Свойства логарифмов. Тренировочные упражнения

- ***Примеры***

Найдите значение выражения:

№1.	$\log_{\sqrt{6}}\frac{1}{6}$	**№2.**	$\log^3_{\frac{1}{32}}4$
№3.	$\sqrt{\left(-2\log_3\frac{1}{9}\right)}$	**№4.**	$6^{\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}}2}$
№5.	$\log_9\log_4\left(\sqrt[3]{4}\right)$	**№6.**	$\log_{\frac{16}{9}}\log_{27}81$
№7.	$\log^2_4\log_{\frac{1}{7}}\frac{1}{49}$	**№8.**	$27^{\frac{1}{3\log_{16}81}}$
№9.	$\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_2 3\cdot\log_3 4\right)$	**№10.**	$32^{\log_4 3-0{,}1\cdot\log_2 3}$
№11.	$\dfrac{\left(3^{\log^2_{\sqrt{3}}2}-4^{\log_{\sqrt{3}}2}\right)^2-1}{2}$	**№12.**	$\dfrac{3\log^2_3 45-2\log_3 45\cdot\log_3 5-\log^2_3 5}{3\log_3 45+\log_3 5}$

▪ ***Решение (примеры)*** 2. Свойства логарифмов

№1. $\log_{\sqrt{6}}\frac{1}{6}=x,\quad \sqrt{6}^{x}=\frac{1}{6},\quad \left(6^{\frac{1}{2}}\right)^{x}=6^{-1},\quad 6^{\frac{x}{2}}=6^{-1},\quad \frac{x}{2}=-1,\quad x=-2$

№2. $\log_{\frac{1}{32}}^{3}4=\left(\log_{2^{-5}}2^{2}\right)^{3}=\left(\frac{2}{-5}\right)^{3}=\frac{8}{-125}=\frac{8\cdot 8}{-125\cdot 8}=-0{,}064$

№3. $\sqrt{\left(-2\log_{3}\frac{1}{9}\right)}=\sqrt{\left(-2\cdot\log_{3}3^{-2}\right)}=\sqrt{(-2)\cdot(-2)}=\sqrt{4}=2$

№4. $6^{\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}}2}=?$

$1)\ \frac{1}{\sqrt{6}}==6^{-\frac{1}{2}};\quad 2)\ \log_{6^{-\frac{1}{2}}}2^{1}=\frac{1}{-\frac{1}{2}}\log_{6}2=-2\log_{6}2;\quad 3)\ 6^{-2\log_{6}2}=\left(6^{\log_{6}2}\right)^{-2}=2^{-2}=\frac{1}{4}=0{,}25$

№5. $\log_{9}\log_{4}\left(\sqrt[3]{4}\right)=?$

$1)\ \log_{4}\sqrt[3]{4}=\log_{4}4^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{3};\quad 2)\ \log_{9}\frac{1}{3}=\log_{3^{2}}3^{-1}=\frac{-1}{2}\log_{3}3=-\frac{1}{2}=-0{,}5$

№6. $\log_{\frac{16}{9}}\log_{27}81=\log_{\left(\frac{4}{3}\right)^{2}}\log_{2^{3}}3^{4}=\log_{\left(\frac{4}{3}\right)^{2}}\frac{4}{3}=\frac{1}{2}=0{,}5$

№7. $\log_{4}^{2}\log_{\frac{1}{7}}\frac{1}{49}=\log_{4}^{2}\log_{7^{-1}}7^{-2}=\log_{4}^{2}\left(\frac{-2}{-1}\right)=\log_{4}^{2}2=\left(\log_{2^{2}}2^{1}\right)^{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}=\frac{1}{4}=0{,}25$

№8. $27^{\frac{1}{3\log_{16}81}}=?$

$1)\ 3\log_{16}81=3\log_{2^{4}}3^{4}=3\cdot\frac{4}{4}\log_{2}3=3\log_{2}3$

$2)\ \frac{1}{3\log_{2}3}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\log_{2}3}=\frac{1}{3}\cdot\log_{3}2;\quad 3)\ 27^{\frac{1}{3}\cdot\log_{3}2}=\left(3^{3}\right)^{\frac{1}{3}\cdot\log_{3}2}=3^{\log_{3}2}=2$

