^5\right)-\log_2\left(7\cdot2^6\right)\cdot\log_2\left(7\cdot2^2\right)=$

$=(\log_2 7+3)(\log_2 7+5)-(\log_2 7+6)(\log_2 7+2)=$

$=\log_2^2 7+8\log_2 7+15-\log_2^2 7-8\log_2 7-12=3$

№29. $\log_3 12-\log_3 7\cdot\log_5 4\cdot\log_7 5=\log_3 3+\log_3 4-\log_3 7\cdot\frac{\log_3 4}{\log_3 5}\cdot\frac{\log_3 5}{\log_3 7}=1$

№30. $\log_3 36-\log_3 6\cdot\log_{13}4\cdot\log_6 13=2\log_3 2\cdot3-\log_3 6\cdot\log_6 13\cdot\log_{13}4=2\log_3 6-\log_3 4=$

$=\log_3\frac{36}{4}=\log_3 9=2$

№31. $\frac{\log_3 5\cdot\log_5 8}{\log_7 5\cdot\log_5 2\cdot\log_3 7}+2=\frac{\log_3 8}{\log_3 7\cdot\log_7 5\cdot\log_5 2}+2=\frac{\log_3 8}{\log_3 2}+2=\log_2 8+2=3+2=5$

№32. $2-\log_4 5\left(\frac{\log_5 4}{\log_4 8}+\frac{2\log_8 4}{\log_4 5}\right)=2-\frac{1}{\log_4 8}-2\log_8 4=$

$=2-\log_8 4-2\log_8 4=2-\log_8 4-2\log_8 4=2-3\frac{\log_2 4}{\log_2 8}=2-3\cdot\frac23=0$

№33. $\left(\frac{\log_6 3}{\log_5 7}+\frac{\log_7 5}{\log_3 6}\right)\log_5 7+\log_6 24=$

$=\log_6 3+\frac{1}{\log_3 6}+\log_6 24=\log_6 3+\log_6 3+\log_6 24=\log_6 9\cdot24=\log_6 6^3=3$

№34. $$\log_6 8\left(\frac{2\log_3 5}{\log_6 8}-\frac{\log_8 6}{\log_5 3}\right)-\log_3 225=$$

$$=2\log_3 5-\frac{1}{\log_5 3}-\log_9 225=\log_3 5-\log_3 15=\log_3 5-\log_3 5-1=-1$$

№35. $$\frac{\log_7^2 14+(\log_7 14)\cdot(\log_7 2)-2\log_7^2 2}{\log_7 14+2\log_7 2}=1$$

1) $\log_7 14+2\log_7 2=\log_7 7+\log_7 2+2\log_7 2=1+2\log_7 2$

2) $(\log_7 2\cdot 7)^2=(\log_7 2+1)^2=\log_7^2 2+2\log_7 2+1$

3) $\log_7^2 2+2\log_7 2+1+(\log_7 17+\log_7 2)\log_7 2-2\log_7^2 2=$

$=-\log_7^2 2+2\log_7 2+1+\log_7 2+\log_7^2 2=1+3\log_7 2$

4) $\dfrac{1+3\log_7 2}{1+3\log_7 2}=1$

№36. $$(\log_5 2+\log_2 5+2)(\log_5 2-\lg 2)\cdot\log_2 5-\log_5 50=$$

$$=\left(\frac{1+\log_2^2 5+2\log_2 5}{\log_2 5}\right)\left(\frac{1}{\log_2 5}-\frac{\log_2 2}{\log_2 10}\right)\log_2 5-\log_5 50=$$

$$=\frac{(\log_2 5+1)^2}{\log_2 5}\cdot\log_2 5\cdot\frac{\log_2 10-\log_2 5}{\log_2 5\cdot\log_2 10}-\log_5(5\cdot 10)=$$

$$=\frac{(\log_2 5+1)^2}{(\log_2 5+1)\log_2 5}-\log_2 5-\log_5 2\cdot 5=1+\frac{1}{\log_2 5}-1-\log_5 2-1=-1$$

№37. $$\frac{\log_5^2 15-\log_5^3 3+2\log_5 15+2\log_5 3}{\log_5 15+\log_5 3}=\frac{(\log_5 15-\log_5 3)(\log_5 15+\log_5 3)+2(\log_5 15+\log_5 3)}{\log_5 15+\log_5 3}=$$

$$=\log_5\frac{15}{3}+2=1+2=3$$

№38. $$\frac{\sqrt{\log_2 48-4\sqrt{\log_2 3}}-3}{\sqrt{\log_2 6+2\sqrt{\log_2 3}}}-1=\frac{\sqrt{\log_2 16\cdot 3-4\sqrt{\log_2 3}}-3}{\sqrt{\log_2 2\cdot 3+2\sqrt{\log_2 3}}}-2=\frac{\sqrt{4-4\sqrt{\log_2 3}+\log_2 3}-3}{\sqrt{\log_2 3+2\sqrt{\log_2 3}+1}}-2=$$

$$=\frac{\sqrt{\left(2-\sqrt{\log_2 3}\right)^2}-3}{\sqrt{(\log_2 3+1)^2}}-2=\frac{2-\sqrt{\log_2 3}-3}{\log_2 3+1}-2=-1-2=-3$$

№39. $$\sqrt{4\log_2 10-12\sqrt{\log_2 5}+5}-\sqrt{4\log_2 10-4\sqrt{\log_2 5}-3}=$$

$$=\sqrt{4+4\log_2 5+5-12\sqrt{\log_2 5}}-\sqrt{4+4\log_2 5-4\sqrt{\log_2 5}-3}=$$

$$=\sqrt{\left(3-2\sqrt{\log_2 5}\right)^2}-\sqrt{\left(2\sqrt{\log_2 5}-1\right)^2}=2\sqrt{\log_2 5}-3-2\sqrt{\log_2 5}+1=-2$$

№40. $$\frac{\log_8 24+\log_3 24}{\log_3\sqrt{24}\cdot\log_8 24}=\frac{\log_8(8\cdot3)+\log_3(8\cdot3)}{\log_3(8\cdot3)^{\frac12}\cdot\log_8(3\cdot8)}=\frac{1+\log_8 3+1+\log_3 8}{\frac12(\log_3 8+1)(\log_8 3+1)}=$$

$$=\frac{2+\dfrac{\log_3 3}{\log_3 8}+\log_3 8}{\frac12(\log_3 8+1)\left(\dfrac{1}{\log_3 8}+1\right)}=\frac{\log_3^2 8+2\log_3 8+1}{\log_3 8\cdot\frac12\cdot(\log_3 8+1)(1+\log_3 8)\cdot\dfrac{1}{\log_3 8}}=$$

$$=\frac{(\log_3 8+1)^2}{\frac12(\log_3 8+1)^2}=2$$

№41. $$\frac{\log_3 74}{\log_{225}74}-2\log_3 5=\frac{\log_3 74}{\log_{15^2}74}-2\log_3 5=\frac{\log_3 74}{\frac12\log_{15}74}-2\log_3 5=$$

$$=2\frac{\log_{74}15}{\log_{74}3}-2\log_3 5=2(\log_3 15-\log_3 5)=2\log_3\frac{15}{5}=2$$

