# Оптимизация без производной. Линейная функция

## ▪ *Примеры*

№1. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором – 300 ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором – 500 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 5000 руб. за центнер, а свеклу – по цене 8000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

---

№2. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 кв.м и номера «люкс» площадью 45 кв.м. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 кв.м. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» - 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?

---

№3. В контейнер упакованы изделия двух типов. Стоимость изделия первого типа равна 150 руб., второго типа – 300 руб. Вес одного изделия первого типа равен 6 кг, а второго типа – 11 кг. Общий вес изделий равен 106 кг. Определить минимально возможную суммарную стоимость изделий, находящихся в контейнере.

---

№4. На каждом из двух комбинатов изготавливают детали А и В. На первом комбинате работает 40 человек, и один рабочий изготавливает за смену 5 деталей А или 15 деталей В. На втором комбинате работает 100 человек, и один рабочий изготавливает за смену 15 деталей А или 5 деталей В.

Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужны 2 детали А и 1 деталь В. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

---

№5. В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 60 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 3 кг никеля. Во второй шахте имеется 260 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 3 кг алюминия или 2 кг никеля.

Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

▪ ***Решение (примеры)*** Оптимизация без производной. Линейная функция

**№1. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 500 ц/га, а на втором - 300 ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором - 500 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 5000 руб. за центнер, а свеклу - по цене 8000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?**

*Решение:*

Пусть $x$ га отведено на первом поле под картофель, тогда $(10-x)$ га под свеклу $(0\le x\le 10)$. На втором поле соответственно: $y$ га и $(10-y)$ га $(0\le y\le 10)$. Всего будет собрано урожая с первого и второго полей: картофеля $(500x+300y)$ ц. и свеклы $(300(10-x)+500(10-y))$ ц. Составим функцию дохода.

$D=5000(500x+300y)+8000(300(10-x)+500(10-y))$

$D=100000(640+x-25y)$. При $y=0$ и $x=10$ функция будет принимать наибольшее значение равное $65000000$ руб.

*Ответ: 65 000 000.*

---

**№2. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 27 кв.м и номера «люкс» площадью 45 кв.м. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 981 кв.м. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» - 4000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?**

*Решение:*

| *Номер* | *Площадь ($м^2$)* | *Стоимость (руб.)* | *Доход с 1 $м^2$* | *Количество номеров* |
|---|---|---|---|---|
| «Стандарт» | 27 | 2000 | $\frac{2000}{27}\approx 74,07$ | $x$ |
| «Люкс» | 45 | 4000 | $\frac{4000}{45}\approx 88,9$ | $y$ |

$27x+45y\le 981$ - общая площадь, которую предприниматель может отвести под номера, а доход предпринимателя в сутки составит $2000x+4000y$.

Поскольку доход с 1 $м^2$ у номеров «люкс» выше, чем у «стандартов», то выгоднее сделать больше номеров «люкс». Выразим $y\le\frac{981-27x}{45}$, $y\le\frac{109-3x}{5}$.

При $x=0$, $y\le 21,8$ ($y\in N$ или $y=0$), $y=21$ и $21\cdot 45=945$ $(м^2)$ - площадь под 21 номер «люкс».

$981-945=36$ $(м^2)$ - остается площадь. Можно отдать под 1 стандартный номер, $36-27=9$ $(м^2)$ останется неиспользованными. Предприниматель получит доход: $2000\cdot 1+4000\cdot 21=86000$.

Если $y=20$, то $20\cdot 45=900$ $(м^2)$ - площадь под 20 номеров «люкс».

$981-900=81$ $(м^2)$ - остается площадь. $81:27=3$ номера «стандарт» можно разместить на этой площади.

Предприниматель получит доход: $2000\cdot 3+4000\cdot 20=86000$.

Дальнейшее уменьшение количества номеров «люкс» и увеличение количества номеров «стандарт» приводят к уменьшению дохода предпринимателя. Наибольшую сумму предприниматель может заработать в сутки 86 000 руб.

