

Основные тригонометрические формулы  
Формулы двойного угла

## Примеры

Найдите значение выражения:

№1. Найдите  $\frac{2 \sin 4\alpha}{7 \cos 2\alpha}$ , если  $\sin 2\alpha = 0,7$

№2. а)  $\frac{44 \sin 140^\circ \cdot \cos 140^\circ}{\sin 280^\circ}$ ; б)  $\frac{-10 \sin 164^\circ}{\sin 82^\circ \cdot \sin 8^\circ}$ ; в)  $\frac{12 \sin 114^\circ}{\cos 57^\circ \cdot \cos 33^\circ}$ .

№3.  $\sin \frac{13\pi}{12} \cdot \cos \frac{13\pi}{12}$

№4. а)  $\frac{19(\sin^2 84^\circ - \cos^2 84^\circ)}{\cos 168^\circ}$ ; б)  $\sqrt{8} \cos^2 \frac{13\pi}{8} - \sqrt{8} \sin^2 \frac{13\pi}{8}$ .

№5. Найдите а)  $98 \cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{5}{7}$ ; б)  $-37 \cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = -0,6$ .

№6. Найдите  $-18 \cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,6$ .

№7. а)  $\sqrt{48} \cos^2 \frac{13\pi}{12} - \sqrt{12}$ ; б)  $\sqrt{32} - \sqrt{128} \sin^2 \frac{3\pi}{8}$ .

▪ **Решение (примеры)**      **Формулы двойного угла**

№1. Найдите  $\frac{2\sin 4\alpha}{7\cos 2\alpha}$ , если  $\sin 2\alpha = 0,7$ .

$$\frac{2\sin 4\alpha}{7\cos 2\alpha} = \frac{2 \cdot \sin(2 \cdot 2\alpha)}{7\cos 2\alpha} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha}{7\cos 2\alpha} = \frac{4 \cdot \sin 2\alpha}{7} = \frac{4 \cdot 0,7}{7} = 0,4. \quad \text{Ответ: } 0,4.$$

№2. а)  $\frac{44\sin 140^\circ \cdot \cos 140^\circ}{\sin 280^\circ} = \frac{44\sin 140^\circ \cdot \cos 140^\circ}{\sin(2 \cdot 140^\circ)} = \frac{44\sin 140^\circ \cdot \cos 140^\circ}{2\sin 140^\circ \cdot \cos 140^\circ} = 22;$       *Ответ: 22.*

б)  $\frac{-10\sin 164^\circ}{\sin 82^\circ \cdot \sin 8^\circ} = \frac{-10 \cdot \sin(2 \cdot 82^\circ)}{\sin 82^\circ \cdot \cos 82^\circ} = \frac{-10 \cdot 2 \cdot \sin 82^\circ \cdot \cos 82^\circ}{\sin 82^\circ \cdot \cos 82^\circ} = -20.$       *Ответ: -20.*

в)  $\frac{12\sin 114^\circ}{\cos 57^\circ \cdot \cos 33^\circ} = \frac{12\sin 2 \cdot 57^\circ}{\cos 57^\circ \cdot \sin 57^\circ} = \frac{12 \cdot 2 \cdot \sin 57^\circ \cdot \cos 57^\circ}{\cos 57^\circ \cdot \sin 57^\circ} = 24.$       *Ответ: 24.*

№3.  $\sin \frac{13\pi}{12} \cdot \cos \frac{13\pi}{12} = \frac{2}{2} \cdot \sin \frac{13\pi}{12} \cdot \cos \frac{13\pi}{12} = \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{2 \cdot 13\pi}{12} = \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{13\pi}{6} =$   
 $= \frac{1}{2} \cdot \sin \left( 2\pi + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0,25$       *Ответ: 0,25.*

№4. а)  $\frac{19(\sin^2 84^\circ - \cos^2 84^\circ)}{\cos 168^\circ} = \frac{-19(\cos^2 84^\circ - \sin^2 84^\circ)}{\cos 168^\circ} = \frac{-19 \cdot \cos(2 \cdot 84^\circ)}{\cos 168^\circ} = \frac{-19 \cdot \cos 168^\circ}{\cos 168^\circ} = -19$       *Ответ: -19.*

б)  $\sqrt{8} \cos^2 \frac{13\pi}{8} - \sqrt{8} \sin^2 \frac{13\pi}{8} = \sqrt{8} \left( \cos^2 \frac{13\pi}{8} - \sin^2 \frac{13\pi}{8} \right) = \sqrt{8} \cdot \cos \frac{2 \cdot 13\pi}{8} = \sqrt{8} \cdot \cos \frac{13\pi}{4} =$   
 $= \sqrt{8} \cdot \cos \left( 3\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{8} \cos \left( \pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{8} \cos \frac{\pi}{4} = -\sqrt{8} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{16}}{2} = -\frac{4}{2} = -2$       *Ответ: -2.*

№5. Найдите а)  $98\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{5}{7}$ ; б)  $-37\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = -0,6$ .

