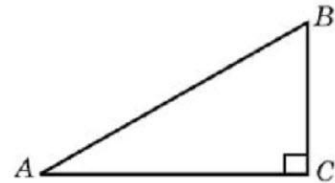


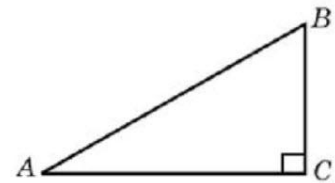
## Элементы и площадь прямоугольного треугольника

### Примеры

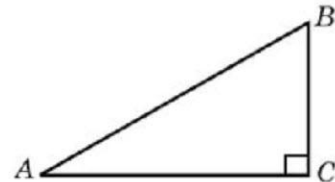
- №1. Найти площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 36 и 39.



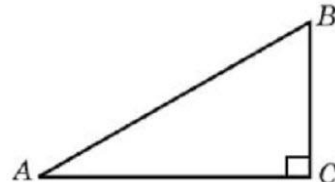
- №2. Площадь прямоугольного треугольника равна 2. Один из его катетов на 3 больше другого. Найдите меньший катет.



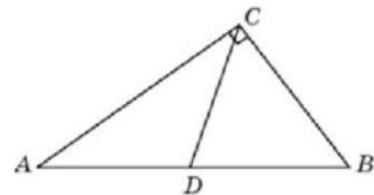
- №3. Один острый угол прямоугольного треугольника на  $32^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



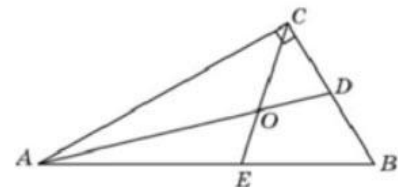
- №4. Один острый угол прямоугольного треугольника в 4 раза больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



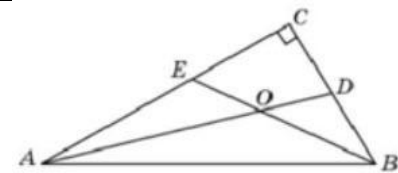
- №5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $58^\circ$ ,  $CD$  – медиана. Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.



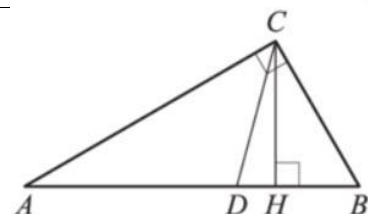
- №6. Острый угол прямоугольного треугольника равен  $32^\circ$ . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.



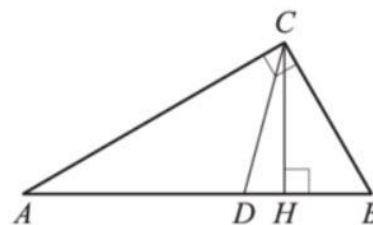
- №7. Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



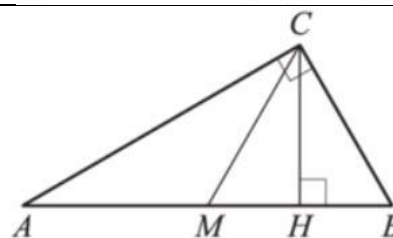
- №8. Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $61^\circ$ . Найдите угол между высотой  $CH$  и биссектрисой  $CD$ , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



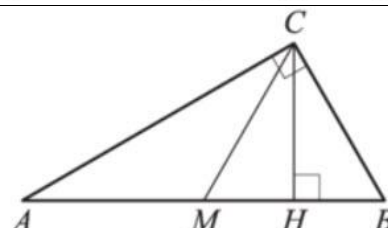
- №9. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен  $21^\circ$ . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.