*Ответ: 86 000.*

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

**№3. В контейнер упакованы изделия двух типов. Стоимость изделия первого типа равна 150 руб., второго типа - 300 руб. Вес одного изделия первого типа равен 6 кг, а второго типа - 11 кг. Общий вес изделий равен 106 кг. Определить минимально возможную суммарную стоимость изделий, находящихся в контейнере.**

*Решение:*

Пусть $x,\ y$ - количество изделий 1-го и 2-го типов соответственно. Тогда из условия задачи следует:

$\begin{cases} 6x+11y=106 \\ 150x+300y \to \min \end{cases}$, $x,\ y-$ целые неотрицательные числа.

Выразим $x=\dfrac{106-11y}{6}$ из уравнения и подставим его во второе условие системы, которое примет вид $150\cdot\dfrac{106-11y}{6}+300y \to \min$. По смыслу задачи $x\ge 0,\ \ y\ge 0$, тогда $\dfrac{106-11y}{6}\ge 0$ и $0\le y\le \dfrac{106}{11}$, $0\le y\le 9$.

Рассмотрим функцию $f\left(y\right)=150\cdot\dfrac{106-11y}{6}+300y=106\cdot 25+25y$, выражающую суммарную стоимость изделий. Функция $f\left(y\right)-$ линейная, возрастающая. Наименьшее значение примет при наименьшем значении аргумента. Перебором значений $y$.

Если $y=0$, то $x=\dfrac{106}{6}=\dfrac{53}{3}\notin\mathbb{Z}$, значит, $y\ne 0$.

Если $y=1$, то $x=\dfrac{95}{6}\notin\mathbb{Z}$, значит, $y\ne 1$.

Если $y=2$, то $x=\dfrac{84}{6}=14$ принимает целое значение. Следовательно, при $x=14$ и $y=2$ функция $f\left(y\right)$ принимает наименьшее значение, равное 2700.

*Ответ: 2700.*

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

**№4. На каждом из двух комбинатов изготавливают детали A и B. На первом комбинате работает 40 человек, и один рабочий изготавливает за смену 5 деталей A или 15 деталей B. На втором комбинате работает 100 человек, и один рабочий изготавливает за смену 15 деталей A или 5 деталей B. Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужны 2 детали A и 1 деталь B. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?**

*Решение:*

| | A | | B | |
|---|---|---|---|---|
| | Кол-во человек | Кол-во деталей | Кол-во человек | Кол-во деталей |
| I | $x$ | $5x$ | $40-x$ | $15(40-x)$ |
| II | $y$ | $15y$ | $100-y$ | $5(100-y)$ |
| I+II | | $5x+15y$ | | $15(40-x)+5(100-y)=$ $=1100-15x-5y$ |

По условию, для изделия, которое собирают на комбинате, куда поставляют детали I и II комбинаты, нужны детали A и B в пропорции 2:1, тогда $\frac{5x+15y}{1100-15x-5y}=\frac{2}{1}$, $5y=440-7x$.

Чтобы собрать наибольшее количество изделий, надо чтобы комбинаты суммарно поставляли наибольшее количество деталей A и B, тогда их количество будет $N_{A+B}=N_A+N_B=(5x+15y)+(1100-15x-5y)$.

$N_{A+B}=5x+15y+1100-15x-5y=1100-10x+2\cdot 5y=1100-10x+2(440-7x)=1980-24x$.

Исследуем полученное выражение $N_{A+B}=1980-24x$ на наибольшее значение. Учитывая, что $0\le x\le 40$, выражение будет принимать наибольшее значение при $x=0$, $y=88$, тогда $N_{A+B}=1980$.

Получили, что на I комбинате все 40 рабочих должны изготавливать детали B в количестве $15\cdot 40=600$ шт. (их производительность в три раза выше, чем при изготовлении деталей A).

На II комбинате 88 человек изготавливают детали A в количестве $88\cdot 15=1320$ шт.

и 12 человек изготавливают детали B в количестве $12\cdot 5=60$. Тогда за смену рабочие с двух комбинатов произведут наибольшее количество деталей A равное $1320$ шт., деталей B равное $600+60=660$ из которых будет собрано наибольшее количество изделий $660$ шт.