№9. $\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_{2}3\cdot\log_{3}4\right)=\log_{2^{-2}}\left(\log_{2}4\right)=\log_{2^{-2}}2^{1}=\frac{1}{-2}\log_{2}2=-\frac{1}{2}=-0{,}5$

№10. $32^{\log_{4}3-0{,}1\cdot\log_{2}3}=2^{5\left(\log_{4}3-0{,}1\cdot\log_{2}3\right)}=2^{5\cdot\log_{2^{2}}3-5\cdot 0{,}1\cdot\log_{2}3}=2^{\frac{5}{2}\log_{2}3-0{,}5\log_{2}3}=2^{2{,}5\cdot\log_{2}3-0{,}5\log_{2}3}=2^{2\log_{2}3}=$

$=\left(2^{\log_{2}3}\right)^{2}=3^{2}=9$

№11. $\frac{\left(3^{\log_{\sqrt{3}}^{2}2}-4^{\log_{\sqrt{3}}2}\right)^{2}-1}{2}=?$

$1)\ 3^{\log_{\sqrt{3}}^{2}2}=3^{\left(\log_{3^{\frac{1}{2}}}2\right)^{2}}=3^{\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\log_{3}2\right)^{2}}=3^{\left(2\log_{3}2\right)^{2}}=3^{4\cdot\log_{3}^{2}2}=\left(3^{\log_{3}2}\right)^{4\log_{3}2}=\left(2^{4}\right)^{\log_{3}2}=16^{\log_{3}2}$

$2)\ 4^{\log_{\sqrt{3}}2}=4^{\log_{3^{\frac{1}{2}}}2}=4^{\frac{1}{\frac{1}{2}}\log_{3}2}=\left(4^{2}\right)^{\log_{3}2}=16^{\log_{3}2};\quad 3)\ \frac{\left(16^{\log_{3}2}-16^{\log_{3}2}\right)^{2}-1}{2}=-\frac{1}{2}=-0{,}5$

№12. $$\frac{3\log_3^2 45-2\log_3 45\cdot\log_3 5-\log_3^2 5}{3\log_3 45+\log_3 5}=?$$

1) $3\cdot\log_3^2 45=3\cdot\left(\log_3 9\cdot 5\right)^2=3\cdot\left(\log_3 9+\log_3 5\right)^2=3\cdot\left(2+\log_3 5\right)^2=$

$=3\cdot\left(4+4\log_3 5+\log_3^2 5\right)=12+12\log_3 5+3\log_3^2 5$

2) $2\log_3 45\cdot\log_3 5=2\left(\log_3 9\cdot 5\right)\cdot\log_3 5=2\left(2+\log_3 5\right)\cdot\log_3 5=$

$=\left(4+2\log_3 5\right)\log_3 5=4\log_3 5+2\log_3^2 5$

3) $12+12\log_3 5+3\log_3^2 5-4\log_3 5-2\log_3^2 5-\log_3^2 5=8\log_3 5+12=$

$=4\left(2\log_3 5+3\right)$

4) $3\left(2+\log_3 5\right)+\log_3 5=6+3\log_3 5+\log_3 5=6+4\log_3 5=2\left(3+2\log_3 5\right)$

5) $\dfrac{4\left(2\log_3 5+3\right)}{2\left(2\log_3 5+2\right)}=2$

Вариант 1

№1. $\lg\left(16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}}+36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}}\right)$

№2. $2^{\log_3 5}\cdot 5^{3\log_3 0,5}\cdot 4^{\log_9 25}$

№3. $\left(\left(1-\log_5^2 35\right)\log_{175} 5+\log_5 35\right)\cdot 2^{\log_2 5}$

№4. $\log_{\pi^3}\dfrac{\pi^2}{a^3b^2}$ если $\log_{\pi^2}\dfrac{1}{a}=\log_{\pi^5}\dfrac{1}{b}=1$