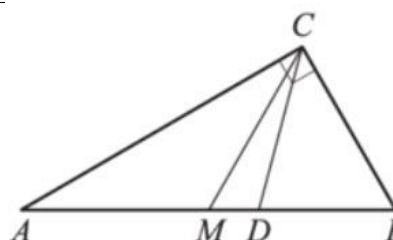
- №10. Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $66^\circ$ . Найдите угол между высотой  $CH$  и медианой  $CM$ , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



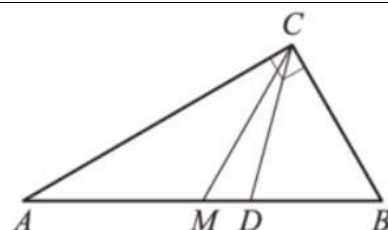
- №11. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла, равен  $40^\circ$ . Найдите больший из острых углов данного треугольника. Ответ дайте в градусах.



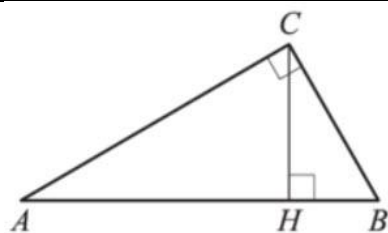
- №12. Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $79^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой  $CD$  и медианой  $CM$ , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



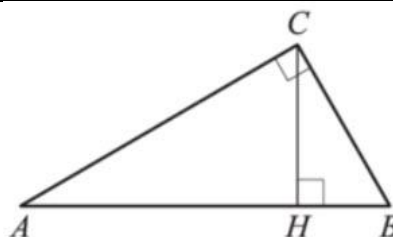
- №13. Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен  $14^\circ$ . Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



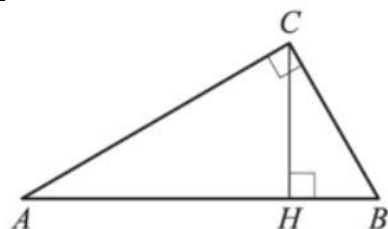
- №14. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота, угол  $A$  равен  $30^\circ$ ,  $AB = 4$ . Найдите  $BH$ .



- №15. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота, угол  $A$  равен  $30^\circ$ ,  $AB = 2$ . Найдите  $AH$ .

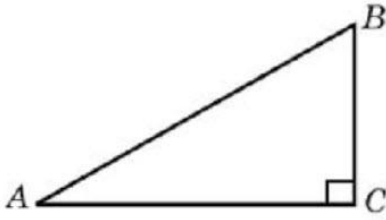


- №16. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота, угол  $A$  равен  $30^\circ$ ,  $AB = 2\sqrt{3}$ . Найдите высоту  $CH$ .



Решение (примеры) Прямоугольный треугольник

- №1. Найти площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 36 и 39.



Решение:

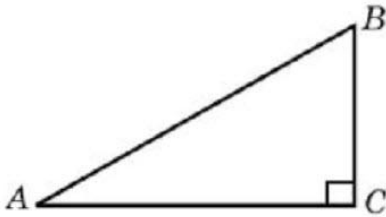
Пусть  $AB = 39$ ,  $AC = 36$ , тогда

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{39^2 - 36^2} = \sqrt{(39 - 36)(39 + 36)} = \\ = \sqrt{3 \cdot 75} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 25} = 3 \cdot 5 = 15$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 15 = 270.$$

Ответ: 270.

- №2. Площадь прямоугольного треугольника равна 2. Один из его катетов на 3 больше другого. Найдите меньший катет.



Решение:

Пусть  $BC = x$ , тогда  $AC = x + 3$ .

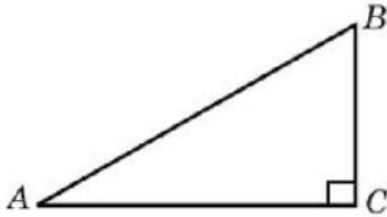
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC, \quad 2 = \frac{1}{2} (x + 3)x, \quad 4 = x^2 + 3x,$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0, \quad x = 1 \quad (x > 0)$$

$BC = x = 1$  – меньший катет.

Ответ: 1.