*Ответ: 660.*

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

**№5.** **В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 60 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 3 кг никеля. Во второй шахте имеется 260 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 3 кг алюминия или 2 кг никеля.**

**Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?**

*Решение:*

| | Алюминий | | Никель | |
|---|---|---|---|---|
| | Кол-во человек | Кол-во металла | Кол-во человек | Кол-во металла |
| I | $x$ | $5x\cdot 2=10x$ | $60-x$ | $5(60-x)\cdot 3=900-15x$ |
| II | $y$ | $5y\cdot 3=15y$ | $260-y$ | $5(260-y)\cdot 2=2600-10y$ |
| I+II | | $10x+15y$ | | $(900-15x)+(2600-10y)=$ $=3500-15x-10y$ |

Для производства сплава требуется алюминия и никеля в пропорции 2:1, тогда $\frac{10x+15y}{3500-15x-10y}=\frac{2}{1}$, $x=\frac{1400-7y}{8}$. Учитывая, что $0\le x\le 60$, получим $x=\frac{1400-7y}{8}\ge 0$, $y\le 200$. Чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава, шахты должны поставлять наибольшее количество алюминия и никеля. $N_{A+H}=N_A+N_H=(10x+15y)+(3500-15x-10y)$.

$N_{A+H}=3500+5y-5x=3500+5y-5\cdot\frac{1400-7y}{8}=\frac{21000+75y}{8}$. Исследуем выражение $\frac{21000+75y}{8}$ на наибольшее значение. Выражение $\frac{21000+75y}{8}$ принимает наибольшее значение при наибольшем значении $y=200$ и равно $4500$.

Таким образом, 200 человек на втором комбинате добудут 3000 кг алюминия, а на первом комбинате никто алюминий не добывает ( $x=0$ ). Никеля на первом комбинате 60 человек добудут 900 кг, а на втором комбинате 60 человек добудут 600 кг. Наибольшее количество сплава из такого количества поставляемого алюминия и никеля будет произведено 4500 кг.

*Ответ: 4500.*

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

## ▪ *Тест* Оптимизация без производной. Линейная функция

№1. У фермера есть два поля, каждое площадью 8 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 350 ц/га, а на втором – 200 ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет 250 ц/га, а на втором – 300 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 2500 руб. за центнер, а свеклу – по цене 3000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

---

№2. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 30 кв.м и номера «люкс» площадью 40 кв.м. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 940 кв.м. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 4000 рублей в сутки, а номер «люкс» - 5000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?

---

№3. В контейнер упакованы изделия двух типов. Стоимость изделия первого типа равна 500 руб., второго типа – 350 руб. Вес одного изделия первого типа равен 14 кг, а второго типа – 17 кг. Общий вес изделий равен 331 кг. Определить наибольшую возможную суммарную стоимость изделий, находящихся в контейнере.

---

№4. На каждом из двух комбинатов изготавливают детали А и В. На первом комбинате работает 60 человек, и один рабочий изготавливает за смену 10 деталей А или 15 деталей В. На втором комбинате работает 260 человек, и один рабочий изготавливает за смену 15 деталей А или 10 деталей В.

Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужны 2 детали А и 1 деталь В. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

---

№5. В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 2 кг никеля. Во второй шахте имеется 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 1 кг никеля.

Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

## ▪ *Ответы (тест)* Оптимизация без производной. Линейная функция

| №1 | №2 | №3 | №4 | №5 |
|---|---|---|---|---|
| *14,2 млн.* | *125 000* | *11 050* | *1 500* | *1 050* |

## ▪ *Решение (тест)* Оптимизация без производной. Линейная функция

**№1. У фермера есть два поля, каждое площадью 8 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 350 ц/га, а на втором - 200 ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет 250 ц/га, а на втором - 300 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 2500 руб. за центнер, а свеклу - по цене 3000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?**

*Решение:*

Заметим, что урожайность картофеля на первом поле выше, чем на втором, поэтому целесообразно засеять все первое поле картофелем. А урожайность свеклы выше на втором поле, чем на первом, поэтому все второе поле надо целиком отдать под свеклу. В этом случае фермер сможет заработать $8\cdot 350\cdot 2500+8\cdot 300\cdot 3000=14200000$ (рублей).

