Основные тригонометрические формулы
Формулы приведения

- ***Примеры***

Найдите значение выражения:

№1. $\dfrac{14\sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$

№2. $7tg13^\circ \cdot tg77^\circ$

№3. $\dfrac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$

№4. $-11\sin\left(\dfrac{7\pi}{2}-\alpha\right)$, если $\sin\alpha = 0{,}96$ и $\alpha \in (0{,}5\pi;\pi)$

№5. Найдите $tg\left(\alpha - \dfrac{5\pi}{2}\right)$, если $tg\alpha = 25$.

№6. Найдите значение выражения $5\cos(2\pi+\beta)+4\sin\left(-\dfrac{3\pi}{2}+\beta\right)$, если $\cos\beta = -\dfrac{1}{3}$

№7. Найдите значение выражения а) $27\sqrt{2}\cos(-675^\circ)$; б) $\dfrac{60}{\sin\left(-\dfrac{32\pi}{3}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{25\pi}{6}\right)}$.

№1. $\dfrac{14\sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}=\dfrac{14\sin 19^\circ}{-\sin 19^\circ}=-14$

1) $\sin 341^\circ=\sin\left(360^\circ-19^\circ\right)=\sin\left(-19^\circ\right)=-\sin 19^\circ$

Ответ: - 14.

№2. $7\cdot tg13^\circ\cdot tg77^\circ=7\cdot tg13^\circ\cdot tg\left(90^\circ-13^\circ\right)=7\cdot tg13^\circ\cdot ctg13^\circ=7$

Ответ: 7.

№3. $\dfrac{12}{\sin^2 27^\circ+\cos^2 207^\circ}=\dfrac{12}{\sin^2 27^\circ+\cos^2 27^\circ}=\dfrac{12}{1}=12$

1) $\cos^2 207^\circ=\cos^2\left(180^\circ+27^\circ\right)=\left(\cos\left(180^\circ+27^\circ\right)\right)^2=\left(-\cos 27^\circ\right)^2=\cos^2 27^\circ$

Ответ:12.

№4. $-11\sin\left(\dfrac{7\pi}{2}-\alpha\right)$, если $\sin\alpha=0,96$ и $\alpha\in\left(0,5\pi;\pi\right)$.

Решение:

1) Применяем формулы приведения:

$$\sin\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\left(4\pi-\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\cos\alpha$$

2) Для нахождения $\cos\alpha$ используем основное тригонометрическое тождество и определяем знак косинуса во II четверти:

$$\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha},\quad \alpha\in II,\quad \cos\alpha<0$$

$$\cos\alpha=-\sqrt{1-0,96^2}=-\sqrt{(1-0,96)(1+0,96)}=-\sqrt{0,04\cdot 1,96}=-0,2\cdot 1,4=-0,28$$

3) Находим значение выражения:

$$-11\cdot\sin\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)=-11\cdot(-\cos\alpha)=11\cdot\cos\alpha=11\cdot(-0,28)=-(10+1)\cdot 0,28=$$

$$=-2,8-0,28=-3,08$$

Ответ: -3,08.

№5. **Найдите** $tg\left(\alpha-\dfrac{5\pi}{2}\right)$, **если** $tg\alpha=25$.

Решение:

1) $tg\left(\alpha-\dfrac{5\pi}{2}\right)=-tg\left(\dfrac{5\pi}{2}-\alpha\right)=-tg\left(2\pi+\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=-tg\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=-ctg\alpha$;

2) $tg\alpha=25,\quad ctg\alpha=\dfrac{1}{25}=0,04$;

3) $tg\left(\alpha-\dfrac{5\pi}{2}\right)=-ctg\alpha=-0,04$.

Ответ: -0,04.

№6. **Найдите значение выражения** $5\cos(2\pi+\beta)+4\sin\left(-\frac{3\pi}{2}+\beta\right)$, **если** $\cos\beta=-\frac{1}{3}$.