- №3. Один острый угол прямоугольного треугольника на  $32^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



Решение:

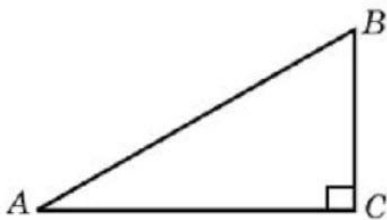
Пусть  $\angle A = x$ , тогда  $\angle B = x + 32^\circ$ . Поскольку в

прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна  $90^\circ$ , то

$$\angle A + \angle B = 90^\circ, \quad x + x + 32^\circ = 90^\circ, \quad x = 29^\circ.$$

$$\angle B = x + 32^\circ = 29^\circ + 32^\circ = 61^\circ \text{ – больший угол.} \quad \text{Ответ: } 61.$$

- №4. Один острый угол прямоугольного треугольника в 4 раза больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



Решение:

Пусть  $\angle A = x$ , тогда  $\angle B = 4x$ . Поскольку в прямоугольном

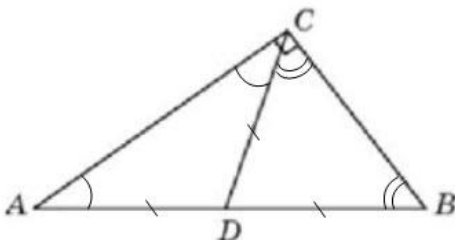
треугольнике сумма острых углов равна  $90^\circ$ , то

$$\angle A + \angle B = 90^\circ, \quad x + 4x = 90^\circ, \quad x = 18^\circ.$$

$$\angle B = 4x = 4 \cdot 18^\circ = 72^\circ \text{ – больший угол.}$$

Ответ: 72.

- №5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $58^\circ$ ,  $CD$  – медиана. Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.



Решение:

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к

гипотенузе равна ее половине, т.е.  $CD = AD = DB = \frac{AB}{2}$ .

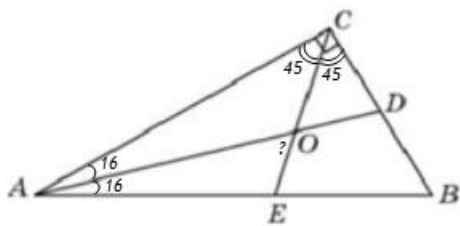
Треугольник  $BDC$  равнобедренный с основанием  $BC$ .

$$\angle BCD = \angle B = 58^\circ.$$

$$\angle ACD = \angle C - \angle BCD = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ.$$

Ответ: 32.

- №6. Острый угол прямоугольного треугольника равен  $32^\circ$ . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.



Решение:

Поскольку  $CE$  – биссектриса прямого угла, то

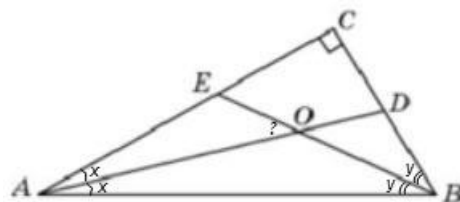
$$\angle ACE = \angle BCE = \frac{\angle C}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ. \text{ Пусть } \angle A = 32^\circ, AD -$$

биссектриса, тогда  $\angle CAD = \angle BAD = \frac{\angle A}{2} = \frac{32^\circ}{2} = 16^\circ$ .

Биссектрисы этого острого и прямого углов пересекаются в точке  $O$ . В треугольнике  $AOC$  угол  $AOE$  – внешний и поэтому  $\angle AOE = \angle CAO + \angle ACO$ ,  $\angle AOE = 16^\circ + 45^\circ = 61^\circ$  – острый угол.

Ответ: 61.

- №7. Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



Решение:

$AD$  – биссектриса острого угла  $A$ , тогда пусть  $\angle CAD = \angle DAB = x$ .

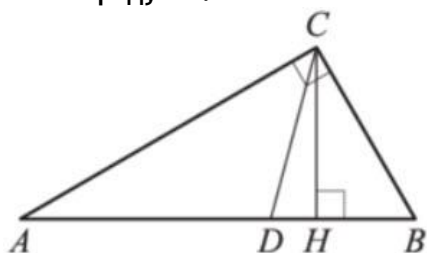
$BE$  – биссектриса острого угла  $B$ , тогда пусть  $\angle CBE = \angle ABE = y$ .