***Ответ: 14,2 млн. рублей.***

---

**№2. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 30 кв.м и номера «люкс» площадью 40 кв.м. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 940 кв.м. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 4000 рублей в сутки, а номер «люкс» - 5000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?**

*Решение:*

| *Номер* | *Площадь ($м^2$)* | *Стоимость (руб.)* | *Доход с 1 $м^2$* | *Количество номеров* |
|---|---|---|---|---|
| «Стандарт» | 30 | 4000 | $\frac{4000}{30}\approx 133,3$ | $x$ |
| «Люкс» | 40 | 5000 | $\frac{5000}{40}=125$ | $y$ |

$30x+40y\le 940$ - общая площадь, которую предприниматель может отвести под номера, а доход предпринимателя в сутки составит $4000x+5000y$.

Поскольку доход с 1 $м^2$ у номеров «стандарт» выше, чем у «люксов», то выгоднее сделать больше номеров «стандарт». Выразим $x\le \frac{940-40y}{30}$, $x\le \frac{94-4y}{3}$.

При $y=0$, $x\le 31,3$ ($x\in N$ или $x=0$), $x=31$ и $31\cdot 30=930$ $\left(м^2\right)$ - площадь под 31 номер «стандарт».

$940-930=10$ $\left(м^2\right)$ - остается площадь. Для размещения номера «люкс» не хватает площади. Предприниматель получит доход: $4000\cdot 31+5000\cdot 0=124000$.

Если $x=30$, то $30\cdot 30=900$ $\left(м^2\right)$ - площадь под 30 номеров «стандарт».

$940-900=40$ $\left(м^2\right)$ - остается площадь. Можно разместить 1 номер «люкс» на этой площади. Предприниматель получит доход: $4000\cdot 30+5000\cdot 1=125000$.

Дальнейшее уменьшение количества номеров «стандарт» и увеличение количества номеров «люкс» приводят к уменьшению дохода предпринимателя. Наибольшую сумму предприниматель может заработать в сутки 125 000 руб.

*Ответ: 125 000.*

**№3. В контейнер упакованы изделия двух типов. Стоимость изделия первого типа равна 500 руб., второго типа – 350 руб. Вес одного изделия первого типа равен 14 кг, а второго типа – 17 кг. Общий вес изделий равен 331 кг. Определить наибольшую возможную суммарную стоимость изделий, находящихся в контейнере.**

*Решение:*

Пусть $x,\ y$ - количество изделий 1-го и 2-го типов соответственно. Тогда из условия задачи следует:

$\begin{cases} 14x+17y=331 \\ 500x+350y \to \max \end{cases}$, $x,\ y-$ целые неотрицательные числа.

Выразим $x=\dfrac{331-17y}{14}$ из уравнения и подставим его во второе условие системы, которое примет вид $500\cdot\dfrac{331-17y}{14}+350y \to \max$. По смыслу задачи $x\ge 0,\ \ y\ge 0$, тогда $\dfrac{331-17y}{14}\ge 0$ и $0\le y\le \dfrac{331}{17}$, $0\le y\le 9$.

Рассмотрим функцию $f\left(y\right)=500\cdot\dfrac{331-17y}{14}+350y=\dfrac{165500-3600y}{14}$, выражающую суммарную стоимость изделий. Значение функции зависит от величины слагаемого $3600y$. Перебором значений $y$ найдем наибольшее значение этого слагаемого. Функция $f\left(y\right)-$ линейная, убывающая. Наибольшее значение примет при наименьшем значении аргумента.

Если $y=0$, то $x=\dfrac{331}{17}\notin\mathbb{Z}$, значит, $y\ne 0$.

Если $y=1$, то $x=\dfrac{314}{14}\notin\mathbb{Z}$, значит, $y\ne 1$.

Если $y=2$, то $x=\dfrac{297}{14}\notin\mathbb{Z}$, значит, $y\ne 2$.

Если $y=3$, то $x=\dfrac{280}{14}=20\in\mathbb{Z}$. Следовательно, при $x=20$ и $y=3$ функция $f\left(y\right)$ принимает наибольшее значение, равное 11 050.