№5. $2\log_c a+3\log_c b$, если $\log_c a^4b^6=-18,\ \ a>0,\ \ b>0.$

№6. $6\log_{\frac{a^3}{b}}\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}$, если $\log_a b=4$

№7. $2^a\cdot a^{\log_{\sqrt{2}-1}\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)}$, если $a=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$

№8. $\log_{16}42\cdot\log_7 8-3\log_{49}\sqrt{6}$

Вариант 2

№1. $\log_{\frac{1}{3}}3\sqrt{3}$

№2. $\log_2 0,25$

№3. $\log_3^2 9$

№4. $\log_3^4\dfrac{1}{9}$

№5. $\sqrt[3]{\log_2 256}$

№6. $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{8}}27}$

№7. $\log_{\sqrt{2}}\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{9}$

№8. $\sqrt{7}^{\frac{2}{\log_{25}7}}$

№9. $25^{\frac{1}{2\log_{49}25}}$

№10. $\log_3 64\cdot\log_2\dfrac{1}{27}$

№11. $49^{1-\log_7 14}+5^{-\log_5 4}$

№12. $0,8\cdot\left(1+9^{\log_3 8}\right)^{\log_{65}5}$

№13. $5^{\frac{1}{\log_3 5}}\cdot 5^{\log_5^2 4}-3\cdot 4^{\log_5 4}+\lg 0,01$

№14. $\left(3^{1+\frac{1}{2\log_4 3}}+8^{\frac{1}{3\log_9 2}}+1\right)^{0,5}$

№15. $\dfrac{\log_5^2 7\sqrt{5}+2\log_5^2 7-3\log_3 7\sqrt{5}\cdot\log_5 7}{\log_5 7\sqrt{5}-\log_5 49}$

Вариант 3

№1. $\log_{\frac{1}{16}}\dfrac{1}{4}$

№2. $\log_{25}125$

№3. $\log_2^3 8$

№4. $\log_{0,5}^2 4$

№5. $\sqrt{\log_3 81}$

№6. $3^{\log_{3\sqrt{3}}8}$

№7. $\log_{16}^3\log_3 81$

№8. $3^{\frac{3}{\log_{\sqrt[3]{6}}3}}$

№9. $4^{-\frac{2}{\log_5 4}}$

№10. $\log_2\left(\log_{\sqrt{2}}9\cdot\log_{\sqrt{3}}2\right)$

№11. $81^{-\log_{\frac{1}{2}}3\cdot\log_{\frac{1}{3}}4+2,5}$

№12. $0,7\cdot\left(2+\left(\sqrt{3}\right)^{\log_3\frac{1}{16}}\right)^{\log_{\frac{9}{4}}3}$

№13. $4^{\log_2 3}\cdot 3^{\log_3^2 2}-9\cdot 2^{\log_3 2}+2^{\log_4 9}$

№14. $9^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt[4]{3}}+3\cdot 2^{\log_2^2 3}-3^{\log_2 3}\cdot\log_2 8$

№15. $\dfrac{\log_2^2 18-4\log_2^2 3+3\log_2 18+6\log_2 3}{\log_2 18+2\log_2 3}$

▪ ***Ответы (тест)*** 2. Свойства логарифмов

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3	
№1.	*2*	№1.	*-1,5*	№1.	*0,5*
№2.	*1*	№2.	*-2*	№2.	*1,5*
№3.	*5*	№3.	*4*	№3.	*27*
№4.	*6*	№4.	*16*	№4.	*4*
№5.	*-9*	№5.	*2*	№5.	*2*
№6.	*5*	№6.	*9*	№6.	*4*
№7.	*2*	№7.	*2*	№7.	*0,125*
№8.	*0,75*	№8.	*25*	№8.	*6*
		№9.	*7*	№9.	*0,04*
		№10.	*-18*	№10.	*3*
		№11.	*0,5*	№11.	*9*
		№12.	*4*	№12.	*2,1*
		№13.	*-2*	№13.	*3*
		№14.	*4*	№14.	*3*
		№15.	*0,5*	№15.	*4*

Вариант 1

№1. $\lg\left(16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}}+36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}}\right)=2$

