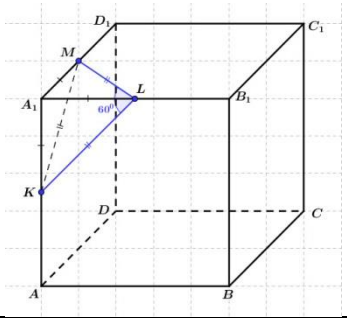
Элементы призмы. Сечения

- ***Решение (примеры)***

№1. **В кубе $A...D_1$ точка K – середина ребра AA_1, точка L – середина ребра A_1B_1, точка M – середина ребра A_1D_1. Найдите угол MLK. Ответ дайте в градусах.**

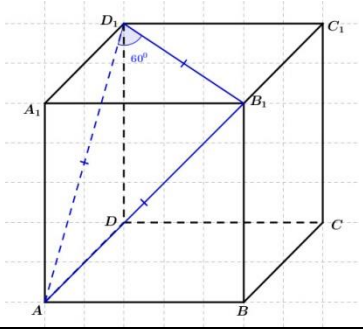


Решение:

$\triangle KA_1L = \triangle KA_1M = \triangle LA_1M$ по двум катетам, следовательно, $KL = ML = KM$ и $\triangle KLM$ – равносторонний, тогда $\angle MLK = 60^\circ$.

Ответ: 60.

№2. **В кубе $A...D_1$ найдите угол между прямыми AD_1 и B_1D_1. Ответ дайте в градусах.**



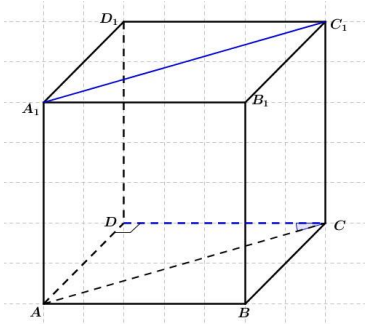
Решение:

В кубе все грани равны и поэтому $AB_1 = B_1D_1 = D_1A$ как диагонали квадратов.

$\triangle AB_1D_1$ – равносторонний, тогда $\angle AD_1B_1 = 60^\circ$.

Ответ: 60.

№3. **В прямоугольном параллелепипеде $A...D_1$ известны длины рёбер $AB = 8$, $AD = 6$, $AA_1 = 21$. Найдите синус угла между прямыми CD и A_1C_1.**



Решение:

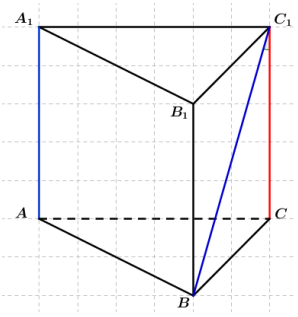
$A_1C_1 \; DC = AC \; DC = \angle ACD$, т.к. $AC \parallel A_1C_1$.

$\triangle ADC$ – прямоугольный, $AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.

$\sin \angle ACD = \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{6}{10} = 0,6$.

Ответ: 0,6.

№4. **В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 3. Найдите угол между прямыми AA_1 и BC_1. Ответ дайте в градусах.**



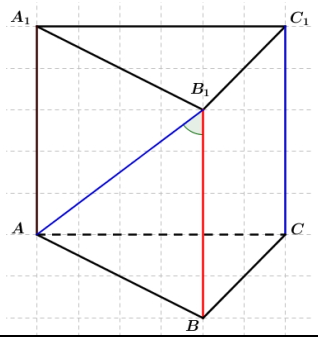
Решение:

$AA_1 \; BC_1 = CC_1 \; BC_1 = \angle BC_1C$, т.к. $AA_1 \parallel CC_1$.

$\triangle BCC_1$ – прямоугольный, $BC = CC_1$ по условию, значит, $\angle BC_1C = 45^\circ$.

Ответ: 45.

№5. **В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ известно, что $AB=\sqrt{3}AA_1$. Найдите угол между прямыми AB_1 и CC_1. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

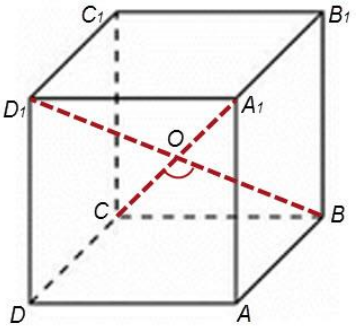
$AB_1\ CC_1 = AB_1\ BB_1 = \angle AB_1B$, т.к. $CC_1 \parallel BB_1$.

$\triangle ABB_1 -$ прямоугольный, $AB=\sqrt{3}AA_1$ по условию, значит,

$$tg\angle AB_1B = \frac{AB}{BB_1} = \sqrt{3},\quad \angle AB_1B = 60^\circ.$$

Ответ: 60.