№42. $$\frac{\log_3 324}{\log_{135}3}-\frac{\log_3 405}{\log_{108}3}+\log_3(2{,}4)=\frac{\log_3 2^2\cdot3^4}{\dfrac{1}{\log_3 135}}-\frac{\log_3 5\cdot3^4}{\dfrac{1}{\log_3 108}}+\log_3(2{,}4)=$$

$$=\left(\log_3 2^2+\log_3 3^4\right)\log_3 5\cdot27-\left(\log_3 5+\log_3 3^4\right)\log_3 2^2\cdot3^3+\log_3(2{,}4)=$$

$$=(2\log_3 2+4)(\log_3 5+3)-(\log_3 5+4)(2\log_3 2+3)+\log_3(2{,}4)=$$

$$=2\log_3 2\cdot\log_3 5+6\log_3 2+4\log_3 5+12-2\log_3 2\cdot\log_3 5-3\log_3 5-8\log_3 2-12+\log_3 2{,}4=$$

$$=\log_3 5-2\log_3 2+\log_3 2{,}4=\log_3 12-\log_3 4=\log_3\frac{12}{4}=\log_3 3=1$$

№43. $$\left(\frac{\log_2 12\cdot\log_4 8}{\log_7 3}+\frac{\log_3 7\cdot\log_2 12}{\log_8 4}+\frac{\log_4 8\cdot\log_3 7}{\log_{12}2}\right)\cdot\frac{\log_7 3}{\log_2 12}-\log_{16}64=3$$

1) Учитывая, что $\log_2 12=\dfrac{1}{\log_{12}2}$, $\log_4 8=\dfrac{1}{\log_8 4}$ и $\log_3 7=\dfrac{1}{\log_7 3}$ получим

$$\frac{3\cdot\log_2 12\cdot\log_4 8}{\log_7 3}\cdot\frac{\log_7 3}{\log_2 12}=3\cdot\frac{\log_2 8}{\log_2 4}=\frac{3\cdot3}{2}=\frac92$$

2) $\log_{16}64=\log_{2^4}2^6=\dfrac64=\dfrac32$; 3) $\dfrac92-\dfrac32=\dfrac62=3$

№44. $$\frac{\log_2 12+\dfrac{1}{\log_{12}2}}{\log_7 4}\cdot\log_7 2-\log_2 6=\frac{\log_2 12+\log_2 12}{2\log_7 2}\cdot\log_7 2-\log_2 6=$$

$$=\frac{2\log_2 2\cdot6}{2}-\log_2 6=1+\log_2 6-\log_2 6=1$$

№45. $$\left(\frac{2\cdot\log_6 9}{\log_4 5}-\frac{\log_5 4}{\log_9 6}\right)\cdot\frac{1}{\log_5 4}+2\cdot\log_6 2=\frac{2\log_6 9\cdot\log_5 4-\log_6 9\cdot\log_5 4}{\log_5 4}+2\log_6 2=$$

$$=\frac{\log_6 9\cdot\log_5 4}{\log_5 4}+2\log_6 2=\log_6 9+\log_6 4=\log_6 36=2$$

№46. $\log_{abc} x - ?$, если $\log_a x = 2,\ \log_b x = 3,\ \log_c x = 6$

$$\log_{abc} x = \frac{1}{\log_x abc} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x}} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{6}{3+2+1} = 1$$

№47. $\log_c x - ?$, если $\log_a x = \frac{1}{2},\ \log_b x = \frac{1}{4},\ \log_{abc} x = 1$

$$\log_{abc} x = \frac{1}{\log_x abc} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c}$$

$$1 = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x}};\quad 1 = \frac{1}{2 + 4 + \log_x c};\quad 6 + \log_x c = 1;\quad \log_x c = -5;\quad \log_c x = -0,2$$

№48. $\left(\log_{\frac{a}{b}} c + \log_{ab} c\right) \cdot \left(\log_c^2 b - \log_c^2 a\right) + \left(\log_b \sqrt{c}\right)^{-1} = ?,$ если $a = 0,15;\ b = 1,2;\ c = 4$

$$\left(\frac{\log_c c}{\log_c \frac{a}{b}} + \frac{\log_c c}{\log_c ab}\right) \cdot (\log_c b - \log_c a)(\log_c b + \log_c a) + \frac{1}{\log_b \sqrt{c}} =$$

$$= \left(\frac{1}{\log_c \frac{a}{b}} + \frac{1}{\log_c ab}\right) \cdot \log_c \frac{b}{a} \cdot \log_c ba + \frac{1}{\frac{\log_c \sqrt{c}}{\log_c b}} =$$

$$= -\frac{\log_c ab + \log_c \frac{a}{b}}{\log_c \frac{a}{b} \cdot \log ab} \cdot \log_c \frac{a}{b} \cdot \log_c ba + \frac{\log_c b}{\frac{1}{2}} = -\log_c \frac{ab \cdot a}{b} + 2\log_c b =$$

$$= -2\log_c a + 2\log_c b = 2(\log_c b - \log_c a) = 2\log_c \frac{b}{a} = 2 \cdot \log_4 \frac{1,2}{0,15} = 2\log_{2^2} 2^3 = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$$

№49. $a^{\left(\log_{a^2} b^3 + \frac{3}{\log_c a^2} + 3 \cdot \log_c (bc) \cdot \log_a \sqrt{c}\right)} = ?$ и вычислить, если $a = 11,\ b = \sqrt[6]{3},\ c = \sqrt[6]{12}$

1) $\log_{a^2} b^3 = \frac{3}{2}\log_a b$

2) $\frac{3}{\log_c a^2} = \frac{3}{\frac{\log_a a^2}{\log_a c}} = \frac{3\log_a c}{2} = \frac{3}{2}\log_a c$

3) $3 \cdot \log_c (bc) \cdot \log_a \sqrt{c} = 3 \cdot \frac{\log_a bc}{\log_a c} \cdot \frac{1}{2}\log_a c = \frac{3}{2}\log_a bc = \frac{3}{2}\log_a b + \frac{3}{2}\log_a c$

4) $\frac{3}{2}\log_a b + \frac{3}{2}\log_a c + \frac{3}{2}\log_a b + \frac{3}{2}\log_a c = 3\log_a b + 3\log_a c = 3\log_a bc$

5) $a^{3\log_a bc} = a^{\log_a (bc)^3} = (bc)^3 = \left(\sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[6]{12}\right)^3 = \left(\sqrt[6]{36}\right)^3 = \sqrt{36} = 6$

№50. $$\frac{\log_a^2(bc)-\left(\dfrac{\log_a b^2}{\log_c a}+2\log_a^2 c\right)}{\log_a b-\log_a c}=?,\ \text{если } a=3,\ b=2{,}5,\ c=3{,}6$$

1) $\dfrac{\log_a b^2}{\log_c a}=\dfrac{\log_a b^2}{\dfrac{\log_a a}{\log_a c}}=\log_a b^2\cdot\log_a c$

2) $2\log_a^2 c+\log_a b^2\cdot\log_a c=\log_a c\left(2\log_a c+\log_a b^2\right)=\log_a c\left(\log_a c^2+\log_a b^2\right)=$

$=\log_a c\cdot\log_a c^2b^2=\log_a c\cdot\log_a(cb)^2=2\log_a c\cdot\log_a cb$

3) $\log_a^2(cb)-2\log_a c\cdot\log_a(cb)=\log_a(cb)\cdot\left(\log_a(bc)-\log_a c^2\right)=$

$=\log_a(cb)\cdot\log_a\dfrac{bc}{c^2}=\log_a(cb)\cdot\log_a\dfrac{b}{c}$

4) $\dfrac{\log_a(cb)\cdot\log_a\frac{b}{c}}{\log_a\frac{b}{c}}=\log_a(cb);$ 5) $\log_3(3{,}6\cdot 2{,}5)=\log_3 9=2$

№51. $\log_{a\sqrt{b}}\dfrac{\sqrt{b}}{a^2}+\log_{b\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\right)+\dfrac{1}{4}\log_{\sqrt{a}}a^2$, если $\log_{\frac{a}{b}}(ab)=3$