1) $16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}}=4^{2\log_4 6}=\left(4^{\log_4 6}\right)^2=6^2=36;$ 2) $36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}}=36^{\log_6 8}=6^{2\log_6 8}=\left(6^{\log_6 8}\right)^2=8^2=64$

3) $\lg(36+64)=\lg 100=2$

№2. $2^{\log_3 5}\cdot 5^{3\log_3 0,5}\cdot 4^{\log_9 25}=1$

1) $2^{\log_3 5}=5^{\log_3 2};$ 2) $4^{\log_9 25}=4^{\log_{3^2} 5^2}=4^{\log_3 5}=5^{\log_3 4}$

3) $5^{\log_3 2}\cdot 5^{3\log_3 0,5}\cdot 5^{\log_3 4}=5^{\log_3 2+3\log_3 2^{-1}+\log_3 2^2}=5^{\log_3 2-3\log_3 2+2\log_3 2}=5^0=1$

№3. $\left(\left(1-\log_5^2 35\right)\log_{175} 5+\log_5 35\right)\cdot 2^{\log_2 5}=5$

1) $1-\log_5^2 35=(1-\log_5 35)(1+\log_5 35)=(\log_5 5-\log_5 35)(\log_5 5+\log_5 35)=$

$=\log_5\frac{5}{35}\cdot\log_5(5\cdot 35)=\log_5\frac{1}{7}\cdot\log_5 175=-\log_5 7\cdot\log_5 175;$

2) $-\log_5 7\cdot\log_5 175\cdot\log_{175} 5=-\log_5 7;$ 3) $\log_5 35-\log_5 7=\log_5\frac{35}{7}=\log_5 5=1$

4) $2^{\log_2 5}=5;$ 5) $1\cdot 5=5$

№4. $\log_{\pi^3}\frac{\pi^2}{a^3b^2}$ если $\log_{\pi^2}\frac{1}{a}=\log_{\pi^5}\frac{1}{b}=1$

1) $\log_{\pi^2}\frac{1}{a}=1\Leftrightarrow\pi^2=\frac{1}{a}\Leftrightarrow a=\pi^{-2};$ $\log_{\pi^5}\frac{1}{b}=1\Leftrightarrow\pi^5=\frac{1}{b}\Leftrightarrow b=\pi^{-5}$

2) $\log_{\pi^3}\frac{\pi^2}{a^3b^2}=\log_{\pi^3}\pi^2-\log_{\pi^3}\left(a^3b^2\right)=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\log_\pi\left(\left(\pi^{-2}\right)^3\cdot\left(\pi^{-5}\right)^2\right)=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\cdot\log_\pi\left(\pi^{-6}\cdot\pi^{-10}\right)=$

$=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\log_\pi\pi^{-16}=\frac{2}{3}+\frac{16}{3}=\frac{18}{3}=6$

№5. $2\log_c a+3\log_c b$, если $\log_c a^4b^6=-18,\ a>0,\ b>0.$

$\log_6 a^4b^6=-18;$ $\log_c a^4+\log_c b^6=-18;$ $4\log_c a+6\log_c b=-18;$ $2\log_c a+3\log_c b=-9$

№6. $6\log_{\frac{a^3}{b}}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}$, если $\log_a b=4$

$$6\cdot\frac{\log_a\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}}{\log_a\frac{a^3}{b}}=6\cdot\frac{\log_a a^{\frac{1}{2}}-\log_a b^{\frac{1}{3}}}{\log_a a^3-\log_a b}=6\cdot\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\cdot\log_a b}{3-\log_a b}=6\cdot\frac{\frac{1}{2}-\frac{4}{3}}{3-4}=6\cdot\frac{-\frac{5}{6}}{-1}=5$$