№6. **В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AC_1=2BC$. Найдите угол между диагоналями BD_1 и CA_1. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

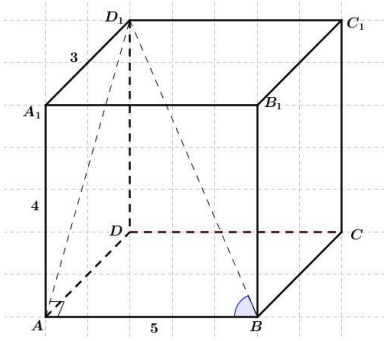
В правильной четырехугольной призме все диагонали равны и делятся точкой пересечения пополам.

$AC_1 = BD_1 = CA_1$ и $OB = OC$. По условию $BC = \frac{AC_1}{2}$, значит

$\triangle OBC -$ равносторонний и $\angle BOC = 60^\circ$.

Ответ: 60.

№7. **Найдите угол ABD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=5$, $AD=3$, $AA_1=4$. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

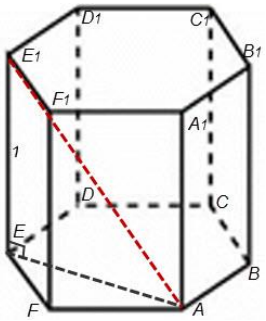
$\triangle AA_1D_1$ – прямоугольный и $AD_1 = \sqrt{AA_1^2 + A_1D_1^2} = \sqrt{4^2+3^2} = 5$.

$\triangle ABD_1 -$ прямоугольный, $AB \perp ADD_1$ и равнобедренный

$AB = AD_1 = 5$, тогда $\angle ABD_1 = 45^\circ$.

Ответ: 45.

№8. **В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние между точками A и E_1.**



Решение:

Меньшая диагональ правильного шестиугольника $d_м = a\sqrt{3}$.

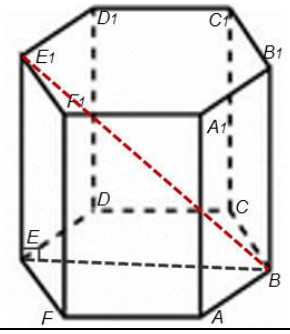
$AE = 1\cdot\sqrt{3} = \sqrt{3}$

$\triangle AEE_1$ $AE_1^2 = AE^2 + EE_1^2 = 3+1 = 4;\ AE_1 = 2$

Ответ: 2.

№9. **В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны $\sqrt{5}$. Найдите**

расстояние между точками B и E_1.



Решение:

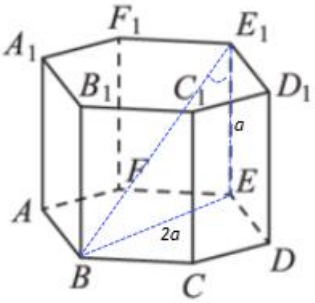
Большая диагональ правильного шестиугольника $d_б = 2a$,

$BE = 2\sqrt{5}$

$\triangle BEE_1 \quad BE_1^2 = BE^2 + EE_1^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2 = 25; \quad BE_1 = 5$

Ответ: 5.

№10. **В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны 45. Найдите тангенс угла BE_1E.**



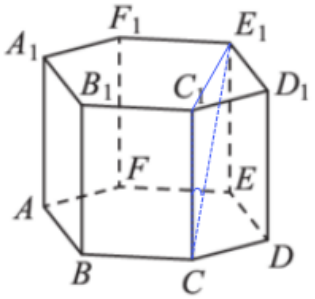
Решение:

Большая диагональ правильного шестиугольника $d_б = BE = 2a$,

$$\operatorname{tg}\angle BE_1E = \frac{BE}{E_1E} = \frac{2a}{a} = 2$$

Ответ: 2.

№11. **В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны 48. Найдите угол C_1CE_1. Ответ дайте в градусах.**



Решение:

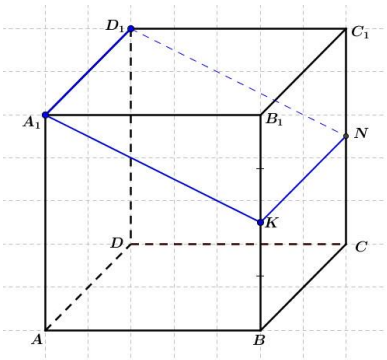
Меньшая диагональ правильного шестиугольника

$d_м = C_1E_1 = a\sqrt{3}$,

$$\operatorname{tg}\angle C_1CE_1 = \frac{C_1E_1}{C_1C_1} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}, \quad \angle C_1CE_1 = 60^\circ$$

Ответ: 60.

№12. **В прямоугольном параллелепипеде $A\ldots D_1$ ребро $AB = 2$, ребро $AD = \sqrt{5}$, ребро $AA_1 = 2$. Точка $K-$ середина ребра BB_1. Найдите площадь сечения, проходящего через точки A_1, D_1 и K.**



Решение:

Сечение пересекает параллельные грани параллелепипеда по параллельным прямым: $A_1K \parallel D_1N$.

Четырехугольник A_1KND_1- прямоугольник, т.к. $A_1D_1 \perp ABB_1$.