Поскольку в прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна  $90^\circ$ , то  $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ,  $2x + 2y = 90^\circ$ ,  $x + y = 45^\circ$ .

В треугольнике  $AOB$  угол  $AOE$  – внешний и поэтому  $\angle AOE = \angle OAB + \angle OBA$ ,  $\angle AOE = x + y = 45^\circ$  – острый угол.

Ответ: 45.

- №8. Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $61^\circ$ . Найдите угол между высотой  $CH$  и биссектрисой  $CD$ , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Решение:

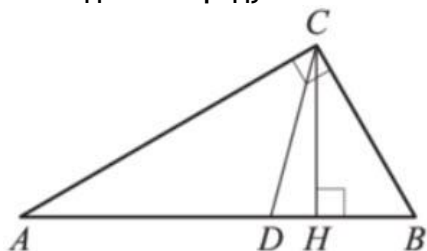
$\triangle BHC$  – прямоугольный треугольник с  $\angle B = 61^\circ$ , тогда  $\angle BCH = 90^\circ - 61^\circ = 29^\circ$ .

$CD$  – биссектриса прямого угла  $C$  треугольника  $ABC$ , значит,  $\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$ .

$$\angle DCH = \angle BCD - \angle BCH = 45^\circ - 29^\circ = 16^\circ.$$

Ответ: 16.

- №9. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен  $21^\circ$ . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.



Решение:

$CD$  – биссектриса прямого угла  $C$  треугольника  $ABC$ , значит,  $\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$ .

$$\angle DCH = 21^\circ, \angle BCH = \angle BCD - \angle DCH = 45^\circ - 21^\circ = 24^\circ.$$

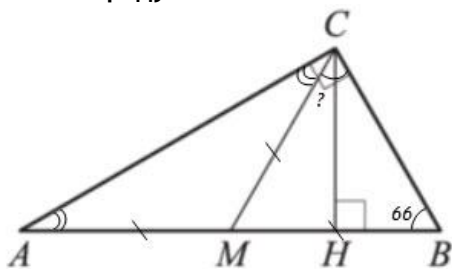
$\triangle BHC$  – прямоугольный треугольник,

$$\angle B = 90^\circ - \angle BCH = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ.$$

В  $\triangle ABC$   $\angle A = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 66^\circ = 24^\circ < 66^\circ$ ,  $\angle A = 24^\circ$

Ответ: 24.

- №10. Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $66^\circ$ . Найдите угол между высотой  $CH$  и медианой  $CM$ , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Решение:

$\triangle BHC$  – прямоугольный треугольник,

$$\angle BCH = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 66^\circ = 24^\circ.$$

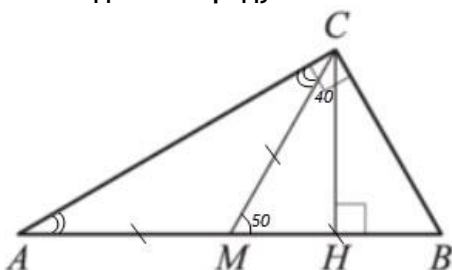
В прямоугольном треугольнике  $ABC$  медиана, проведенная к гипотенузе равна ее половине, т.е.  $CM = AM = MB = \frac{AB}{2}$ .

Треугольник  $BMC$  равнобедренный с основанием  $BC$ ,  $\angle BCM = \angle B = 66^\circ$ .

$$\angle MCH = \angle BCM - \angle BCH = 66^\circ - 24^\circ = 42^\circ.$$

Ответ: 42.

- №11. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла, равен  $40^\circ$ . Найдите больший из острых углов данного треугольника. Ответ дайте в градусах.



Решение:

$\triangle MHC$  – прямоугольный треугольник,

$$\angle CMH = 90^\circ - \angle MCH = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ.$$

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  медиана, проведенная к гипотенузе равна ее половине, т.е.  $CM = AM = MB = \frac{AB}{2}$ .