Решение:

1) $\cos(2\pi+\beta)=\cos\beta$

2) $\sin\left(-\frac{3\pi}{2}+\beta\right)=-\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\beta\right)=\cos\beta$

$"-" \quad III$

3) $5\cdot\cos\beta+4\cdot\cos\beta=9\cdot\cos\beta=9\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=-3$

Ответ: -3.

№7. **Найдите значение выражения а)** $27\sqrt{2}\cos\left(-675^\circ\right)$; **б)** $\dfrac{60}{\sin\left(-\frac{32\pi}{3}\right)\cdot\cos\left(\frac{25\pi}{6}\right)}$.

Решение:

а) $\cos\left(-675^\circ\right)=\cos 675^\circ=\cos\left(2\cdot 360^\circ-45^\circ\right)=\cos\left(-45^\circ\right)=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

$27\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=27$

б) 1) $\sin\left(-\frac{32\pi}{3}\right)=-\sin\left(\frac{32\pi}{3}\right)=-\sin\left(10\pi+\frac{2\pi}{3}\right)=-\sin\frac{2\pi}{3}=-\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$;

2) $\cos\left(\frac{25\pi}{6}\right)=\cos\left(4\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $\dfrac{60}{-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{-60\cdot 4}{3}=-80$.

Ответ: а) 27; б) -80.

Вариант 1

№1. Найдите значение выражения $\dfrac{4\cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$.

№2. Найдите значение выражения $\dfrac{5tg163^\circ}{tg17^\circ}$.

№3. Найдите значение выражения $5tg17^\circ \cdot tg107^\circ$.

№4. Найдите значение выражения $\dfrac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}$.

№5. Найдите $-20\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)$, если $\cos\alpha = \dfrac{7}{25}$ и $\alpha \in (1{,}5\pi; 2\pi)$.

Вариант 2

№1. Найдите значение выражения $\dfrac{14\sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$.

№2. Найдите $tg\left(\alpha - \dfrac{7\pi}{2}\right)$, если $tg\alpha = 1{,}25$.

№3. Найдите значение выражения $3\cos(-\pi+\beta)+5\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\beta\right)$, если $\cos\beta = -\dfrac{1}{2}$.

№4. Найдите значение выражения $\dfrac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}$.

№5. Найдите $8\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}+\alpha\right)$, если $\sin\alpha = -0{,}6$ и $\alpha \in (1{,}5\pi; 2\pi)$.

Вариант 3

№1. Найдите значение выражения $\dfrac{60}{\sin\left(-\dfrac{19\pi}{3}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{31\pi}{6}\right)}$.

№2. Найдите значение выражения $24\sqrt{2}\cos\left(1035^{\circ}\right)$.

№3. Найдите значение выражения $\dfrac{\cos\left(2\pi-\beta\right)-\sin\left(-\dfrac{3\pi}{2}+\beta\right)}{2\cos\left(\beta-\pi\right)}$.

№4. Найдите значение выражения $2tg\left(\pi+\gamma\right)+2tg\left(-\gamma\right)$, если $tg\gamma=0,6$.

№5. Найдите $11\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)$, если $\sin\alpha=-0,28$ и $\alpha\in\left(\pi;1,5\pi\right)$.

Вариант 4

№1. Найдите значение выражения $\dfrac{36}{\sin\left(-\dfrac{25\pi}{3}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{25\pi}{6}\right)}$.

№2. Найдите значение выражения $15\sqrt{2}\cos\left(-585^{\circ}\right)$.

№3. Найдите значение выражения $\dfrac{3\cos\left(-3\pi-\beta\right)+3\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\beta\right)}{5\cos\left(\beta+3\pi\right)}$.

№4. Найдите значение выражения $-5tg\left(-4\pi+\gamma\right)-2tg\left(\gamma\right)$, если $tg\gamma=0,2$.