$S_{A_1KND_1} = A_1D_1 \cdot A_1K$. $\qquad KB_1 = \frac{BB_1}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

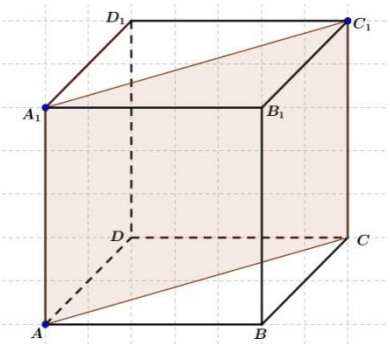
В $\triangle A_1B_1K \quad A_1K = \sqrt{A_1B_1^2 + KB_1^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

$S_{A_1KND_1} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$.

Ответ: 5.

№13. **В прямоугольном параллелепипеде $A\ldots D_1$ известны длины рёбер: $AB = 24$, $AD = 10$,**

$AA_1 = 22$. **Найдите площадь сечения, проходящего через вершины** A, A_1 **и** C.



Решение:
Сечение пересекает параллельные грани параллелепипеда по параллельным прямым: $A_1C_1 \parallel AC$.

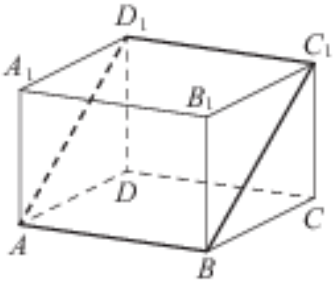
Четырехугольник AA_1C_1C – прямоугольник, т.к. $AA_1 \perp ABC$.

$S_{AA_1C_1C} = AA_1 \cdot AC$. В $\triangle ABC$

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{2^2 \cdot \left(12^2 + 5^2\right)} = 2 \cdot 13 = 26$.

$S_{AA_1C_1C} = 22 \cdot 26 = (20 + 2) \cdot 26 = 520 + 52 = 572$. *Ответ: 572.*

№14. **В прямоугольном параллелепипеде** $A...D_1$ **известны длины рёбер:** $AB = 15$, $AD = 12$, $AA_1 = 16$. **Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки** A, B **и** C_1.



Решение:
Четырехугольник ABC_1D_1 – прямоугольник, т.к. $AB \perp BCC_1$.

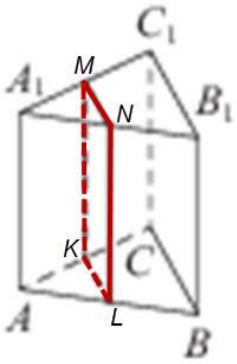
$S_{ABC_1D_1} = AB \cdot BC_1$.

В $\triangle BCC_1$

$BC_1 = \sqrt{BC^2 + CC_1^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{4^2 \cdot \left(3^2 + 4^2\right)} = 4 \cdot 5 = 20$.

$S_{ABC_1D_1} = 15 \cdot 20 = 300$. *Ответ: 300.*

№15. **В правильной треугольной призме** $ABCA_1B_1C_1$ **стороны оснований равны 2, боковые рёбра равны 5. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины рёбер** AB, AC, A_1B_1 **и** A_1C_1.

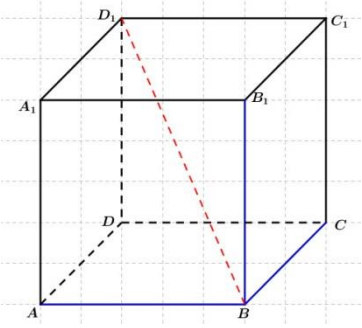


В правильной треугольной призме в основании лежит правильный треугольник. M и N – середины ребер A_1C_1 и A_1B_1, поэтому MN – средняя линия треугольника $A_1B_1C_1$ и $MN = \frac{B_1C_1}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

N и L – середины ребер A_1B_1 и AB, тогда $NL \parallel BB_1$ и $NL = BB_1 = 5$. Призма правильная, значит, она прямая, поэтому $NL \perp ABC$ и сечение $MNLK$ – прямоугольник.

$S_{MNLK} = MN \cdot NL = 1 \cdot 5 = 5$. *Ответ: 5.*

№16. **В прямоугольном параллелепипеде** $A...D_1$ **известно, что** $BD_1 = 27$, $CD = 3$, $A_1D_1 = 24$. **Найдите длину ребра** CC_1.



Решение:
В прямоугольном параллелепипеде: $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

$BD_1^2 = BB_1^2 + BC^2 + BA^2$

$27^2 = BB_1^2 + 24^2 + 3^2$

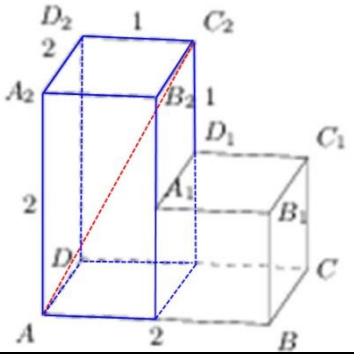
$27^2 - 24^2 - 9 = BB_1^2, \quad (27 - 24)(27 + 24) - 9 = BB_1^2$

$BB_1^2 = 3 \cdot 51 - 9, \quad BB_1^2 = 144, \quad BB_1 = 12$

Ответ: 12.