№7. $2^a\cdot a^{\log_{\sqrt{2}-1}\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)}$, если $a=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$

$$2^{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)^{2\cdot\log_{\sqrt{2}-1}\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)}=2^{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}\cdot\left(\left(\sqrt{2}-1\right)^{\log_{\sqrt{2}-1}\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)}\right)^2=2^{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}\cdot\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)^2=2^{2-2\sqrt{2}+1}\cdot 2^{2\sqrt{2}-2}=$$

$$=2^{3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-2}=2^1=2$$

№8. $\log_{16}42\cdot\log_7 8-3\log_{49}\sqrt{6}=0,75$

1) $\log_{16}42=\dfrac{\log_7 42}{\log_7 16}=\dfrac{\log_7 7\cdot 6}{\log_7 2^4}=\dfrac{1+\log_7 6}{4\log_7 2}$; 2) $\log_7 8=3\log_7 2$

3) $\dfrac{1+\log}{4\log_7 2}\cdot 3\log_7 2=\dfrac{3}{4}(1+\log_7 6)$; 4) $\log_{49}\sqrt{6}=\log_{7^2}6^{\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{4}\log_7 6$

5) $\dfrac{3}{4}(1+\log_7 6)-3\cdot\dfrac{1}{4}\log_7 6=\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{4}\log_7 6-\dfrac{3}{4}\log_7 6=\dfrac{3}{4}=0,75$

Вариант 2

№1. $\log_{\frac{1}{3}}3\sqrt{3}=\log_{3^{-1}}\left(3^1\cdot 3^{\frac{1}{2}}\right)=\log_{3^{-1}}3^{\frac{3}{2}}=\dfrac{\frac{3}{2}}{-1}=-1,5$ или

$\log_{\frac{1}{3}}3\sqrt{3}=x$, $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x=3\sqrt{3}$, $3^{-x}=3^1\cdot 3^{\frac{1}{2}}$, $3^{-x}=3^{\frac{3}{2}}$, $-x=\dfrac{3}{2}$, $x=-1,5$

№2. $\log_2 0,25=x$, $2^x=0,25$, $2^x=\dfrac{1}{4}$, $2^x=2^{-2}$, $x=-2$

№3. $\log_3^2 9=(\log_3 9)^2=\left(\log_3 3^2\right)^2=2^2=4$

№4. $\log_3^4\dfrac{1}{9}=\left(\log_3 3^{-2}\right)^4=(-2)^4=16$

№5. $\sqrt[3]{\log_2 256}=\sqrt[3]{\log_2 2^8}=\sqrt[3]{8}=2$

№6. $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{8}}27}=9$

1) $\log_{\frac{1}{8}}27=\log_{2^{-3}}3^3=\dfrac{3}{-3}\log_2 3=-1\cdot\log_2 3$; 2) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1\cdot\log_2 3}=\left(2^{-2}\right)^{-\log_2 3}=2^{2\log_2 3}=\left(2^{\log_2 3}\right)^2=9$

№7. $\log_{\sqrt{2}}\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{9}=?$; 1) $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{9}=\log_{3^{-1}}3^{-2}=\dfrac{-2}{-1}=2$; 2) $\log_{\sqrt{2}}2=\log_{2^{\frac{1}{2}}}2^1=\dfrac{1}{\frac{1}{2}}=2$

№8. $\sqrt{7^{\frac{2}{\log_{25}7}}}=\left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{\log_{25}7}}=7^{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\log_{25}7}}=7^{\frac{1}{\log_{25}7}}$

1) $\log_{25}7=\log_{5^2}7^1=\dfrac{1}{2}\log_5 7$; 2) $\dfrac{1}{\frac{1}{2}\log_5 7}=\dfrac{2}{\log_5 7}=2\cdot\log_7 5$; 3) $7^{2\log_7 5}=\left(7^{\log_7 5}\right)^2=5^2=25$

№9. $25^{\frac{1}{2\log_{49}25}}=7$

1) $\log_{49}25=\log_{7^2}5^2=\log_7 5$; 2) $\dfrac{1}{2\log_7 5}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{\log_7 5}=\dfrac{1}{2}\cdot\log_5 7$; 3) $25^{\frac{1}{2}\cdot\log_5 7}=\left(5^2\right)^{\frac{1}{2}\log_5 7}=7$

№10. $\log_3 64\cdot\log_2\dfrac{1}{27}=\log_3 2^6\cdot\log_2 3^{-3}=6\cdot\log_3 2\cdot(-3)\cdot\log_2 3=-18\cdot\log_3 2\cdot\log_2 3=-18$