***Ответ: 11 050.***

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

**№4. На каждом из двух комбинатов изготавливают детали А и В. На первом комбинате работает 60 человек, и один рабочий изготавливает за смену 10 деталей А или 15 деталей В. На втором комбинате работает 260 человек, и один рабочий изготавливает за смену 15 деталей А или 10 деталей В.**

**Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужны 2 детали А и 1 деталь В. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?**

Решение:

| | A | | B | |
|---|---|---|---|---|
| | Кол-во человек | Кол-во деталей | Кол-во человек | Кол-во деталей |
| I | $x$ | $10x$ | $60-x$ | $15(60-x)$ |
| II | $y$ | $15y$ | $260-y$ | $10(260-y)$ |
| I+II | | $10x+15y$ | | $15(60-x)+10(260-y)=$ $=3500-15x-10y$ |

По условию, для изделия, которое собирают на комбинате, куда поставляют детали I и II комбинаты, нужны детали А и В в пропорции 2:1, тогда $\frac{10x+15y}{3500-15x-10y}=\frac{2}{1}$, $y=200-\frac{8}{7}x$.

Чтобы собрать наибольшее количество изделий, надо чтобы комбинаты суммарно поставляли наибольшее количество деталей А и В, тогда их количество будет

$N_{A+B}=N_A+N_B=(10x+15y)+(3500-15x-10y)=5(700-x+y)$.

$N_{A+B}=5(700-x+y)=5\left(700-\frac{1400-7y}{8}+y\right)=\frac{5}{8}(4200+15y)$.

Исследуем полученное выражение $N_{A+B}=\frac{5}{8}\cdot(4200+15y)$ на наибольшее значение. Учитывая, что выражение $y=200-\frac{8}{7}x$ будет принимать наибольшее значение $y=200$ при $x=0$, тогда $N_{A+B}=4500$.

Получили, что на I комбинате все 60 рабочих должны изготавливать детали В в количестве $15\cdot 60=900$. На II комбинате 200 человек изготавливают детали А в количестве $200\cdot 15=3000$ шт. и 60 человек изготавливают детали В в количестве $10\cdot 60=600$ шт. Тогда за смену рабочие с двух комбинатов произведут наибольшее количество деталей А равное $3000$ шт., деталей В равное $900+600=1500$ из которых будет собрано наибольшее количество изделий $1500$ шт.

***Ответ: 1500.***

**№5. В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 2 кг никеля. Во второй шахте имеется 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 1 кг никеля.**

**Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?**

*Решение:*

| | Алюминий | | Никель | |
|---|---|---|---|---|
| | Кол-во человек | Кол-во металла | Кол-во человек | Кол-во металла |
| I | $x$ | $5x\cdot 1=5x$ | $20-x$ | $5(20-x)\cdot 2=200-10x$ |
| II | $y$ | $5y\cdot 2=10y$ | $100-y$ | $5(100-y)\cdot 1=500-5y$ |
| I+II | | $5x+10y$ | | $700-10x-5y$ |

Для производства сплава требуется алюминия и никеля в пропорции 2:1, тогда $\frac{5x+10y}{700-10x-5y}=\frac{2}{1}$,

$x=\frac{280-4y}{5}$. Учитывая, что $x=\frac{280-4y}{5}\geq 0$, получим $y\leq 70$. Чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава, шахты должны поставлять наибольшее количество алюминия и никеля.

$N_{A+H}=N_A+N_H=(5x+10y)+(700-10x-5y)$.

$N_{A+H}=700+5y-5x=700+5y-5\cdot\frac{280-4y}{5}=420+9y$. Исследуем выражение $(420+9y)$ на наибольшее значение. Выражение $(420+9y)$ принимает наибольшее значение при наибольшем значении $y=70$ и равно $1050$.

Таким образом, 70 человек на втором комбинате добудут 7000 кг алюминия, а на первом комбинате никто алюминий не добывает ($x=0$). Никеля на первом комбинате 20 человек добудут 200 кг, а на втором комбинате 30 человек добудут 150 кг. Наибольшее количество сплава из такого количества поставляемого алюминия и никеля будет произведено $420+9y=420+9\cdot 70=1050$ кг.

*Ответ: 1050.*