№17. **Найдите расстояние между вершинами** A **и** C_2 **многогранника, изображенного на**

рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Решение:

Отрезок AC_2 является диагональю прямоугольного параллелепипеда с измерениями: $AD=2$, $D_2C_2=1$ и $AA_2=2$.

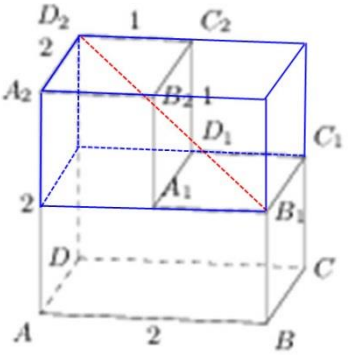
$AC_2^2=AD^2+D_2C_2^2+AA_2^2$

$AC_2^2=2^2+1^2+2^2$

$AC_2=3$

Ответ: 3.

№18. **Найдите расстояние между вершинами B_1 и D_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.**



Решение:

Отрезок B_1D_2 является диагональю прямоугольного параллелепипеда с измерениями: $AB=2$, $A_2D_2=2$, $D_1C_2=1$.

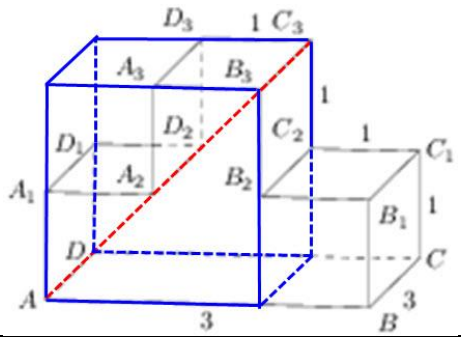
$B_1D_2^2=AB^2+A_2D_2^2+D_1C_2^2$

$B_1D_2^2=2^2+2^2+1^2$

$AC_2=3$

Ответ: 3.

№19. **Найдите квадрат расстояния между вершинами A и C_3 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.**



Решение:

Отрезок AC_3 является диагональю прямоугольного параллелепипеда с измерениями: $AB-C_1C_2=3-1=2$,

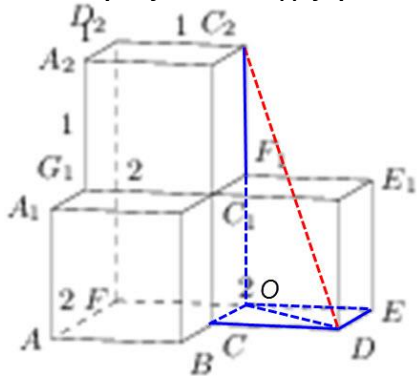
$CC_1+C_2C_3=1+1=2$, $BC=3$.

$AC_3^2=2^2+2^2+3^2=17$

Ответ: 17.

---

20. **Найдите квадрат расстояния между вершинами D и C_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.**



Решение:

Продлим ребро F_1C_2 многогранника до пересечения с ребром FE: $C_2O\perp FE$. Рассмотрим прямоугольный треугольник C_2OD и в нем $DC_2^2=OD^2+C_2O^2$.

$C_2O=2$, $OD=CD\sqrt{2}=\sqrt{2}$ как диагональ квадрата $CDEO$ со стороной $CD=2-1=1$.

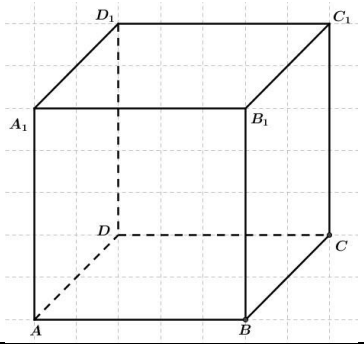
$DC_2^2=2^2+\left(\sqrt{2}\right)^2=6$.

Ответ: 6.

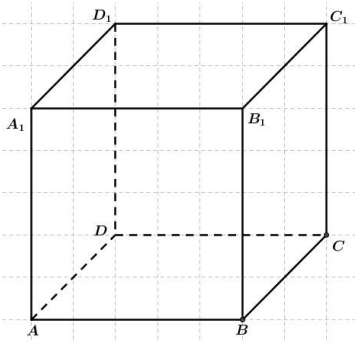
МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

Вариант 1

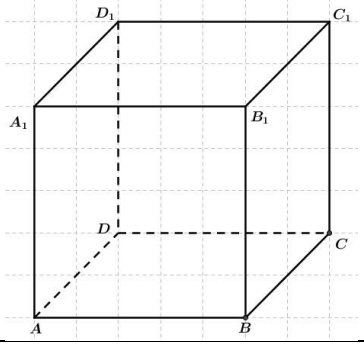
№1. В кубе $A...D_1$ точка $K-$ середина ребра AD, точка L – середина ребра CD, точка $M-$ середина ребра DD_1. Найдите угол MLK. Ответ дайте в градусах.