№11. $49^{1-\log_7 14}+5^{-\log_5 4}=0,5$

1) $1-\log_7 14=\log_7 7-\log_7 14=\log_7\dfrac{7}{14}=\log_7\dfrac{1}{2}=\log_7 2^{-1}=-\log_7 2$

2) $49^{-\log_7 2}=7^{-2\cdot\log_7 2}=\left(7^{\log_7 2}\right)^{-2}=2^{-2}=\dfrac{1}{4}$

3) $5^{-\log_5 4}=\left(5^{\log_5 4}\right)^{-1}=4^{-1}=\dfrac{1}{4}$; 4) $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}=0,5$

№12. $0,8\cdot\left(1+9^{\log_3 8}\right)^{\log_{65}5}=4$

1) $9^{\log_3 8}=3^{2\log_3 8}=\left(3^{\log_3 8}\right)^2=8^2=64$; 2) $0,8(1+64)^{\log_{65}5}=0,8\cdot 65^{\log_{65}5}=0,8\cdot 5=4$

№13. $5^{\frac{1}{\log_3 5}}\cdot 5^{\log_5^2 4}-3\cdot 4^{\log_5 4}+\lg 0,01=?$

1) $5^{\frac{1}{\log_3 5}}=5^{\log_5 3}=3$; 2) $5^{\log_5^2 4}=\left(5^{\log_5 4}\right)^{\log_5 4}=4^{\log_5 4}$; 3) $\lg 0,01=\lg 10^{-2}=-2$;

4) $3\cdot 4^{\log_5 4}-3\cdot 4^{\log_5 4}-2=-2$

№14. $\left(3^{1+\frac{1}{2\log_4 3}}+8^{\frac{1}{3\log_9 2}}+1\right)^{0,5}=4$

1) $\dfrac{1}{2\log_4 3}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{\log_4 3}=\dfrac{1}{2}\cdot\log_3 4$; 2) $3^{1+\frac{1}{2}\cdot\log_3 4}=3\cdot 3^{\frac{1}{2}\log_3 4}=3\cdot\left(3^{\log_3 4}\right)^{\frac{1}{2}}=3\cdot 4^{\frac{1}{2}}=3\cdot\sqrt{4}=3\cdot 2=6$

3) $\dfrac{1}{3\log_9 2}=\dfrac{1}{3}\cdot\log_2 9$; 4) $8^{\frac{1}{3}\log_2 9}=\left(2^3\right)^{\frac{1}{3}\cdot\log_2 9}=2^{\log_2 9}=9$; 5) $(6+9+1)^{0,5}=16^{0,5}=\sqrt{16}=4$

№15. $\dfrac{\log_5^2 7\sqrt{5}+2\log_5^2 7-3\log_3 7\sqrt{5}\cdot\log_5 7}{\log_5 7\sqrt{5}-\log_5 49}=0,5$

1) $\log_5^2 7\sqrt{5}=\left(\log_5 7\sqrt{5}\right)^2=\left(\log_5 7+\log_5\sqrt{5}\right)^2=\left(\log_5 7+\log_5 5^{\frac{1}{2}}\right)^2=$

$=\left(\log_5 7+\dfrac{1}{2}\right)^2=(0,5+\log_5 7)^2=0,25+\log_5 7+\log_5^2 7$

2) $3\cdot\log_3 7\sqrt{5}\cdot\log_5 7=3\cdot(0,5+\log_5 7)\cdot\log_5 7=(1,5+3\log_5 7)\cdot\log_5 7=1,5\log_5 7+3\log_5^2 7$

3) $0,25+\log_5 7+\log_5^2 7+2\log_5^2 7-1,5\log_5 7-3\log_5^2 7=0,25-0,5\log_5 7=0,5(0,5-\log_5 7)$

4) $\log_5 7\sqrt{5}-\log_5 49=\log_5 7+\log_5 5^{\frac{1}{2}}-\log_5 7^2-\log_5 7-2\log_5 7+\dfrac{1}{2}=0,5-\log_5 7$