а)  $98\cos 2\alpha = 98(2\cos^2 \alpha - 1) = 98 \left( 2 \cdot \left( \frac{5}{7} \right)^2 - 1 \right) = 98 \left( \frac{50}{49} - 1 \right) = 2$       *Ответ: 2.*

б)  $-37\cos 2\alpha = -37(2\cos^2 \alpha - 1) = -37(2(-0,6)^2 - 1) = -37(0,72 - 1) = -37 \cdot (-0,28) =$   
 $= (40 - 3) \cdot 0,28 = 11,2 - 0,84 = 10,36$       *Ответ: 10,36.*

№6. Найдите  $-18\cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,6$ .

$$\begin{aligned} -18\cos 2\alpha &= -18(1 - 2\sin^2 \alpha) = -18(1 - 2 \cdot (-0,6)^2) = -18(1 - 0,72) = -18 \cdot 0,28 = \\ &= -0,28 \cdot (20 - 2) = -5,6 + 0,56 = -5,04 \end{aligned}$$

Ответ: -5,04.

№7. а)

$$\begin{aligned} \sqrt{48} \cos^2 \frac{13\pi}{12} - \sqrt{12} &= \sqrt{4 \cdot 12} \cos^2 \frac{13\pi}{12} - \sqrt{12} = \sqrt{12} \left( 2 \cos^2 \frac{13\pi}{12} - 1 \right) = \sqrt{12} \cdot \cos \frac{2 \cdot 13\pi}{12} = \\ &= \sqrt{12} \cdot \cos \frac{13\pi}{6} = \sqrt{12} \cdot \cos \left( 2\pi + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{12} \cdot \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{12} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{36}}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}$$

Ответ: 3.

б)

$$\begin{aligned} \sqrt{32} - \sqrt{128} \sin^2 \frac{3\pi}{8} &= \sqrt{32} - \sqrt{32 \cdot 4} \sin^2 \frac{3\pi}{8} = \sqrt{32} \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{3\pi}{8} \right) = \sqrt{32} \cdot \cos \frac{2 \cdot 3\pi}{8} = \\ &= \sqrt{32} \cdot \cos \frac{3\pi}{4} = \sqrt{32} \cdot \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{\sqrt{64}}{2} = -\frac{8}{2} = -4 \end{aligned}$$

Ответ: -4.

## Вариант 1

№1. Найдите  $\frac{3\sin 6\alpha}{5\cos 3\alpha}$ , если  $\sin 3\alpha = -0,7$ .

№2.  $\frac{42\sin 77^\circ \cdot \cos 77^\circ}{\sin 154^\circ}$

№3.  $\frac{-13\sin 170^\circ}{\sin 85^\circ \cdot \sin 5^\circ}$

№4.  $\frac{-20\sin 154^\circ}{\cos 77^\circ \cdot \cos 13^\circ}$

№5.  $\sin \frac{23\pi}{12} \cdot \cos \frac{23\pi}{12}$

№6.  $\frac{31(\sin^2 73^\circ - \cos^2 73^\circ)}{\cos 146^\circ}$

№7.  $\sqrt{32} \cos^2 \frac{3\pi}{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{3\pi}{8}$

№8. Найдите  $-20\cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,8$ .

№9. Найдите  $147\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{3}{7}$ .

№10. Найдите  $-25\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = -0,8$ .

№11.  $\sqrt{12} \cos^2 \frac{17\pi}{12} - \sqrt{3}$

№12.  $\sqrt{75} - \sqrt{300} \sin^2 \frac{13\pi}{12}$

## Вариант 2

№1. Найдите  $\frac{3\sin 4\alpha}{5\cos 2\alpha}$ , если  $\sin 2\alpha = -0,4$ .

№2.  $\frac{16\sin 142^\circ \cdot \cos 142^\circ}{\sin 284^\circ}$

№3.  $\frac{-16\sin 156^\circ}{\sin 78^\circ \cdot \sin 12^\circ}$

№4.  $\frac{20\sin 142^\circ}{\cos 71^\circ \cdot \cos 19^\circ}$

№5.  $5\sqrt{2} \sin \frac{9\pi}{8} \cdot \cos \frac{9\pi}{8}$

№6.  $\frac{6(\sin^2 68^\circ - \cos^2 68^\circ)}{\cos 136^\circ}$

№7.  $\sqrt{27} \cos^2 \frac{7\pi}{12} - \sqrt{27} \sin^2 \frac{7\pi}{12}$

№8. Найдите  $-15\cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,3$ .