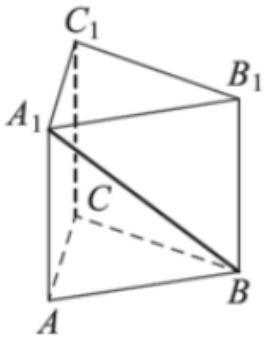
№2. В кубе $A...D_1$ найдите угол между прямыми BA_1 и BD. Ответ дайте в градусах.



№3. В прямоугольном параллелепипеде $A...D_1$ известны длины рёбер $AB=12$, $AD=9$, $AA_1=28$. Найдите синус угла между прямыми AC и A_1D_1.

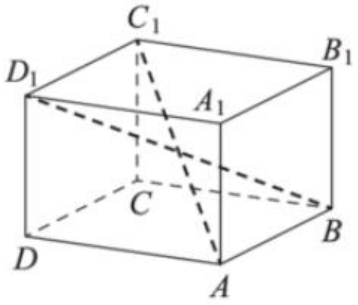


№4. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 4. Найдите угол между прямыми CC_1 и A_1B. Ответ дайте в градусах.

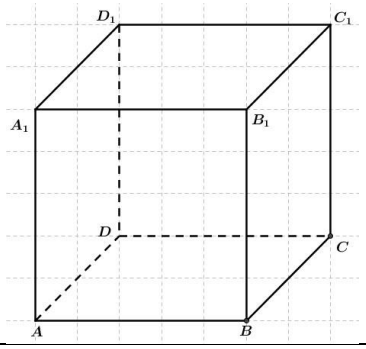


№5. В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AC_1=2A_1D_1$. Найдите угол между диагоналями BD_1 и AC_1. Ответ дайте в градусах.

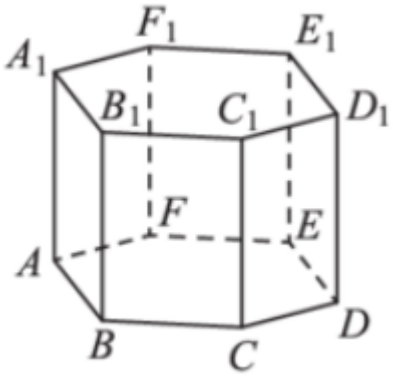
МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru



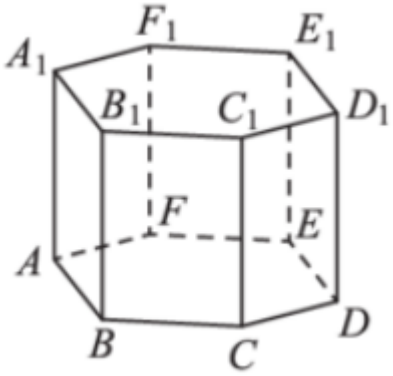
№6. Найдите угол AC_1B_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=15$, $AD=17$, $AA_1=8$. Ответ дайте в градусах.



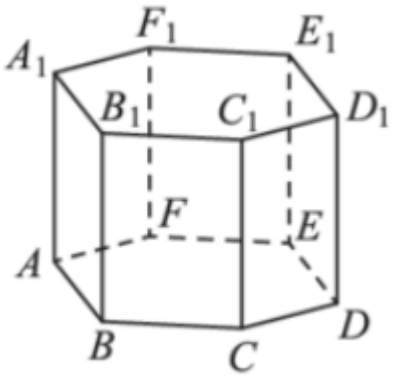
№7. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны 41. Найдите расстояние между точками E_1 и C.



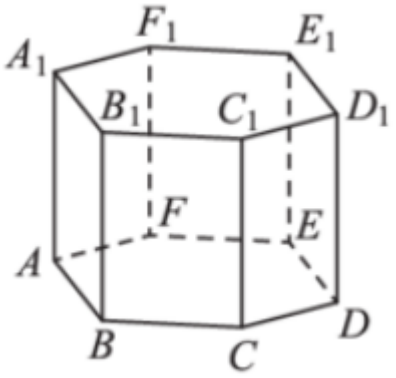
№8. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны $43\sqrt{5}$. Найдите расстояние между точками D и A_1.



№9. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны 18. Найдите тангенс угла C_1FF_1.



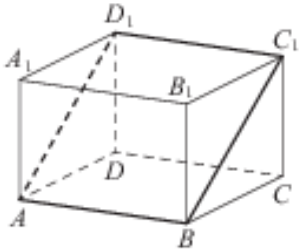
№10. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны 5. Найдите угол E_1EC_1. Ответ дайте в градусах.



№11. В прямоугольном параллелепипеде $A...D_1$ ребро $CD=2$, ребро $BC=2\sqrt{2}$, ребро $CC_1=4$. Точка $K-$ середина ребра DD_1. Найдите площадь сечения, проходящего через точки C_1, B_1 и K.