1) $\log_{a\sqrt{b}}\dfrac{\sqrt{b}}{a^2}=\log_{a\sqrt{b}}\sqrt{b}-\log_{a\sqrt{b}}a^2=\dfrac{\log_b\sqrt{b}}{\log_b a\sqrt{b}}-\dfrac{\log_a a^2}{\log_a a\sqrt{b}}=\dfrac{1}{2\left(\log_b a+\frac{1}{2}\right)}-\dfrac{2}{\left(1+\frac{1}{2}\log_a b\right)}=$

$=\dfrac{1}{2\log_b a+1}-\dfrac{2\cdot 2}{2+\log_a b}=\dfrac{1}{2\cdot\dfrac{1}{\log_a b}+1}-\dfrac{4}{2+\log_a b}=\dfrac{\log_a b}{2+\log_a b}-\dfrac{4}{2+\log_a b}=\dfrac{\log_a b-4}{\log_a b+2}=$

$=\dfrac{\frac{1}{2}-4}{\frac{1}{2}+2}=-\dfrac{7}{2}:\dfrac{5}{2}=-\dfrac{7}{5}=-1{,}4$

2) $\log_{b\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\right)=\log_{b\sqrt{a}}a+\log_{b\sqrt{a}}\sqrt{b}=\dfrac{\log_a a}{\log_a b\sqrt{a}}+\dfrac{\log_b\sqrt{b}}{\log_b b\sqrt{a}}=\dfrac{1}{\log_a b+\frac{1}{2}}+\dfrac{1}{2\left(1+\frac{1}{2}\log_b a\right)}=$

$=\dfrac{2}{2\log_a b+1}+\dfrac{1}{2+\log_b a}=\dfrac{2}{2\log_a b+1}+\dfrac{\log_a b}{2\log_a b+1}=\dfrac{2+\log_a b}{2\log_a b+1}=\dfrac{2+\frac{1}{2}}{2\cdot\frac{1}{2}+1}=\dfrac{2{,}5}{2}$

3) $\log_{\frac{a}{b}}(ab)=\dfrac{\log_a ab}{\log_a\frac{a}{b}}=\dfrac{1+\log_a b}{1-\log_a b}$

$\dfrac{1+\log_a b}{1-\log_a b}=3;\ 1+\log_a b=3-3\log_a b;\ \ 4\log_a b=2;\ \ \log_a b=\dfrac{1}{2}$

4) $-1{,}4+1{,}25+1=0{,}85$

№52. $3\cdot\log_{\frac{a^3}{b}}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}+\log_{\frac{a^3}{b}} b,$ если $\log_{ab}\frac{a}{b}=-\frac{1}{3}$

1) $\frac{\log_a \frac{a}{b}}{\log_a ab}=\frac{\log_a a-\log_a b}{\log_a a+\log_a b}=\frac{1-\log_a b}{a+\log_a b}$

$\frac{1-\log_a b}{a+\log_a b}=-\frac{1}{3};\quad -3+3\log_a b=1+\log_a b;\quad 2\log_a b=4;\quad \log_a b=2$

2) $\log_{\frac{a^3}{b}}\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}\right)^3\cdot b=\frac{\log_a a^{\frac{3}{2}}}{\log_a\frac{a^3}{b}}=\frac{3}{2\left(\log_a a^3-\log_a b\right)}=\frac{3}{2(3-2)}=\frac{3}{2}=1,5$

№53. $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{b}}+\frac{1}{4}\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\left(b\sqrt{a}\right)=?,$ если $\log_{\sqrt{ab}}\left(\frac{a}{b}\right)^2=-\frac{4}{3}.$

1) $\log_{(ab)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{a}{b}\right)^2=2:\frac{1}{2}\log_{ab}\frac{a}{b}=4\cdot\frac{\log_a\frac{a}{b}}{\log_a ab}=4\cdot\frac{\log_a a-\log_a b}{\log_a a+\log_a b}=4\cdot\frac{1-\log_a b}{1+\log_a b}$

$4\cdot\frac{1-\log_a b}{1+\log_a b}=-\frac{4}{3};\quad -3+3\log_a b=1+\log_a b;\quad 2\log_a b=4;\quad \log_a b=2$

2) $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{b}}+\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\left(b\sqrt{a}\right)^{\frac{1}{4}}=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt[4]{b}\cdot a^{\frac{1}{8}}}{\sqrt[4]{b}}=\frac{\log_a a^{\frac{5}{8}}}{\log_a\frac{\sqrt{b}}{a^2}}=$

$=\frac{5}{8\left(\log_a\sqrt{b}-\log_a a^2\right)}=\frac{5}{8\left(\frac{1}{2}\cdot 2-2\right)}=-\frac{5}{8}=-0,625$

4. Преобразование логарифмических выражений. Задания повышенной сложности

Банк заданий

Найдите значение выражения:

№1. $10^{0,5\lg 16}+14\log_3\sqrt{2}\cdot\log_4 81+4^{\log_3 5}-25^{\log_3 2}$

№2. $\log^2{}_5 243\cdot\log_3 25-50\log_5 15$

№3. $\log^2{}_4 27\cdot\log_3 1024-45\log_4 12$

№4. $\log_3 2-\sqrt{\log_3 2\cdot(\log_3 6+\log_2 6)}$

№5. $\dfrac{8^{\log_3 13+3}}{8^{\sqrt{\log_3 13(\log_3 39+\log_{13}39)}}}$

№6. $\dfrac{75^{\log_{15}45}}{3^{\log_{15}75}}+\dfrac{0,5\log_5\left(9-\sqrt{82}\right)^2}{\log_5\left(9+\sqrt{82}\right)}$

№7. $\dfrac{5^{\lg 20}}{20^{\lg 5+1}}+\dfrac{\lg\left|1-\sqrt{2}\right|}{\lg\left(1+\sqrt{2}\right)^{-1}}$

№8. $\dfrac{\log_{\sqrt{3}}12-\log_2^{-2}\sqrt{3}+\log_3^2 12+4\log_3 2}{\log_3 12+\log_4^{-1}3}$

№9. $\dfrac{\frac{1}{4}\log^2_{\sqrt{7}}14+\log_7 14\cdot\log_2^{-1}7-8\log_7^2\sqrt{2}}{\log_7 14+2\log_7 2}$

№10. $7^{\log_7 125}\cdot\log_7 5\cdot\log_5 49+\log_5\left(\sqrt{17}+4\right)+\log_5\left|4-\sqrt{17}\right|$

№11. $11^{\log_{11}216}\cdot\log_{11}6\cdot\log_6 121+\log_6\left(\sqrt{2}+1\right)+\log_6\left|1-\sqrt{2}\right|$

№12. $12^{\log_{12}8}\cdot\log_{12}2\cdot\log_2 144+\log_2\left(\sqrt{65}+8\right)+\log_2\left|8-\sqrt{65}\right|$

№13. $4\log_4\sqrt{2}-\log_{\sqrt{6}}125\cdot\log_5 6-\dfrac{1}{4}\log_5\left(2\sqrt{2}-3\right)^2-\log_5\sqrt{2\sqrt{2}+3}$

№14. $\dfrac{5^{-5\ln\left(21+2\sqrt{110}\right)-18\ln\left(\sqrt{11}-\sqrt{10}\right)+2}}{5^{8\ln\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)}}$

№15. $\dfrac{2^{-4\ln\left(19+6\sqrt{10}\right)-17\ln\left(\sqrt{10}-3\right)+2}}{2^{9\ln\left(3+\sqrt{10}\right)}}$

№16. $\log_2\sqrt{\sin 6^\circ}+\log_2\sqrt{\cos 12^\circ}+\log_2\sqrt{\cos 24^\circ}+\log_2\sqrt{\sin 42^\circ}$

№17. $(\log_4 36+\log_6 16+4)(\log_4 6-\log_{24}6)\log_6 4-\log_4 36$

№18. $\log_2\log_6 256^{\lg 81}+\log_2\log_7 36^{\lg 4}+\log_2\log_3 49^{\lg 16}-3\log_2\lg 2$

№19. Вычислить $\log_{\frac{1}{4}}z-\log_4\left(z^2+3z+3\right)$, если $z=-1+\sqrt[3]{1025}$.