5) $\dfrac{0,5(0,5-\log_5 7)}{0,5-\log_5 7}=0,5$

Вариант 3

№1. $\log_{\frac{1}{16}}\frac{1}{4}=\log_{4^{-2}}4^{-1}=\frac{-1}{-2}\log_4 4=\frac{1}{2}=0,5$

№2. $\log_{25}125=\log_{5^2}5^3=\frac{3}{2}\log_5 5=1,5$

№3. $\log_2^3 8=\left(\log_2 2^3\right)=3^3=27$

№4. $\log_{0,5}^2 4=\left(\log_{\frac{1}{2}}4\right)^2=\left(\log_{2^{-1}}2^2\right)^2=\left(\frac{2}{-1}\log_2 2\right)^2=(-2)^2=4$

№5. $\sqrt{\log_3 81}=\sqrt{\log_3 3^4}=\sqrt{4}=2$

№6. $3^{\log_{3\sqrt{3}}8}=4$

1) $3\sqrt{3}=3^1\cdot 3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{3}{2}}$; 2) $\log_{3^{\frac{3}{2}}}2^3=\frac{3}{\frac{3}{2}}\log_3 2=2\cdot\log_3 2$; 3) $3^{2\log_3 2}=\left(3^{\log_3 2}\right)^2=2^2=4$

№7. $\log_{16}^3\log_3 81=\log_{16}^3\log_3 3^4=\log_{16}^3 4=\left(\log_{4^2}4^1\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}=0,125$

№8. $3^{\frac{3}{\log_{\sqrt[3]{6}}3}}=6$

1) $\log_{\sqrt[3]{6}}3=\log_{6^{\frac{1}{3}}}3^1=\frac{1}{\frac{1}{3}}\log_6 3=3\log_6 3$; 2) $\frac{3}{3\log_6 3}=\frac{1}{\log_6 3}=\log_3 6$; 3) $3^{\log_3 6}=6$

№9. $4^{-\frac{2}{\log_5 4}}=4^{-2\cdot\log_4 5}=\left(4^{\log_4 5}\right)^{-2}=5^{-2}=\frac{1}{25}=0,04$

№10. $\log_2\left(\log_{\sqrt{2}}9\cdot\log_{\sqrt{3}}2\right)=3$

1) $\log_{\sqrt{2}}9\cdot\log_{\sqrt{3}}2=\log_{2^{\frac{1}{2}}}3^2\cdot\log_{3^{\frac{1}{2}}}2^1=\frac{2}{\frac{1}{2}}\log_2 3\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}}\log_3 2=4\log_2 3\cdot 2\log_3 2=8\log_2 3\cdot\log_3 2=8$

2) $\log_2 8=\log_2 2^3=3$

№11. $81^{-\log_{\frac{1}{2}}3\cdot\log_{\frac{1}{3}}4+2,5}=9$

1) $-\log_{2^{-1}}3\cdot\log_{3^{-1}}2^2=-(-1)\log_2 3\cdot\left(\frac{2}{-1}\right)\log_3 2=-2\log_2 3\cdot\log_3 2=-2$

2) $81^{-2+2,5}=\left(3^4\right)^{0,5}=3^2=9$

№12. $$0,7\cdot\left(2+\left(\sqrt{3}\right)^{\log_3\frac{1}{16}}\right)^{\log_{\frac{9}{4}}3}=2,1$$

1) $\sqrt{3}^{\log_3\frac{1}{16}}=3^{\frac{1}{2}\log_3 4^{-2}}=3^{\frac{1}{2}\cdot(-2)\log_3 4}=3^{-1\cdot\log_3 4}=3^{\log_3\frac{1}{4}}=\frac{1}{4}$

2) $\left(2+\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{9}{4}}3}=\left(\frac{9}{4}\right)^{\log_{\frac{9}{4}}3}=3$; 3) $0,7\cdot 3=2,1$

