Тригонометрические уравнения с параметром, сводящиеся к квадратным

- ***Примеры***

1. При каких значениях a уравнение $2\cos 2x+4\sin x+a^2-2a-2=0$ имеет хотя бы одно решение?

2. Найти все значения параметра a, при которых уравнение $\cos^4 x-4\sin^2 x-a+1=0$ имеет решение.

3. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $(a+3)\cos^2 x+2(a^2+3a)\cos x+8a^2+8a-48=0$ имеет хотя бы один корень.

4. Найти все значения параметра a, при которых уравнение $2a^2\cos 2x+4a^2\cos x-4a\cos x-9\cos^2 x+3a^2-2a+1=0$ имеет хотя бы один корень на отрезке $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

5. При каких значениях a уравнения $\sin 2x(\sin 2x-1)=0$ и $(a+3)\sin^2 2x-\sin 2x\cdot\cos 4x-(a+4)\sin 2x=0$ равносильны?

6. Найти все значения a, при каждом из которых уравнение $(4\cos x-3-a)\cos x-2{,}5\cos 2x+1{,}5=0$ имеет хотя бы один корень.

7. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\sqrt{a^2-4\sin^4 x}=\cos^2 x$ имеет решения.

▪ ***Тест*** Уравнения, сводящиеся к квадратным

Вариант 1

1. При каких значениях a уравнение $8\sin x+2\cos 2x+a^2-4a-2=0$ не имеет решений?

2. Найти все значения параметра a, при которых уравнение $\sin^4 x-2\cos^2 x+a+5=0$ имеет решение.

3. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $(a+2)\cos^2 x-2(a^2+2a)\cos x+10a^2-5a-50=0$ имеет хотя бы один корень.

4. Найти все значения параметра a, при которых уравнение $9a^2\cos^2 x-6a(a+1)\cos x+2a-2\cos 2x-1+a^2=0$ имеет хотя бы один корень на отрезке $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

5. При каких значениях a уравнения $\sin x=2\sin^2 x$ и $\sin 3x=(a+1)\sin x-2(a-1)\sin^2 x$ равносильны?

Вариант 2

1. При каких значениях a уравнение $\cos 2x+\sin^4 x-a^2+2a-1=0$ имеет хотя бы одно решение?

2. При каких значениях a уравнение $\cos 2x-2\cos x-2a^2+2a+1=0$ не имеет решений?

3. Найти все значения a, при каждом из которых уравнение $5-4\sin^2 x-8\cos^2\frac{x}{2}=2a$ имеет хотя бы один корень.

4. Найти все значения параметра a, при которых уравнение $2a^2\cos 2x+4a^2\cos x+3a^2-4a\cos x-2a+\sin^2 x=0$ имеет хотя бы один корень на отрезке $\left[\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right]$.

5. Найдите все положительные значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\sqrt{a^2-9\cos^4 x}=\sin^2 x$ имеет решение.

▪ *Ответы (тест)* Уравнения, сводящиеся к квадратным

	1.	2.	3.	4.	5.
Вар.1	$(-\infty;-2)$; $(6;\infty)$	$[-6;-3]$	$\{-2\}\cup[2;3]$	$-1\le a\le\frac{1}{4}$	$(-\infty;0);\{2\}$; $\{3\};(4;\infty)$
Вар.2	$[0;2]$	$(-\infty;-1)$; $(2;\infty)$	$[-2;2,5]$	$\frac{1}{4}\le a\le 1$	$\frac{3}{\sqrt{10}}\le a\le 3$