№20. Вычислить $\log_2 \log_5^2(2a+5)+\log_2 \log_a^2 25$, если $a=\sqrt{2}-1$.

№21. Вычислить $\log_a(2a+1)+\log_{a-2} a$, если $a=1+\sqrt{2}$

№22. Вычислить $\log_c^2(ab)$, если $\log_a b=7$ и $\log_c a=4$.

№23. Вычислить $\dfrac{\left(\left(\log_x^4 y+\log_x^{-4} y+2\right)^{\frac{1}{2}}-2\right)^{\frac{1}{2}}}{2\log_x y-2\log_y x}$, где $1<y<x$.

№24. Вычислить $\log_x\left(x^8-27x^5+3\right)$, если $x^{21}-3x^{13}+9x^5-1=0$.

№25. Вычислить $\log_x\left(5x^5-125x^2+25\right)$, если $x^{12}-5x^7+25x^2-5=0$.

№26. Вычислить $\log_x(2x-1)$, если $x^5+x^4+x^3+x^2+x=1$.

№27. Вычислить $\log_x\left(4x^7-125x^3+20\right)$, если $25x^3-5x^{10}+x^{17}-4=0$.

№28. Вычислить $\log_{|x|}\left(-6x^3-1+4x\right)$, если $x^3+5x^2-5x+1=0$.

№29. Найти знаменатель геометрической прогрессии $b_1,b_2,b_3,\ldots$ с положительными членами, если ее члены связаны с членами арифметической прогрессии $a_1,a_2,a_3,\ldots$, разность которой $d=\log_8 15$, соотношением $\log_{27} b_n\cdot\log_8 27-a_n=\log_{30} b_m \log_8 30-a_m$ для некоторых $m\neq n$.

№30. Найти $\log_2\left(\lg^2 x_{65}-\lg x_1 \lg x_{129}\right)-\log_2\left(\lg^2 x_2-\lg x_1 \lg x_3\right)$, если $x_1,x_2,x_3,\ldots$ - геометрическая прогрессия.

№31. Для некоторой геометрической прогрессии выполняется соотношение $2\log_{b_1} b_2=1+\log_{b_1}\dfrac{b_4}{5}$.

Найти отношение $\dfrac{b_{11}}{b_8}$.

№32. Сумма членов геометрической прогрессии $x_1,x_2,\ldots,x_{81}$ равна 8. Вычислить $\log_3\left|\log_2(8x_2-7)\right|-\log_3\left|\log_2 x_4\right|$, если $x_{53}x_{129}=x_{61}^3$.

№33. Сумма членов геометрической прогрессии $x_1,x_2,\ldots,x_{36}$ равна 11. Вычислить $\log_3\left|\log_2(11x_2-10)\right|-\log_3\left|\log_2 x_5\right|$, если $x_{82}x_{184}=x_{89}^3$.

▪ *Ответы (банк заданий)* 4. Преобразование логарифмических выражений. Задания повышенной сложности

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
18	-50	-45	-1	64	74	1,05	3	1	250
№11	№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20
432	16	-5	25	4	-2	2	10	-5	4
№21	№22	№23	№24	№25	№26	№27	№28	№29	№30
1	1024	-0,5	29	17	6	24	4	15	12
№31	№32	№33							
125	3	2							

▪ *Решение (банк заданий)* 4. Преобразование логарифмических выражений. Задания повышенной сложности

№1.

$$10^{0,5\lg 16}+14\log_3\sqrt{2}\cdot\log_4 81+4^{\log_3 5}-25^{\log_3 2}=18$$

1) $10^{0,5\lg 16}=10^{0,5\cdot\log 4^2}=10^{0,5\cdot 2\lg 4}=10^{\lg 4}=4$

2) $14\cdot\log_3\sqrt{2}\cdot\log_4 81=14\cdot\log_3 2^{\frac{1}{2}}\cdot\log_{2^2}3^4=14\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{2}\cdot\log_3 2\cdot\log_2 3=14$

3) $4^{\log_3 5}=5^{\log_3 4}$; 4) $25^{\log_3 2}=5^{2\log_3 2}=5^{\log_3 4}$; 5) $4+14+5^{\log_3 4}-5^{\log_3 4}=18$

№2.

$$\log^2{}_5 243\cdot\log_3 25-50\log_5 15=-50$$

1) $\log_5^2 243=\left(\log_5 243\right)^2=\left(\log_5 3^5\right)^2=\left(5\log_5 3\right)^2=25\cdot\log_5^3 3$

2) $25\cdot\log_5^3 3\cdot\log_3 25=25\cdot\log_5 3\cdot\log_5 3\cdot 2\cdot\log_3 5=50\cdot\log_5 3\cdot\log_5 3\cdot\log_3 5=50\log_5 3$

3) $\log_5 15=\log_5(5\cdot 3)=\log_5 5+\log_5 3=1+\log_5 3$

4) $50\cdot\log_5 3-50(1+\log_5 3)=50\log_5 3-50-50\log_5 3=-50$

№3.

$$\log^2{}_4 27\cdot\log_3 1024-45\log_4 12=-45$$

$\log_4^2 27\cdot\log_3 1024-45\cdot\log_4 12=\left(\log_{2^2}3^3\right)^2\cdot\log_3 2^{10}-45\cdot\log_{2^2}(4\cdot 3)=$

$=\left(\frac{3}{2}\log_2 3\right)^2\cdot 10\cdot\log_3 2-\frac{45}{2}\cdot(\log_2 4+\log_2 3)=\frac{10\cdot 9}{4}\cdot\log_2 3\cdot\underbrace{\log_2 3\cdot\log_3 2}_{=1}-\frac{45}{2}(2+\log_2 3)=$

$=\frac{45}{2}\log_2 3-45-\frac{45}{2}\log_2 3=-45$

№4.

$$\log_3 2-\sqrt{\log_3 2\cdot(\log_3 6+\log_2 6)}=-1$$

1) $\log_3 6+\log_2 6=\log_3(3\cdot 2)+\log_2(3\cdot 2)=\log_3 3+\log_3 2+\log_2 3+\log_2 2=$

$=1+\log_3 2+\log_2 3+1=2+\log_3 2+\log_2 3$

2) $\log_3 2\cdot(2+\log_3 2+\log_2 3)=2\log_3 2+\log_3^2 2+\log_3 2\cdot\log_2 3=\log_3^2 2+2\cdot\log_3 2+1=$

$=(\log_3 2+1)^2$

3) $\log_3 2-\sqrt{(\log_3 2+1)^2}=\log_3 2-(\log_3 2+1)=-1$

№5. $$\frac{8^{\log_3 13+3}}{8^{\sqrt{\log_3 13(\log_3 39+\log_{13} 39)}}}=64$$

1) $\log_3 39+\log_{13} 39=\log_3 13+\log_3 3+\log_{13} 13+\log_{13} 3=2+\log_3 13+\dfrac{1}{\log_3 13}=$

$=\dfrac{\log_3^2 13+2\log_3 13+1}{\log_3 13}=\dfrac{(\log_3 13+1)^2}{\log_3 13}$; 2) $\dfrac{8^{\log^3 13+3}}{8^{\log_3 13+1}}=8^2=64$

№6. $$\frac{75^{\log_{15} 45}}{3^{\log_{15} 75}}+\frac{0,5\log_5\left(9-\sqrt{82}\right)^2}{\log_5\left(9+\sqrt{82}\right)}=74$$