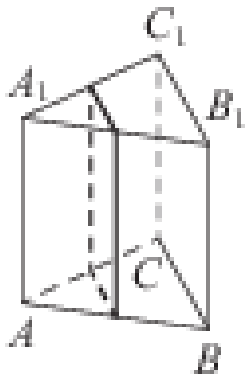
№12. В прямоугольном параллелепипеде $A...D_1$ известны длины рёбер: $AB=35$, $AD=12$, $AA_1=43$. Найдите площадь сечения, проходящего через вершины B, B_1 и D.

№13. В прямоугольном параллелепипеде $A...D_1$ известны длины рёбер: $AB=10$, $AD=18$, $AA_1=24$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, B и C_1.



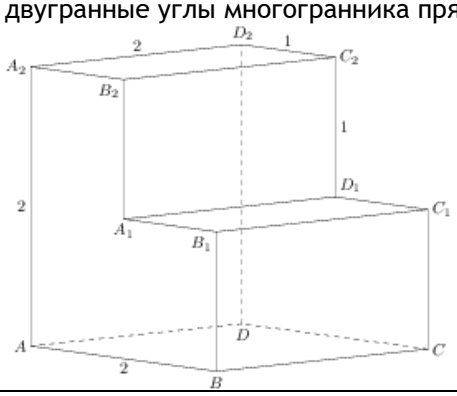
№14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны оснований равны 8, боковые рёбра равны 20. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины рёбер AB, AC,

A_1B_1 и A_1C_1.

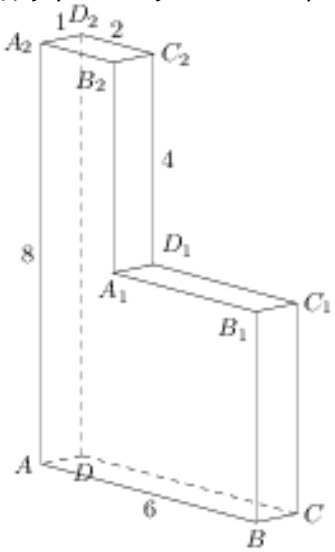


№15. В прямоугольном параллелепипеде $A...D_1$ известно, что $BD_1 = 23$, $A_1B_1 = 22$, $BC = 6$. Найдите длину ребра DD_1.

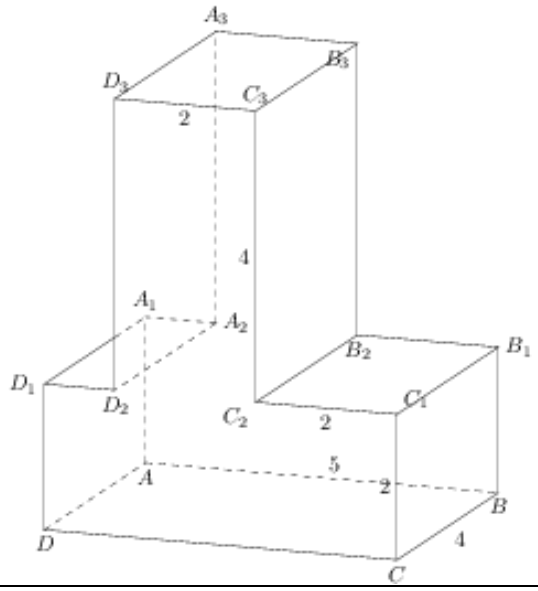
№16. Найдите расстояние между вершинами D и B_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



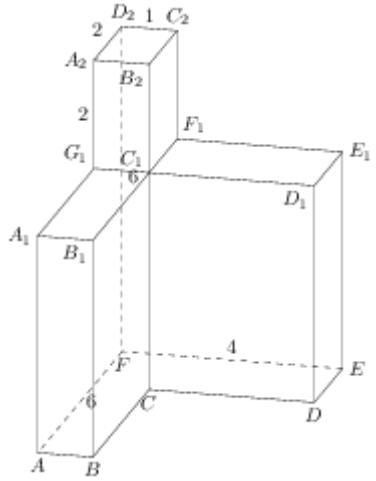
№17. Найдите расстояние между вершинами C и B_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



№18. Найдите квадрат расстояния между вершинами A и C_3 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



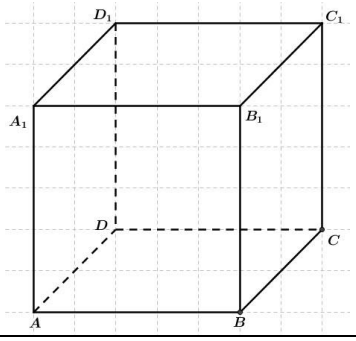
№19. Найдите квадрат расстояния между вершинами B_1 и D_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