№5. Найдите $20\cos\left(\dfrac{7\pi}{2}-\alpha\right)$, если $\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$ и $\alpha\in\left(1,5\pi;2\pi\right)$.

▪ ***Ответы (тест)*** Формулы приведения

	№1	№2	№3	№4	№5
Вар.1	-4	-5	-7	12	19,2
Вар.2	14	-0,8	-1	6	6,4
Вар.3	80	24	0	0	10,56
Вар.4	-48	-15	0	-1,4	16

▪ ***Решение (тест)*** Формулы приведения

Вариант 1

№1. $\dfrac{4\cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}=\dfrac{4\cos\left(180^\circ-34^\circ\right)}{\cos 34^\circ}=\dfrac{4\cdot\left(-\cos 34^\circ\right)}{\cos 34^\circ}=-4$. *Ответ: -4.*

№2. $\dfrac{5tg163^\circ}{tg17^\circ}=\dfrac{5tg\left(180^\circ-17^\circ\right)}{tg17^\circ}=\dfrac{-5tg17^\circ}{tg17^\circ}=-5$. *Ответ: -5.*

№3. $5tg17^\circ\cdot tg107^\circ=5tg17^\circ\cdot tg\left(90^\circ+17^\circ\right)=5tg17^\circ\cdot\left(-ctg17^\circ\right)=-5$. *Ответ: -5.*

№4. $\dfrac{12}{\sin^2 37^\circ+\sin^2 127^\circ}=\dfrac{12}{\sin^2 37^\circ+\sin^2\left(90^\circ+37^\circ\right)}=\dfrac{12}{\sin^2 37^\circ+\cos^2 37^\circ}=\dfrac{12}{1}=12$. *Ответ: 12.*

№5. **Найдите** $-20\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)$**, если** $\cos\alpha=\dfrac{7}{25}$ **и** $\alpha\in\left(1{,}5\pi;2\pi\right)$.

Решение:

1) $\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\alpha$

2) $\sin\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha},\quad \alpha\in IV,\sin\alpha<0$

$$\sin\alpha=-\sqrt{1-\left(\frac{7}{25}\right)^2}=-\sqrt{\left(1-\frac{7}{25}\right)\left(1+\frac{7}{25}\right)}=-\sqrt{\frac{18\cdot 32}{25^2}}=-\sqrt{\frac{2\cdot 9\cdot 2\cdot 16}{25^2}}=-\frac{2\cdot 3\cdot 4}{25}=-\frac{24}{25}$$

3) $-20\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-20\sin\alpha=-20\cdot\left(-\dfrac{24}{25}\right)=\dfrac{96}{5}=\dfrac{96\cdot 2}{5\cdot 2}=\dfrac{192}{10}=19{,}2$ *Ответ: 19,2.*

Вариант 2

№1. $\dfrac{14\sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}==\dfrac{14\sin\left(360^\circ+49^\circ\right)}{\sin 49^\circ}=\dfrac{14\sin 49^\circ}{\sin 49^\circ}=14$. *Ответ:14.*

№2. Найдите $tg\left(\alpha-\dfrac{7\pi}{2}\right)$, если $tg\alpha=1,25$.

Решение:

1) $tg\left(\alpha-\dfrac{7\pi}{2}\right)=-tg\left(\dfrac{7\pi}{2}-\alpha\right)=-tg\left(3\pi+\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=-tg\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=-ctg\alpha$

2) $tg\alpha=1,25;\ \ tg\alpha=\dfrac{5}{4};\ \ ctg\alpha=\dfrac{4}{5};\ \ ctg\alpha=0,8$

3) $tg\left(\alpha-\dfrac{7\pi}{2}\right)=-ctg\alpha=-0,8$ *Ответ: -0,8.*

№3. Найдите значение выражения $3\cos\left(-\pi+\beta\right)+5\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\beta\right)$, если $\cos\beta=-\dfrac{1}{2}$.