1) $\dfrac{75^{\log_{15} 45}}{3^{\log_{15} 75}}=\dfrac{75^{\log_{15} 45}}{75^{\log_{15} 3}}=75^{\log_{15} 45-\log_{15} 3}=75^{\log_{15}\frac{45}{3}}=75^{\log_{15} 15}=75$

2) $0,5\cdot\log_5\left(9-\sqrt{82}\right)^2=0,5\cdot 2\log_5\left|9-\sqrt{82}\right|=\log_5\left(\sqrt{82}-9\right)$

3) $\left(9+\sqrt{82}\right)\left(\sqrt{82}-9\right)=1;\quad \sqrt{82}-9=\left(\sqrt{82}+9\right)^{-1}$

4) $\dfrac{\log_5\left(\sqrt{82}-9\right)}{\log_5\left(9+\sqrt{82}\right)}=\dfrac{\log_5\left(\sqrt{82}+9\right)^{-1}}{\log_5\left(\sqrt{82}+9\right)}=-1;\quad$ 5) $75-1=74$

№7. $$\frac{5^{\lg 20}}{20^{\lg 5+1}}+\frac{\lg\left|1-\sqrt{2}\right|}{\lg\left(1+\sqrt{2}\right)^{-1}}=\frac{5^{\lg 10+\lg 2}}{20^{\lg 5+1}}+\log_{\sqrt{2}-1}\left(\sqrt{2}-1\right)=\frac{5\cdot 5^{\lg 2}}{20\cdot 10^{\lg 5}\cdot 2^{\lg 5}}+1=\frac{1}{4}\cdot\frac{5^{\lg 2}}{5\cdot 5^{\lg 2}}+1=\frac{1}{20}+1=1,05$$

№8. $$\frac{\log_{\sqrt{3}} 12-\log_2^{-2}\sqrt{3}+\log_3^2 12+4\log_3 2}{\log_3 12+\log_4^{-1} 3}=3$$

1) $\log_{\sqrt{3}} 12=\log_{3^{\frac{1}{2}}} 12=2\log_3(4\cdot 3)=2(1+\log_3 4)=2+4\log_3 2$

2) $\log_2^{-2}\sqrt{3}=\left(\log_2\sqrt{3}\right)^{-2}=\left(\dfrac{1}{2}\log_2 3\right)^{-2}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}\cdot(\log_3 2)^2=4\log_3^2 2$

3) $\log_3^2 12=(\log_3 12)^2=(1+2\log_3 2)^2=1+4\log_3 2+4\log_3^2 2$

4) $2+4\log_3 2-4\log_3^2 2+1+4\log_3 2+4\log_3^2 2+4\log_3 2=3+12\log_3 2=3(1+4\log_3 2)$

5) $\log_3 12+\log_4^{-1} 3=1+\log_3 4+\log_3 4=1+4\log_3 2;\quad$ 6) $\dfrac{3(1+4\log_3 2)}{1+4\log_3 2}=3$

№9. $$\frac{\frac{1}{4}\log_{\sqrt{7}}^2 14+\log_7 14\cdot\log_2^{-1} 7-8\log_7^2\sqrt{2}}{\log_7 14+2\log_7 2}=1$$

---

1) $\frac{1}{4}\log^2_{\sqrt{7}}15=\frac{1}{4}\left(\log_{7^{\frac{1}{2}}}14\right)^2=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\log_7 2\cdot 7\right)^2=\frac{1}{4}\left(2\cdot(\log_7 2+1)\right)^2=\left(1+\log_7 2\right)^2$

2) $\log_7 14\cdot\frac{1}{\log_2 7}=\frac{1+\log_7 2}{\log_2 7}=\left(1+\log_7 2\right)\cdot\log_7 2=\log_7 2+\log_7^2 2$

3) $8\cdot\log_7^2\sqrt{2}=8\left(\log_7 2^{\frac{1}{2}}\right)^2=8\left(\frac{1}{2}\log_7 2\right)^2=\frac{8}{4}\log_7^2 2=2\log_7^2 2$

4) $\left(1+\log_7 2\right)^2+\log_7 2+\log_7^2 2-2\log_7^2 2=1+2\log_7 2+\log_7^2 2+\log_7 2-\log_7^2 2=$
$=3\log_7 2+1$

5) $\log_7 14+2\log_7 2=1+\log_7 2+2\log_7 2=1=3\log_7 2;$ 6) $\frac{3\log_7 2+1}{3\log_7 2+1}=1$

№10. $7^{\log_7 125}\cdot\log_7 5\cdot\log_5 49+\log_5\left(\sqrt{17}+4\right)+\log_5\left|4-\sqrt{17}\right|=$
$=125\cdot\log_5 7^2\cdot\log_7 5+\log_5\left(\sqrt{17}+4\right)\cdot\left(\sqrt{17}-4\right)=250\cdot\log_5 7\cdot\log_7 5+$
$+\log_5\left(17-16\right)=250+0=250$

№11. $11^{\log_{11}216}\cdot\log_{11}6\cdot\log_6 121+\log_6\left(\sqrt{2}+1\right)+\log_6\left|1-\sqrt{2}\right|=$
$=216\cdot 2+\log_6\left(\left(\sqrt{2}+1\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)\right)=432+0=432$

№12. $12^{\log_{12}8}\cdot\log_{12}2\cdot\log_2 144+\log_2\left(\sqrt{65}+8\right)+\log_2\left|8-\sqrt{65}\right|=$
$==8\cdot\log_{12}144+\log_2\left(\sqrt{65}+8\right)\cdot\left(\sqrt{65}-8\right)=8\cdot 2+\log_2 1=16+0=16$

№13. $4\log_4\sqrt{2}-\log_{\sqrt{6}}125\cdot\log_5 6-\frac{1}{4}\log_5\left(2\sqrt{2}-3\right)^2-\log_5\sqrt{2\sqrt{2}+3}=$
$=4\log_4\sqrt{2}-\log_{\sqrt{6}}125\cdot\log_5 6-\frac{1}{4}\log_5\left(2\sqrt{2}-3\right)^2-\log_5\sqrt{2\sqrt{2}+3}=$
$=4\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}-\frac{3}{\frac{1}{2}}\cdot\log_6 5\cdot\log_5 6-\frac{1}{2}\log_5\left(3-2\sqrt{2}\right)-\frac{1}{2}\log_5\left(3+2\sqrt{2}\right)=$
$=1-6-\frac{1}{2}\log_5\left(3-2\sqrt{2}\right)\left(2+2\sqrt{2}\right)=-5-\frac{1}{2}\cdot 0=-5$

№14. $\frac{5^{-5\ln\left(21+2\sqrt{110}\right)-18\ln\left(\sqrt{11}-\sqrt{10}\right)+2}}{5^{8\ln\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)}}=25$

1) $21+2\sqrt{110}=11+10+2\sqrt{11}\cdot\sqrt{10}=\left(\sqrt{11}\right)^2+2\sqrt{11}\cdot\sqrt{10}+\left(\sqrt{10}\right)^2=\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)^2$

2) $\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)\left(\sqrt{11}-\sqrt{10}\right)=1;\quad \sqrt{11}-\sqrt{10}=\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)^{-1}$

3) $-5\ln\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)^2-18\ln\left(\sqrt{11}-\sqrt{10}\right)=-10\ln\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)-18\ln\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)^{-1}=$
$=-10\ln\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)+18\ln\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)=8\ln\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)$

4) $\frac{5^{8\ln\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)+2}}{5^{8\ln\left(\sqrt{11}+\sqrt{10}\right)}}=5^2=25$