№9. Найдите  $98\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{6}{7}$ .

№10. Найдите  $-44\cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = -0,5$ .

№11.  $\sqrt{200} \cos^2 \frac{7\pi}{8} - \sqrt{50}$

№12.  $\sqrt{12} - \sqrt{48} \sin^2 \frac{17\pi}{12}$

▪ **Ответы (тест)**      **Формулы двойного угла**

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12
Вар.1	-0,84	21	-26	-40	-0,25	-31	-4	5,6	-93	-7	-1,5	7,5
Вар.2	-0,48	8	-32	40	2,5	-6	-4,5	-12,3	46	22	5	-3

▪ **Решение (тест)**      **Формулы двойного угла**

**Вариант 1**

$$\text{№1. } \frac{3 \sin 6\alpha}{5 \cos 3\alpha} = \frac{3 \cdot \sin(2 \cdot 3\alpha)}{5 \cos 3\alpha} = \frac{3 \cdot 2 \cdot \sin 3\alpha \cdot \cos 3\alpha}{5 \cos 3\alpha} = \frac{6 \cdot \sin 3\alpha}{5} = \frac{6 \cdot (-0,7)}{5} = -0,84$$

$$\text{№2. } \frac{42 \sin 77^\circ \cdot \cos 77^\circ}{\sin 154^\circ} = \frac{42 \sin 77^\circ \cdot \cos 77^\circ}{\sin(2 \cdot 77^\circ)} = \frac{42 \sin 77^\circ \cdot \cos 77^\circ}{2 \sin 77^\circ \cdot \cos 77^\circ} = 21$$

$$\text{№3. } \frac{-13 \sin 170^\circ}{\sin 85^\circ \cdot \sin 5^\circ} = -\frac{13 \sin(2 \cdot 85^\circ)}{\sin 85^\circ \cdot \cos 85^\circ} = -\frac{13 \cdot 2 \sin 85^\circ \cdot \cos 85^\circ}{\sin 85^\circ \cdot \cos 85^\circ} = -26$$

$$\text{№4. } \frac{-20 \sin 154^\circ}{\cos 77^\circ \cdot \cos 13^\circ} = \frac{-20 \cdot 2 \sin 77^\circ \cdot \cos 77^\circ}{\cos 77^\circ \cdot \sin 77^\circ} = -40$$

$$\text{№5. } \sin \frac{23\pi}{12} \cdot \cos \frac{23\pi}{12} = \frac{2}{2} \cdot \sin \frac{23\pi}{12} \cdot \cos \frac{23\pi}{12} = \frac{1}{2} \sin \frac{23\pi}{6} = \frac{1}{2} \sin \left( 4\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left( -\frac{1}{2} \right) = -0,25$$

$$\text{№6. } \frac{31(\sin^2 73^\circ - \cos^2 73^\circ)}{\cos 146^\circ} = \frac{-31(\cos^2 73^\circ - \sin^2 73^\circ)}{\cos 146^\circ} = \frac{-31 \cos 146^\circ}{\cos 146^\circ} = -31$$

$$\text{№7. } \sqrt{32} \cos^2 \frac{3\pi}{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{3\pi}{8} = \sqrt{32} \left( \cos^2 \frac{3\pi}{8} - \sin^2 \frac{3\pi}{8} \right) = \sqrt{32} \cos \frac{3\pi}{4} = \sqrt{32} \cdot \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -4$$

$$\text{№8. } -20 \cos 2\alpha = -20(1 - 2 \sin^2 \alpha) = -20(1 - 2 \cdot (-0,8)^2) = 5,6$$

$$\text{№9. } 147 \cos 2\alpha = 147 \cdot (2 \cos^2 \alpha - 1) = 147 \cdot \left( 2 \cdot \left( \frac{3}{7} \right)^2 - 1 \right) = 3 \cdot (-31) = -93.$$

$$\text{№10. } -25 \cos 2\alpha = -25(2 \cos^2 \alpha - 1) = -25(2 \cdot 0,64 - 1) = -7$$

$$\text{№11. } \sqrt{12} \cos^2 \frac{17\pi}{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3} \left( 2 \cos^2 \frac{17\pi}{12} - 1 \right) = \sqrt{3} \cos \frac{17\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left( 3\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \cdot \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -1,5$$

$$\text{№12. } \sqrt{75} - \sqrt{300} \sin^2 \frac{13\pi}{12} = \sqrt{75} \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{13\pi}{12} \right) = \sqrt{75} \cos \frac{13\pi}{6} = \sqrt{75} \cos \left( 2\pi + \frac{\pi}{6} \right) = 5\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7,5$$