№13. $$4^{\log_2 3}\cdot 3^{\log_3^2 2}-9\cdot 2^{\log_3 2}+2^{\log_4 9}=3$$

1) $4^{\log_2 3}=2^{2\cdot\log_2 3}=\left(2^{\log_2 3}\right)^2=3^2=9$; 2) $3^{\log_3^2 2}=\left(3^{\log_3 2}\right)^{\log_3 2}=2^{\log_3 2}$

3) $2^{\log_4 9}=2^{\log_{2^2}3^2}=2^{\log_2 3}=3$; 4) $9\cdot 2^{\log_3 2}-9\cdot 2^{\log_3 2}+3=3$

№14. $$9^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt[4]{3}}+3\cdot 2^{\log_2^2 3}-3^{\log_2 3}\cdot\log_2 8=3$$

1) $9^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt[4]{3}}=3^{2\log_{3^{\frac{1}{2}}}3^{\frac{1}{4}}}=3^{2\cdot\left(\frac{1}{4}:\frac{1}{2}\right)}=3^{2\cdot\frac{1}{2}}=3$; 2) $3\cdot 2^{\log_2^2 3}=3\cdot\left(2^{\log_2 3}\right)^{\log_2 3}=3\cdot 3^{\log_2 3}$

3) $\log_2 8=\log_2 2^3=3$; 4) $3+3\cdot 3^{\log_2 3}-3\cdot 3^{\log_2 3}=3$

№15. $$\frac{\log_2^2 18-4\log_2^2 3+3\log_2 18+6\log_2 3}{\log_2 18+2\log_2 3}=4$$

1) $\log_2^2 178-4\log_2^2 3=\left(\log_2 18-2\log_2 3\right)\left(\log_2 18+2\log_2 3\right)=$

$=\left(\log_2 18-\log_2 9\right)\left(\log_2 18+\log_2 3^2\right)=\log_2\frac{18}{9}\cdot\log_2(18\cdot 9)=\log_2 2\cdot\log_2\left(9^2\cdot 2\right)=$

$=\log_2 2+\log_2 9^2=1+2\log_2 9$

2) $3\log_2 18+6\log_2 3=3\left(\log_2 18+2\log_2 3\right)=3\left(\log_2(2\cdot 9)+\log_2 9\right)=3\left(1+\log_2 9+\log_2 9\right)=$

$=3\left(1+2\log_2 9\right)$

3) $1+2\log_2 9+3\left(1+2\log_2 9\right)=4\left(1+2\log_2 9\right)$

4) $\log_2 18+2\log_2 3=\log_2 2+\log_2 9+\log_2 9=1+2\log_2 9$; 5) $\frac{4\left(1+2\log_2 9\right)}{1+2\log_2 9}=4$

✓ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1. *Логарифм - это показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b.*

$$a^c = b \Leftrightarrow c = \log_a b$$

$$b > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$$

2. *Основное логарифмическое тождество:* $a^{\log_a b} = b,\ \ b > 0$

3. $\log_a a = 1$

4. $\log_a 1 = 0$

5. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y;\ \ x > 0,\ y > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

6. $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|;\ \ x \neq 0,\ y \neq 0,\ xy > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

7. $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y;\ \ x > 0,\ y > 0,\ \ a > 0,\ a \neq 1$

8. $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a |x| - \log_a |y|;\ \ x \neq 0,\ y \neq 0,\ xy > 0\ \ \ a > 0,\ a \neq 1$

9. $\log_a \left(x^k\right) = k \log_a x\,;\ \ x > 0,\ \ a > 0,\ \ a \neq 1$

10. $\log_a \left(x^{2k}\right) = 2k \log_a |x|;\ \ x \neq 0,\ \ a > 0,\ \ a \neq 1$

11. $\log_{a^m} x^n = \dfrac{n}{m} \log_a x;\ \ x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

12. *Формула перехода к новому основанию* $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ *или* $\log_c b = \log_c a \cdot \log_a b$

$$a > 0,\ b > 0,\ c > 0\ \ a \neq 1,\ c \neq 1$$

13. $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a};\ \ \ \ \ a > 0,\ \ b > 0,\ \ a \neq 1,\ \ b \neq 1$

14. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}\ ;\ \ \ \ \ a > 0,\ b > 0,\ c > 0,\ b \neq 1$