№15. $$\frac{2^{-4\ln\left(19+6\sqrt{10}\right)-17\ln\left(\sqrt{10}-3\right)+2}}{2^{9\ln\left(3+\sqrt{10}\right)}}=4$$

1) $19+6\sqrt{10}=10+9+2\cdot3\cdot\sqrt{10}=\left(\sqrt{10}\right)^2+2\cdot3\cdot\sqrt{10}+3^2=\left(\sqrt{10}+3\right)^2$

2) $\left(\sqrt{10}+3\right)\left(\sqrt{10}-3\right)=1;\quad \sqrt{10}-3=\left(\sqrt{10}+3\right)^{-1}$

3) $-4\ln\left(10+6\sqrt{10}\right)-17\ln\left(\sqrt{10}-3\right)=-4\ln\left(\sqrt{10}+3\right)^2=-8\ln\left(\sqrt{10}+3\right)-17\ln\left(\sqrt{10}+3\right)^{-1}=$

$=-8\ln\left(\sqrt{10}+3\right)+17\ln\left(\sqrt{10}+3\right)=9\ln\left(\sqrt{10}+3\right)$

4) $\dfrac{2^{9\ln\left(\sqrt{10}+3\right)+2}}{2^{9\ln\left(\sqrt{10}+3\right)}}=2^2=4$

№16. $$\log_2\sqrt{\sin6^\circ}+\log_2\sqrt{\cos12^\circ}+\log_2\sqrt{\cos24^\circ}+\log_2\sqrt{\sin42^\circ}=-2$$

$\log_2\sqrt{\sin6^\circ}+\log_2\sqrt{\cos12^\circ}+\log_2\sqrt{\cos24^\circ}+\log_2\sqrt{\sin42^\circ}=\dfrac{1}{2}\log_2\sin6^\circ\cdot\cos12^\circ\cdot\cos24^\circ\cdot\sin42^\circ=$

$=\dfrac{1}{2}\log_2\dfrac{2\cdot\sin6^\circ\cdot\cos6^\circ\cdot\cos12^\circ\cdot\cos24^\circ\cdot\cos48^\circ}{2\cdot\cos6^\circ}=\dfrac{1}{2}\log_2\dfrac{2\cdot\sin12^\circ\cdot\cos12^\circ\cdot\cos24^\circ\cdot\cos48^\circ}{4\cdot\cos6^\circ}=$

$=\dfrac{1}{2}\log_2\dfrac{2\cos24^\circ\cdot\sin24^\circ\cdot\cos48^\circ}{8\cdot\cos6^\circ}=\dfrac{1}{2}\log_2\dfrac{2\sin48^\circ\cdot\cos48^\circ}{16\cdot\cos6^\circ}=\dfrac{1}{2}\log_2\dfrac{\sin96^\circ}{16\cdot\cos6^\circ}=\dfrac{1}{2}\log_2 2^{-4}=-2$

№17. $$\left(\log_4 36+\log_6 16+4\right)\left(\log_4 6-\log_{24}6\right)\log_6 4-\log_4 36=2$$

1) $\log_4 36+\log_6 16+4=\log_4 6^2+\log_6 4^2+4=2\log_4 6+2\log_6 4=4=$

$=2\log_4 6+\dfrac{2}{\log_4 6}+4=\dfrac{2\log_4^2 6+4\log_4 6+2}{\log_4 6}=\dfrac{2\left(\log_4^2 6+2\log_4 6+1\right)}{\log_4 6}=\dfrac{2\left(\log_4 6+1\right)^2}{\log_4 6}$

2) $\left(\log_4 6-\log_{24}6\right)\log_6 4=\log_4 6\cdot\log_6 4-\log_{24}6\cdot\log_6 4=1-\log_{24}4=1-\dfrac{1}{\log_4 24}=$

$=1-\dfrac{1}{\log_4(4\cdot6)}=1-\dfrac{1}{\log_4 4+\log_4 6}=1-\dfrac{1}{1+\log_4 6}=\dfrac{1+\log_4 6-1}{1+\log_4 6}=\dfrac{\log_4 6}{1+\log_4 6}$

3) $\dfrac{2\cdot\left(1+\log_4 6\right)^2}{\log_4 6}\cdot\dfrac{\log_4 6}{1+\log_4 6}=2\left(1+\log_4 6\right)=2+2\log_4 6=2+\log_4 36$

4) $2+\log_4 36-\log_4 36=2$

№18. $$\log_2\log_6 256^{\lg81}+\log_2\log_7 36^{\lg4}+\log_2\log_3 49^{\lg16}-3\log_2\lg2=10$$

1) $\log_6 256^{\lg81}=\lg81\cdot\log_6 256=\lg3^4\cdot\log_6 2^8=4\cdot8\cdot\lg3\cdot\log_6 2=32\cdot\lg3\cdot\log_6 2$

2) $\log_7 36^{\lg4}=\lg4\cdot\log_7 36=3\lg2\cdot\log_7 6^2=4\lg2\cdot\log_7 6$

3) $\log_3 49^{\lg16}=\lg16\cdot\log_3 49=\lg2^4\cdot\log_3 7^2=4\cdot2\cdot\lg2\cdot\log_3 7=8\cdot\lg2\cdot\log_3 7$

4) $\log_2\left(32\cdot\lg3\cdot\log_6 2\right)+\log_2\left(4\lg2\cdot\log_7 6\right)+\log_2\left(8\cdot\lg2\cdot\log_3 7\right)=$

$=\log_2\left(32\cdot\lg3\cdot\log_6 2\cdot4\cdot\lg2\cdot\log_7 6\cdot8\cdot\lg2\cdot\log_3 7\right)=\log_2\left(2^5\cdot2^2\cdot2^3\cdot\lg3\cdot\log_3 7\cdot\log_7 6\cdot\log_6 2\cdot\lg^2 2\right)=$

$=\log_2\left(2^{10}\cdot\lg2\cdot\lg^2 2\right)=\log_2\left(2^{10}\cdot\lg^3 2\right)=\log_2 2^{10}+\log_2\left(\lg2\right)^3=10+3\log_2\lg2$

5) $10+3\log_2\lg2-3\log_2\lg2=10$

№19. Вычислить $\log_{\frac{1}{4}} z-\log_4\left(z^2+3z+3\right)$, если $z=-1+\sqrt[3]{1025}$.

$$\log_{\frac{1}{4}} z-\log_4\left(z^2+3z+3\right)=-\left(\log_4 z+\log_4\left(z^2+3z+3\right)\right)=-\log_4 z\cdot\left(z^2+3z+3\right)=$$

$$=-\log_4\left(z^3+3z^2+3z+1-1\right)=-\log_4\left((z+1)^3-1\right)=-\log_4\left(\left(-1+\sqrt[3]{1025}+1\right)^3-1\right)=-\log_4 1024=$$

$$=-\log_4 2^{10}=-\frac{10}{2}\log_2 2=-5$$

№20. Вычислить $\log_2\log_5^2(2a+5)+\log_2\log_a^2 25$, если $a=\sqrt{2}-1$.

$$\log_2\log_5^2(2a+5)+\log_2\log_a^2 25=\log_2\left(\log_5(2a+5)\cdot\log_a 25\right)^2=\log_2\left(2\cdot\log_a 5\cdot\log_5(2a+5)\right)^2=$$

$$=\log_2\left(2\cdot\log_a(2a+5)\right)^2=\log_2\left(2\cdot\log_{\sqrt{2}-1}\left(2\sqrt{2}-2+5\right)\right)^2=\log_2\left(2\cdot\log_{\sqrt{2}-1}\left(3+2\sqrt{2}\right)\right)^2=$$

$$=\log_2\left(2\cdot\log_{\left(\sqrt{2}+1\right)^{-1}}\left(\sqrt{2}+1\right)^2\right)^2=\log_2\left(2\cdot(-2)\right)^2=\log_2 2^4=4$$

