

Логарифмические уравнения или неравенства

Примеры

№1. Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_{\Pi} = 25^{\circ}\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0,5$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_B = 85^{\circ}\text{C}$ до температуры T , причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_B - T_{\Pi}}{T - T_{\Pi}}$, где $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ – теплоемкость воды, $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ – коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,4$ – постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 140 м.

№2. Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 4 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 8 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 14$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,3$ – постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 83,2 с.

№3. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 2$ моля воздуха объемом $V_1 = 18$ л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 9,15 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – постоянная, а $T = 300$ К – температура воздуха. Найдите, какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 10980 Дж.

№4. Водолазный колокол, содержащий $\nu = 3$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,2$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $\alpha = 9,15$ – постоянная, $T = 300$ К – температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа в 16470 Дж?

▪ **Решение (примеры)** Логарифмические уравнения или неравенства

- №1. Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_{\Pi} = 25^{\circ}\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0,5$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_B = 85^{\circ}\text{C}$ до температуры T , причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_B - T_{\Pi}}{T - T_{\Pi}}$, где

$c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ – теплоемкость воды, $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ – коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,4$ – постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 140 м.

Решение:

$$140 = 1,4 \cdot \frac{4200 \cdot 0,5}{21} \cdot \log_2 \frac{85 - 25}{T - 25}$$

$$1 = \log_2 \frac{60}{T - 25}, \quad 2 = \frac{60}{T - 25}, \quad T = 55$$

Ответ: 55.

- №2. Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 4 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 8 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 14$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,3$ – постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 83,2 с.

Решение:

$$t \geq 83,2 \quad \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U} \geq 83,2$$

$$1,3 \cdot 8 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot \log_2 \frac{14}{U} \geq 83,2$$

$$\log_2 \frac{14}{U} \geq \frac{832}{13 \cdot 8 \cdot 4} \Leftrightarrow \log_2 \frac{14}{U} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{14}{U} \geq 4 \Leftrightarrow U \leq 3,5 \quad U_{\text{наиб}} = 3,5$$

Ответ: 3,5.

- №3. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 2$ моля воздуха объемом $V_1 = 18$ л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 9,15 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – постоянная, а $T = 300$ К – температура воздуха. Найдите, какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 10980 Дж.

Решение:

$$A = 10980, \quad \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2} = 10980$$

$$9,15 \cdot 2 \cdot 300 \cdot \log_2 \frac{18}{V_2} = 10980$$

$$\log_2 \frac{18}{V_2} = 2, \quad \frac{18}{V_2} = 4, \quad V_2 = 4,5$$

Ответ: 4,5.

- №4. Водолазный колокол, содержащий $\nu = 3$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,2$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $\alpha = 9,15$ – постоянная, $T = 300$ К – температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа в 16470 Дж?

Решение:

$$A = 16470, \quad \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1} = 16470$$

$$9,15 \cdot 3 \cdot 300 \cdot \log_2 \frac{p_2}{1,2} = 16470$$

$$\log_2 \frac{p_2}{1,2} = \frac{16470}{915 \cdot 3 \cdot 3} \Leftrightarrow \log_2 \frac{p_2}{1,2} = 2 \Leftrightarrow \frac{p_2}{1,2} = 4 \Leftrightarrow p_2 = 4,8$$

Ответ: 4,8.

▪ **Тест** **Логарифмические уравнения или неравенства**

- №1. Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_{\text{п}} = 25^{\circ}\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_B = 57^{\circ}\text{C}$ до температуры T , причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_B - T_{\text{п}}}{T - T_{\text{п}}}$, где $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ – теплоемкость воды, $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ – коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1,4$ – постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 56 м.

- №2. Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 6 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 4 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 8$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,3$ – постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 62,4 с.

- №3. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 4$ моля воздуха объемом $V_1 = 6$ л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 5,75 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – постоянная, а $T = 300$ К – температура воздуха. Найдите, какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 6900 Дж.

- №4. Водолазный колокол, содержащий $\nu = 5$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,75$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $\alpha = 9,7$ – постоянная, $T = 300$ К – температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа в 29100 Дж?

▪ **Ответы (тест)** **Логарифмические уравнения или неравенства**

№1	№2	№3	№4
33	2	3	7