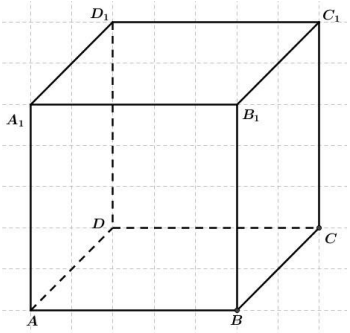
Вариант 2

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

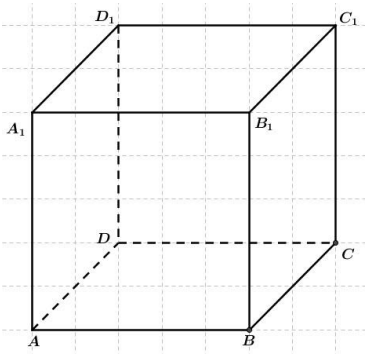
№1. В кубе $A...D_1$ точка $K-$ середина ребра CC_1, точка L – середина ребра B_1C_1, точка $M-$ середина ребра C_1D_1. Найдите угол MLK. Ответ дайте в градусах.



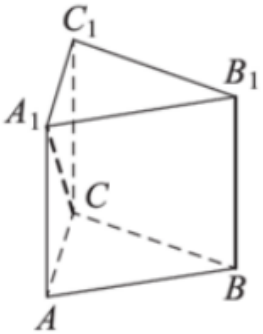
№2. В кубе $A...D_1$ найдите угол между прямыми CD_1 и AC. Ответ дайте в градусах.



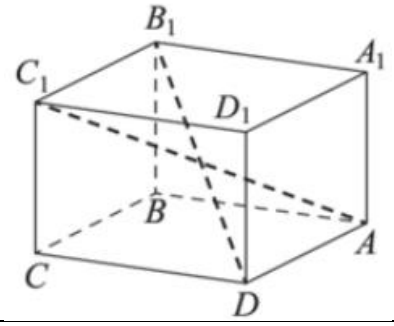
№3. В прямоугольном параллелепипеде $A...D_1$ известны длины рёбер $AB=16$, $AD=21$, $AA_1=12$. Найдите синус угла между прямыми AB и C_1D.



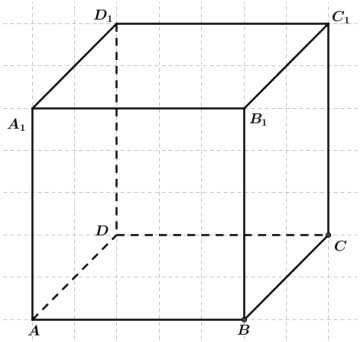
№4. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 4. Найдите угол между прямыми BB_1 и A_1C. Ответ дайте в градусах.



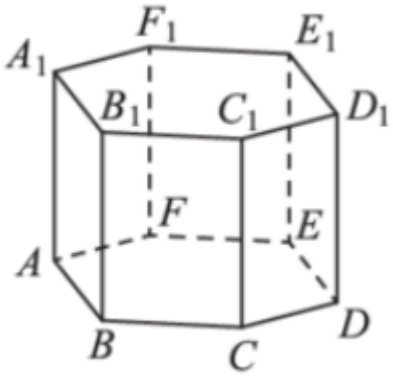
№5. В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $BD_1=2AD$. Найдите угол между диагоналями B_1D и AC_1. Ответ дайте в градусах.



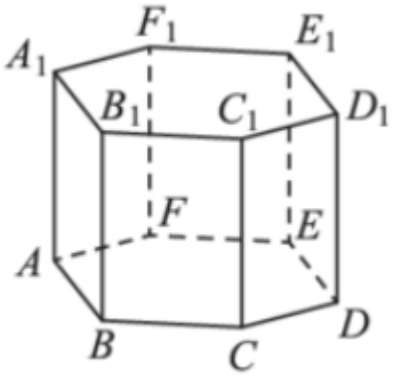
№6. Найдите угол AC_1C прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB=15$, $AD=8$, $AA_1=17$. Ответ дайте в градусах.



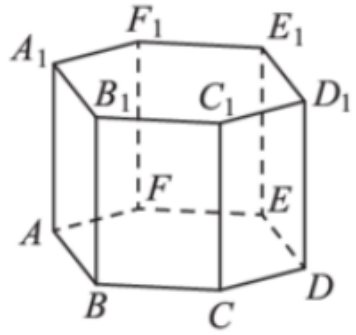
№7. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны 29. Найдите расстояние между точками D и B_1.



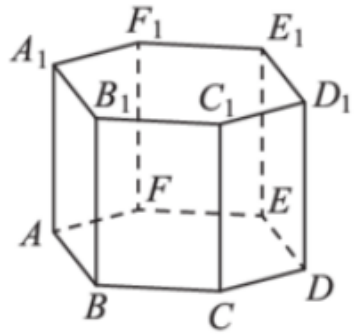
№8. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны $31\sqrt{5}$. Найдите расстояние между точками B_1 и E.



№9. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны 27. Найдите тангенс угла A_1DD_1.



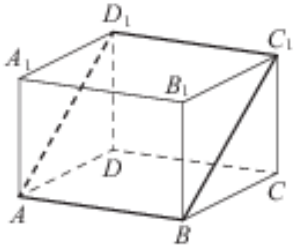
№10. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ все ребра равны 23. Найдите угол F_1FD_1. Ответ дайте в градусах.