№21. Вычислить $\log_a(2a+1)+\log_{a-2} a$, если $a=1+\sqrt{2}$

$$\log_{1+\sqrt{2}}\left(2\cdot\left(1+\sqrt{2}\right)+1\right)+\log_{1+\sqrt{2}-2}\left(1+\sqrt{2}\right)=\log_{\sqrt{2}+1}\left(3+2\sqrt{2}\right)+\log_{\sqrt{2}-1}\left(1+\sqrt{2}\right)=$$

Заметим, что $\left(\sqrt{2}+1\right)\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)=1,\ \sqrt{2}-1=\left(\sqrt{2}+1\right)^{-1};\quad\left(3+2\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{2}+1\right)^2$

$$=\log_{\sqrt{2}+1}\left(\sqrt{2}+1\right)^2+\log_{\left(\sqrt{2}+1\right)^{-1}}\left(\sqrt{2}+1\right)=2-1=1$$

№22. Вычислить $\log_c^2(ab)$, если $\log_a b=7$ и $\log_c a=4$.

$$\log_c^2(ab)=\left(\log_c a+\log_c b\right)^2=\left(4+\frac{\log_a b}{\log_a c}\right)^2=\left(4+7:\frac{1}{4}\right)^2=1024$$

№23. Вычислить $\dfrac{\left(\left(\log_x^4 y+\log_x^{-4} y+2\right)^{\frac{1}{2}}-2\right)^{\frac{1}{2}}}{2\log_x y-2\log_y x}$, где $1<y<x$.

$$\frac{\left(\left(\log_x^4 y+\log_x^{-4} y+2\right)^{\frac12}-2\right)^{\frac12}}{2\log_x y-2\log_y x}=\frac{\left(\left(\log_x^4 y+\dfrac{1}{\log_x^4 y}+2\right)^{\frac12}-2\right)^{\frac12}}{2\log_x y-\dfrac{2}{\log_x y}}=$$

$1<y<x$

$\log_x^{-4} y=\left(\log_x y\right)^{-4}=$

$=\left(\log_y x\right)^4=\log_y^4 x$

$$=\frac{\left(\left(\dfrac{\log_x^8 y+2\log_x^4 y+1}{\log_x^4 y}\right)^{\frac12}-2\right)^{\frac12}}{\dfrac{2\cdot\left(\log_x^2 y-1\right)}{\log_x y}}=\left(\frac{\log_x^4 y+1}{\log_x^2 y}-1\right)^{\frac12}\cdot\frac{\log_x y}{2\left(\log_x^2 y-1\right)}=$$

$$=\left(\frac{\log_x^4 y-2\log_x^2 y+1}{\log_x^2 y}\right)^{\frac12}\cdot\frac{\log_x y}{2\left(\log_x^2 y-1\right)}=\frac{\left|\log_x^2 y-1\right|}{\left|\log_x y\right|}\cdot\frac{\log_x y}{2\left(\log_x^2 y-1\right)}=-\frac12$$

Т.к. $1<y<x$, то $\log_x y-$ возрастающая, $y>1\Rightarrow\log_x y>0$

$\log_x 1<\log_x y<\log_x x;\quad 0<\log_x y<1;\quad 0<\log_x^2 y<1;\quad \left|\log_x^2 y-1\right|=-\left(\log_x^2 y-1\right)$

№24. Вычислить $\log_x\left(x^8-27x^5+3\right)$, если $x^{21}-3x^{13}+9x^5-1=0$.

1) $x^{21}-3x^{13}+9x^5-1=0;\quad 1=x^{21}-3x^3+9x^5;\quad x^{21}=3x^{31}-9x^5+1$

2) $\log_x\left(x^8-27x^5+3\cdot1\right)=\log_x\left(x^8-27x^5+3\left(x^{21}-3x^{13}+9x^5\right)\right)=$

$=\log_x\left(x^8-27x^5+3x^{21}-9x^{13}+27x^5\right)=\log_x\left(3x^{21}-9x^{13}+x^8\right)=$

$=\log_x x^8\left(3x^{13}-9x^5+1\right)=\log_x x^8\cdot x^{21}=\log_x x^{29}=29$

№25. Вычислить $\log_x\left(5x^5-125x^2+25\right)$, если $x^{12}-5x^7+25x^2-5=0$.

$x^{12}-5x^7+25x^2-5=0;\quad x^{12}-5x^7+25x^2=5;\quad x^{12}-5=5x^7-25x^2;\quad \dfrac{x^{12}-5}{5}=x^7-5x^2$

$\log_x\left(5x^5-125x^2+25\right)=\log_x 5\cdot\left(x^5-25x^2+5\right)=\log_x 5\cdot\left(x^5-25x^2+x^{12}-5x^7+25x^2\right)=$

$=\log_x 5\cdot\left(x^5+x^{12}-5x^7\right)=\log_x 5\cdot x^5\cdot\left(1+x^7-5x^2\right)=\log_x 5x^5\cdot\left(\dfrac{x^{12}-5}{5}+1\right)=\log_x\dfrac{5\cdot x^5\cdot x^{12}}{5}=$

$=\log_x x^{17}=17$

№26. Вычислить $\log_x\left(2x-1\right)$, если $x^5+x^4+x^3+x^2+x=1$.

$x^5+x^4+x^3+x^2+x=1;\quad x^5=1-x^4-x^3-x^2-x$

$\log_x\left(2x-1\right)=\log_x\left(2x-x^5-x^4-x^3-x^2-x\right)=\log_x\left(x-x^5-x^4-x^3-x^2\right)=$

$=\log_x x\cdot\left(1-x^4-x^3-x^2-x\right)=\log_x x\cdot x^5=\log_x x^6=6$

№27. Вычислить $\log_x\left(4x^7-125x^3+20\right)$, если $25x^3-5x^{10}+x^{17}-4=0$.

1) $25x^3-5x^{10}+x^{17}-40=0;\quad 4=25x^3-5x^{10}+x^{17};\ x^{17}=4-25x^3+5x^{10}$

2) $\log_x\left(4x^7-125x^3+5\cdot 4\right)=\log_x\left(4x^7-125x^3+5\cdot\left(25x^3-5x^{10}+x^{17}\right)\right)=$

$=\log_x\left(4x^7-125x^3+125x^3-25x^{10}+5x^{17}\right)=\log_x\left(4x^7-25x^{10}+5x^{17}\right)=$

$=\log_x x^7\left(4-25x^3+5x^{10}\right)=\log_x x^7\cdot x^{17}=\log_x x^{24}=24$

№28. Вычислить $\log_{|x|}\left(-6x^3-1+4x\right)$, если $x^3+5x^2-5x+1=0$.

1) $x^3+5x^2-5x+1=0;\quad 1=-x^3-5x^2+5x;\ x^3=-5x^2+5x-1$

2) $\log_{|x|}\left(-6x^3+4x-1\right)=\log_{|x|}\left(-6x^3+4x-\left(-x^3-5x^2+5x\right)\right)=$

$=\log_{|x|}\left(-6x^3+4x+x^3+5x^2-5x\right)=\log_{|x|}\left(-5x^3-x+5x^2\right)=$

$=\log_{|x|}\cdot x\left(-5x^2+5x-1\right)=\log_{|x|}x\cdot x^3=\log_{|x|}x^4=4\cdot\log_{|x|}|x|=4$

№29. Найти знаменатель геометрической прогрессии $b_1,b_2,b_3,\ldots$ с положительными членами, если ее члены связаны с членами арифметической прогрессии $a_1,a_2,a_3,\ldots$, разность которой $d=\log_8 15$, соотношением $\log_{27}b_n\cdot\log_8 27-a_n=\log_{30}b_m\log_8 30-a_m$ для некоторых $m\neq n$.