Решение:

1) $\cos\left(-\pi+\beta\right)=\cos\left(\pi-\beta\right)=-\cos\beta$

2) $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\beta\right)=\cos\beta$; 3) $3\cdot\left(-\cos\beta\right)+5\cdot\cos\beta=2\cdot\cos\beta=2\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-1$

Ответ: -1.

№4. $\dfrac{6}{\cos^2 23^\circ+\cos^2 113^\circ}==\dfrac{6}{\cos^2 23^\circ+\cos^2\left(90^\circ+23^\circ\right)}=\dfrac{6}{\cos^2 23^\circ+\sin^2 23^\circ}=\dfrac{6}{1}=6$ *Ответ: 6.*

№5. **Найдите** $8\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}+\alpha\right)$**, если** $\sin\alpha=-0,6$ **и** $\alpha\in\left(1,5\pi;2\pi\right)$.

Решение:

1) $\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\left(2\pi+\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$

2) $\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha},\ \ \alpha\in IV,\ \ \cos\alpha>0,\ \ \cos\alpha=\sqrt{1-\left(-0,6\right)^2}=\sqrt{1-0,36}=\sqrt{0,64}=0,8$

3) $8\sin\left(\dfrac{5\pi}{2}+\alpha\right)=8\cos\alpha=8\cdot 0,8=6,4$ *Ответ: 6,4.*

Вариант 3

№1. $$\frac{60}{\sin\left(-\frac{19\pi}{3}\right)\cdot\cos\left(\frac{31\pi}{6}\right)}=\frac{60}{-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}=\frac{60\cdot 4}{3}=80$$

1) $\sin\left(-\frac{19\pi}{3}\right)=-\sin\left(\frac{19\pi}{3}\right)=-\sin\left(6\pi+\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\cos\left(\frac{31\pi}{6}\right)=\cos\left(5\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(4\pi+\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: 80.

№2. $24\sqrt{2}\cos\left(1035^\circ\right)=24\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=24$.

1) $\cos\left(1035^\circ\right)=\cos\left(360^\circ\cdot 2+315^\circ\right)=\cos 315^\circ=\cos\left(360^\circ-45^\circ\right)=\cos\left(-45^\circ\right)=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ответ: 24.

№3. $$\frac{\cos\left(2\pi-\beta\right)-\sin\left(-\frac{3\pi}{2}+\beta\right)}{2\cos\left(\beta-\pi\right)}=0.$$

1) $\cos\left(2\pi-\beta\right)=\cos\left(-\beta\right)=\cos\beta$

2) $\sin\left(-\frac{3\pi}{2}+\beta\right)=-\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\beta\right)=\cos\beta$

3) $\cos\left(\beta-\pi\right)=\cos\left(\pi-\beta\right)=-\cos\beta$

4) $\frac{\cos\beta-\cos\beta}{-2\cos\beta}=0$.

Ответ: 0.

№4. $2tg\left(\pi+\gamma\right)+2tg\left(-\gamma\right)=2tg\gamma-2tg\gamma=0$.

Ответ: 0.

№5. **Найдите** $11\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$**, если** $\sin\alpha=-0,28$ **и** $\alpha\in\left(\pi;1,5\pi\right)$.

Решение:

1) $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-\cos\alpha$

2) $\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha},\quad \alpha\in III,\quad \cos\alpha<0$

$\cos\alpha=-\sqrt{1-(-0,28)^2}=-\sqrt{(1-0,28)(1+0,28)}=-\sqrt{0,72\cdot 1,28}=-\sqrt{0,01^2\cdot 72\cdot 128}=$

$=-0,01\cdot\sqrt{36\cdot 2\cdot 64\cdot 2}=-0,01\cdot 6\cdot 8\cdot 2=-0,96$

3) $11\cdot\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=11\cdot(-\cos\alpha)=11\cdot 0,96=10,56$

Ответ: 10,56.