№11. В прямоугольном параллелепипеде $A...D_1$ ребро $AB=6$, ребро $AD=2\sqrt{10}$, ребро $AA_1=4$. Точка $K-$ середина ребра BB_1. Найдите площадь сечения, проходящего через точки A_1, D_1 и K.

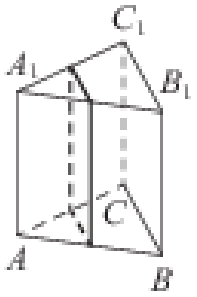
№12. В прямоугольном параллелепипеде $A...D_1$ известны длины рёбер: $AB=36$, $AD=15$, $AA_1=48$. Найдите площадь сечения, проходящего через вершины C, C_1 и A.

№13. В прямоугольном параллелепипеде $A...D_1$ известны длины рёбер: $AB=8$, $AD=12$, $AA_1=9$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A, B и C_1.



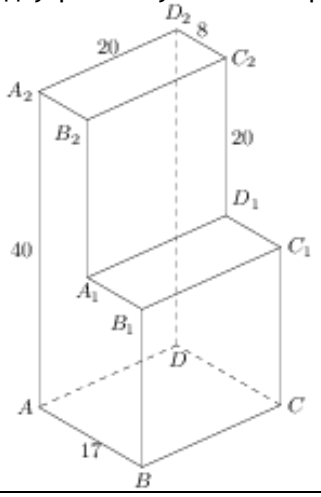
№14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны оснований равны 14, боковые рёбра равны 3. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины рёбер AB, AC,

A_1B_1 и A_1C_1.

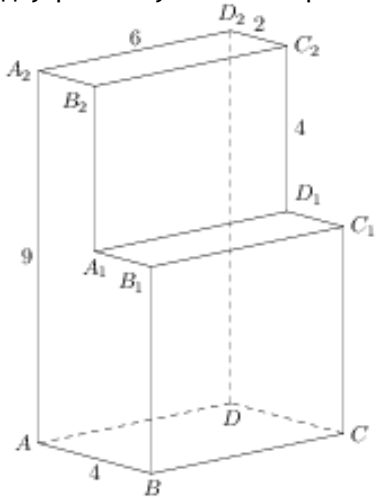


№15. В прямоугольном параллелепипеде $A...D_1$ известно, что $BD_1 = 3$, $CD = 2$, $AD = 2$. Найдите длину ребра AA_1.

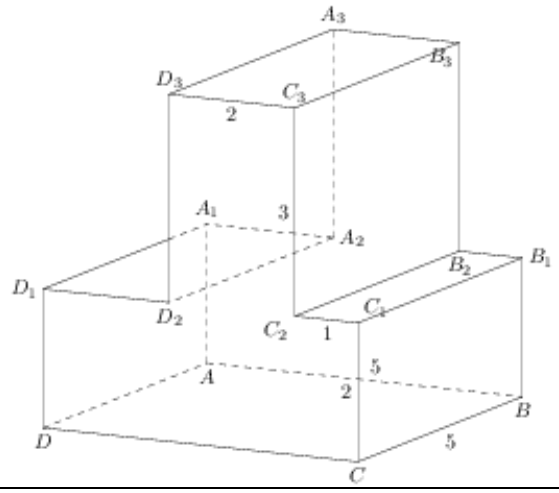
№16. Найдите расстояние между вершинами D и B_1 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



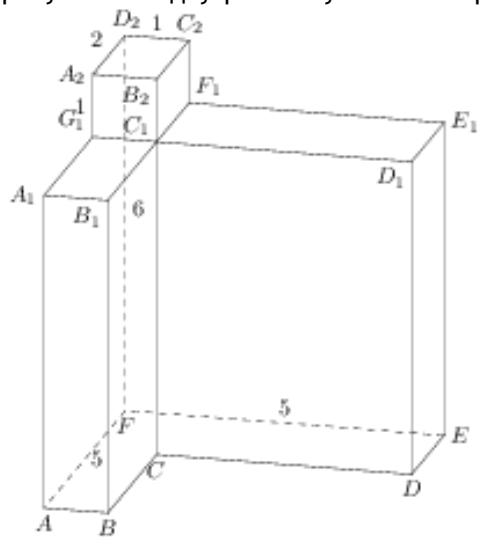
№17. Найдите расстояние между вершинами B и C_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



№18. Найдите квадрат расстояния между вершинами D и B_3 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



№19. Найдите квадрат расстояния между вершинами A_1 и C_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12
Вар.1	*60*	*60*	*0,8*	*45*	*60*	*45*	*82*	*215*	*2*	*60*	*8*	*1591*
Вар.2	*60*	*60*	*0,6*	*45*	*60*	*45*	*58*	*155*	*2*	*60*	*40*	*1872*

	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19
Вар.1	*300*	*80*	*3*	*3*	*9*	*61*	*53*
Вар.2	*120*	*21*	*1*	*33*	*11*	*66*	*27*