$d=\log_8 15,\quad \log_{27}b_n\cdot\log_8 27-a_n=\log_{30}b_m\cdot\log_8 30-a_m;\quad m\neq n$

$\dfrac{\log_8 b_n}{\log_8 27}\cdot\log_8 27-\dfrac{\log_8 b_m}{\log_8 30}\cdot\log_8 30=a_n-a_m$

$a_n-a_m=d\left(m-n\right)=\left(\log_8 15\right)\cdot\left(n-m\right)$

$\log_8\dfrac{b_n}{b_m}=\log_8\dfrac{b_1q^{n-1}}{b_1q^{m-1}}=\log_8 q^{n-m}=\left(n-m\right)\log_8 q$

$\left(\log_8 15\right)\left(n-m\right)=\left(n-m\right)\cdot\log_8 q;\quad q=15\quad\left(m\neq n\right)$

№30. Найти $\log_2\left(\lg^2 x_{65}-\lg x_1\lg x_{129}\right)-\log_2\left(\lg^2 x_2-\lg x_1\lg x_3\right)$, если $x_1,x_2,x_3,\ldots$ - геометрическая прогрессия.

1) $\log^2 x_{65}=\left(\lg x_1q^{64}\right)^2=\left(\lg x_1+\lg q^{64}\right)^2=\lg^2 x_1+128\lg x_1\cdot\lg q+64^2\cdot\lg^2 q$

2) $\lg x_1\cdot\lg x_{129}=\lg x_1\cdot\left(\lg x_1+128\lg q\right)=\lg^2 x_1+128\lg x_1\cdot\lg q$

3) $\lg^2 x_{65}-\lg x_1\cdot\lg x_{129}=64^2\cdot\lg^2 q$

4) $\log_2\left(64^2\cdot\lg^2 q\right)=\log_2 2^{12}+\log_2\lg^2 q=12+\log_2\lg^2 q$

5) $\lg^2 x_1q-\lg x_1\cdot\lg xq^2=\left(\lg x_1+\lg q\right)^2-\lg x_1\left(\lg x_1+\lg q^2\right)=$

$=\lg^2 x_1+2\lg x_1\cdot\lg q+\lg^2 q-\lg x_1-2\lg x_2\lg q=\lg^2 q$

6) $12+\log_2\lg^2 q-\log_2\lg^2 q=12$

№31. Для некоторой геометрической прогрессии выполняется соотношение $2\log_{b_1} b_2 = 1+\log_{b_1}\frac{b_4}{5}$. Найти отношение $\frac{b_{11}}{b_8}$.

$2\log_{b_1} b_2 = 1+\log_{b_1}\frac{b_4}{5}$

$b_2 = b_1 q;\ b_4 = b_1\cdot q^3;\ \frac{b_{11}}{b_8} = \frac{b_1 q^{10}}{b_1 q^7} q^3$

$2\log_{b_1} b_1 q = 1+\log_{b_1}\frac{b_1\cdot q^3}{5}$

$2\left(1+\log_{b_1} q\right) = 1+\log_{b_1} b_1 q^3 - \log_{b_1} 5$

$2+2\log_{b_1} q = 1+1+3\log_{b_1} q - \log_{b_1} 5$

$\log_{b_1} q = \log_{b_1} 5;\quad q=5;\quad q^3 = 5^3 = 125$

№32. Сумма членов геометрической прогрессии $x_1, x_2, ..., x_{81}$ равна 8. Вычислить $\log_3\left|\log_2(8x_2-7)\right| - \log_3\left|\log_2 x_4\right|$, если $x_{53}x_{129} = x_{61}^3$.

1) $S_{81} = \frac{x_1 q^{81} - x_1}{q-1} = \frac{x_1\left(q^{81}-1\right)}{1-1}$

$\frac{x_1\left(q^{81}-1\right)}{q-1} = 8;\ \ x_1 = 1;\ \ q^{81}-1 = 8(q-1);\ \ q^{81} = 8q-7$

2) $x_1 q^{52}\cdot x_1 q^{128} = x_1^3 q^{60\cdot 3};\ \ x_1^2\cdot q^{180} = x_1^3 = q^{180};\ \ x_1 = 1$

3) $\log_3\frac{\left|\log_2(8x_1q-7)\right|}{\left|\log_2 x_1 q^3\right|} = \log_3\frac{\left|\log_3(8q-7)\right|}{\left|\log_2 q^3\right|} = \log_3\frac{\left|\log_2 q^{81}\right|}{\left|\log_2 q^3\right|} = \log_3\frac{81}{3} = \log_3 27 = 3$

№33. Сумма членов геометрической прогрессии $x_1, x_2, ..., x_{36}$ равна 11. Вычислить $\log_3\left|\log_2(11x_2-10)\right| - \log_3\left|\log_2 x_5\right|$, если $x_{82}x_{184} = x_{89}^3$.

1) $S_{36} = 11;\ S_{36} = \frac{x_1\cdot\left(1-q^{36}\right)}{1-q};\quad \frac{x_1\left(1-q^{36}\right)}{1-q} = 11;\quad \frac{1-q^{36}}{1-q} = \frac{11}{x_1}$

2) $x_{82}\cdot x_{184} = x_{89}^3;\ \ x_1\cdot q^{81}\cdot x_1\cdot q^{183} = \left(x_1 q^{88}\right)^3;\ \ x_1^2\cdot q^{264} = x_1^3\cdot q^{264};\ \ x_1 = 1$

3) $\frac{1-q^{36}}{1-q} = 11;\ 1-q^{36} = 11-11q;\ \ 11q - q^{36} = 10;\ \ 11q-10 = q^{36}$

4) $11x_2 - 10 = 11\cdot x_1 q - 10 = 11q-10 = q^{36};\quad \log_2 q^{36} = 36\log_2|q|$

5) $\log_2 x_5 = \log_2 x_1 q^4 = \log_2 q^4 = 4\log_2|q|$

6) $\log_3\left|36\log_2|q|\right| - \log_3\left|4\cdot\log_2|q|\right| = \log_3\left|\frac{36\log_2|q|}{4\log_2|q|}\right| = \log_3 9 = 2$

✓ *СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ*

1. *Логарифм - это показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b.*

$$a^c = b \Leftrightarrow c = \log_a b$$

$$b > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$$

2. *Основное логарифмическое тождество:* $a^{\log_a b} = b,\quad b > 0$

3. $\log_a a = 1$

4. $\log_a 1 = 0$

5. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y;\ \ x > 0,\ y > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

6. $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|;\ \ x \neq 0,\ y \neq 0,\ xy > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

7. $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y;\ \ \ x > 0,\ y > 0,\ \ a > 0,\ a \neq 1$

8. $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a |x| - \log_a |y|;\ \ x \neq 0,\ y \neq 0,\ xy > 0\ \ \ a > 0,\ a \neq 1$

9. $\log_a \left(x^k\right) = k \log_a x;\ \ x > 0,\ \ a > 0,\ \ a \neq 1$

10. $\log_a \left(x^{2k}\right) = 2k \log_a |x|;\ \ x \neq 0,\ \ a > 0,\ \ a \neq 1$

11. $\log_{a^m} x^n = \dfrac{n}{m} \log_a x;\ \ x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

12. *Формула перехода к новому основанию* $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ *или* $\log_c b = \log_c a \cdot \log_a b$

$$a > 0,\ b > 0,\ c > 0\ \ a \neq 1,\ c \neq 1$$

13. $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a};\qquad a > 0,\ \ b > 0,\ \ a \neq 1,\ \ b \neq 1$

14. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a};\qquad a > 0,\ b > 0,\ c > 0,\ b \neq 1$