Вариант 4

№1. $$\frac{36}{\sin\left(-\frac{25\pi}{3}\right)\cdot\cos\left(\frac{25\pi}{6}\right)}=\frac{36}{-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}=-\frac{36\cdot4}{3}=-48$$

$$\sin\left(-\frac{25\pi}{3}\right)=-\sin\left(\frac{25\pi}{3}\right)=-\sin\left(8\pi+\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{25\pi}{6}\right)=\cos\left(4\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ: -48.

№2. $$15\sqrt{2}\cos\left(-585^\circ\right)=15\sqrt{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-15$$

$$\cos\left(-585^\circ\right)=\cos585^\circ=\cos\left(360^\circ+225^\circ\right)=\cos225^\circ=\cos\left(180^\circ+45^\circ\right)=-\cos45^\circ=-\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Ответ: -15.

№3. $$\frac{3\cos\left(-3\pi-\beta\right)+3\sin\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}{5\cos\left(\beta+3\pi\right)}=\frac{-3\cos\beta+3\cos\beta}{-5\cos\beta}=0$$

$$\cos\left(-3\pi-\beta\right)=\cos\left(3\pi+\beta\right)=\cos\left(2\pi+\pi+\beta\right)=\cos\left(\pi+\beta\right)=-\cos\beta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)=\cos\beta$$

$$\cos\left(\beta+3\pi\right)=\cos\left(2\pi+\pi+\beta\right)=\cos\left(\pi+\beta\right)=-\cos\beta$$

Ответ: 0.

№4. $-5tg\left(-4\pi+\gamma\right)-2tg\left(\gamma\right)=-5tg\left(\gamma\right)-2tg\left(\gamma\right)=-7tg\left(\gamma\right)=-7\cdot0,2=-1,4$. *Ответ: -1,4.*

№5. **Найдите** $20\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)$**, если** $\cos\alpha=\frac{3}{5}$ **и** $\alpha\in\left(1,5\pi;2\pi\right)$**.**

Решение:

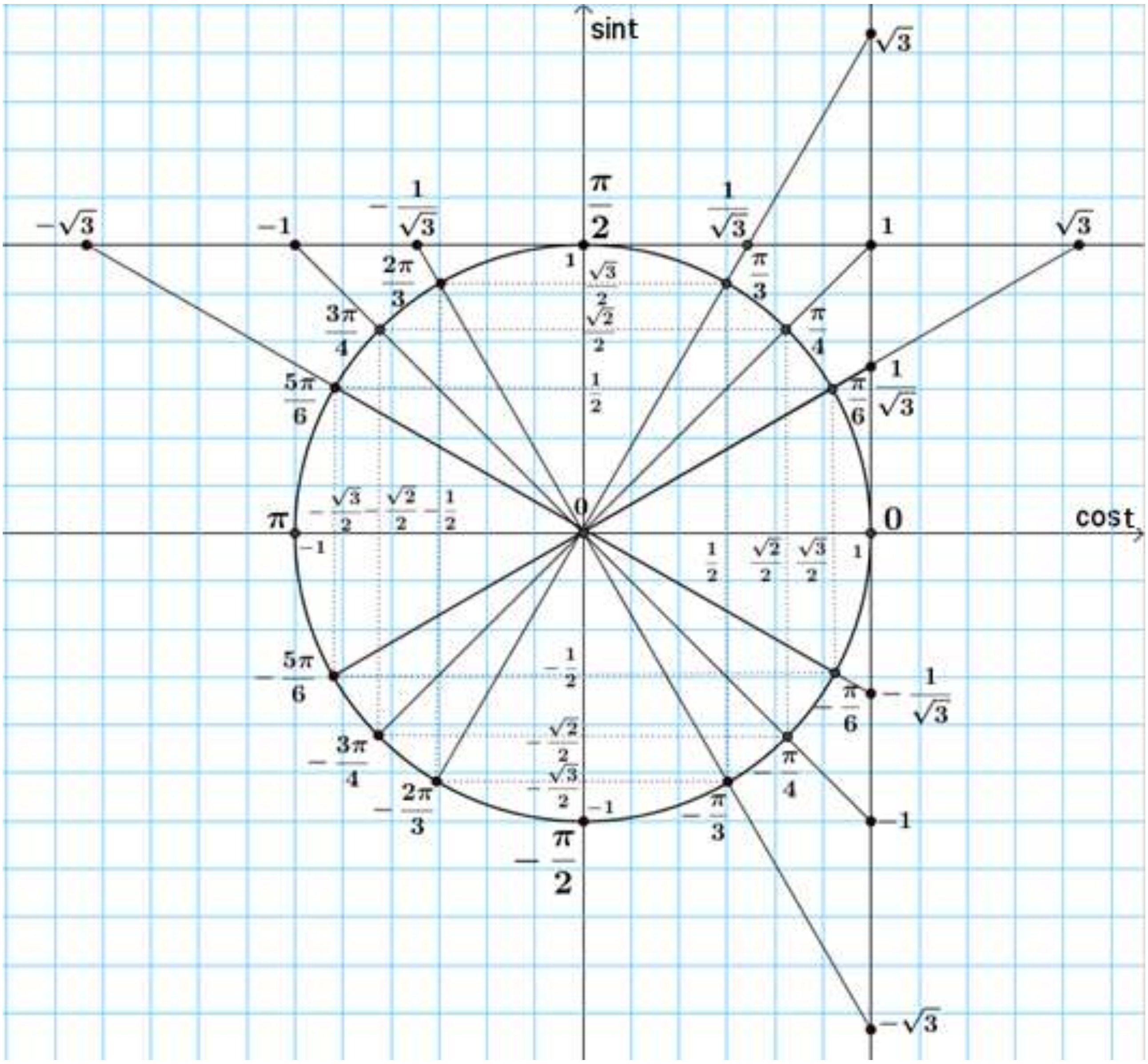
1) $\underbrace{\cos\left(\underbrace{\frac{7\pi}{2}-\alpha}_{II}\right)}_{"-"}=\cos\left(4\pi-\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\left(-\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$

2) $\sin\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha},\ \alpha\in IV,\ \sin\alpha<0,\ \ \sin\alpha=-\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=-\frac{4}{5}$

3) $20\cdot\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)=20\cdot(-\sin\alpha)=20\cdot\frac{4}{5}=16$

Ответ: 16.

✓ Тригонометрическая окружность



✓ *Алгоритм применения формул приведения*

1. *Исследуем функцию на четность/нечетность.*

   $\cos(-t) = \cos t$

   $\sin(-t) = -\sin t$

   $tg(-t) = -tgt$

   $ctg(-t) = -ctgt$

2. *Исследуем функцию на периодичность.*

   $T_{\cos t} = T_{\sin t} = 2\pi$
   $T_{tgt} = T_{ctgt} = \pi$
   или
   $\sin(t + 2\pi k) = \sin t$
   $\cos(t + 2\pi k) = \cos t$
   $tg(t + \pi k) = tgt$
   $ctg(t + \pi k) = ctgt$
   $k \in \mathbb{Z}$

3. *Представим угол в виде:* $\left(\frac{\pi}{2} \pm t\right)$, $\left(\frac{3\pi}{2} \pm t\right)$, $(\pi \pm t)$*или* $(2\pi \pm t)$, *где* $t \in I$.

4. ***Определим знак исходной функции и поставим его перед приводимой функцией.***

5. ***Для углов вида***
   - $\left(\frac{\pi}{2} \pm t\right)$ ***или*** $\left(\frac{3\pi}{2} \pm t\right)$ **название функции изменяем на “ко-функцию”;**

   для углов вида
   - $(\pi \pm t)$ ***или*** $(2\pi \pm t)$ ***название функции*** **не изменяем.**