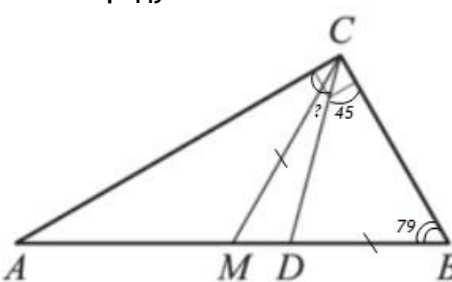
Треугольник  $AMC$  равнобедренный с основанием  $AC$  и  $\angle A = \angle ACM$ . Угол  $CMB$  – внешний, поэтому  $\angle SMB = \angle A + \angle ACM$ ,  $50^\circ = 2\angle A$ ,  $\angle A = 25^\circ$ .

В треугольнике  $ABC$

$$\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ > 25^\circ, \angle B = 65^\circ.$$

Ответ: 65.

- №12. Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $79^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой  $CD$  и медианой  $CM$ , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Решение:

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  медиана, проведенная к гипотенузе равна ее половине, т.е.  $CM = AM = MB = \frac{AB}{2}$ .

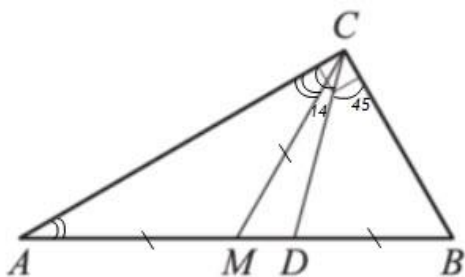
Треугольник  $BMC$  равнобедренный с основанием  $BC$  и  $\angle B = \angle BCM = 79^\circ$ .

$CD$  – биссектриса прямого угла  $C$  треугольника  $ABC$ , значит,  $\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$ .

$$\angle MCD = \angle BCM - \angle BCD = 79^\circ - 45^\circ = 34^\circ.$$

Ответ: 34.

- №13. Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен  $14^\circ$ . Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



Решение:

$CD$  – биссектриса прямого угла  $C$  треугольника  $ABC$ , значит,  $\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$ .

$$\angle ACM = \angle ACD - \angle MCD = 45^\circ - 14^\circ = 31^\circ.$$

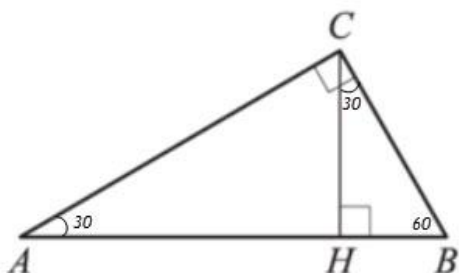
Треугольник  $AMC$  равнобедренный с основанием  $AC$  и  $\angle A = \angle ACM = 31^\circ$ .

В треугольнике  $ABC$

$$\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 31^\circ = 59^\circ > 31^\circ, \angle A = 31^\circ$$

Ответ: 31.

- №14. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота, угол  $A$  равен  $30^\circ$ ,  $AB = 4$ . Найдите  $BH$ .



Решение:

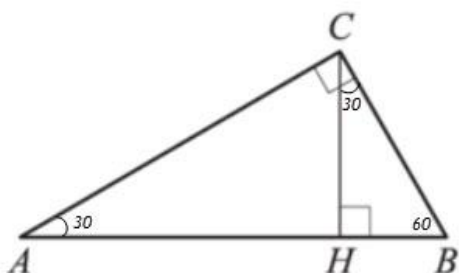
В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет, лежащий напротив угла в  $30^\circ$  равен половине гипотенузы. т.е.  $BC = \frac{AB}{2} = \frac{4}{2} = 2$ .

В прямоугольном треугольнике  $BCH$   $\angle B = 60^\circ$ ,  $\angle BCH = 30^\circ$ ,

$$\text{тогда катет } BH = \frac{BC}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Ответ: 1.

- №15. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота, угол  $A$  равен  $30^\circ$ ,  $AB = 2$ . Найдите  $AH$ .



Решение:

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет, лежащий напротив угла в  $30^\circ$  равен половине гипотенузы. т.е.  $BC = \frac{AB}{2} = \frac{2}{2} = 1$ .

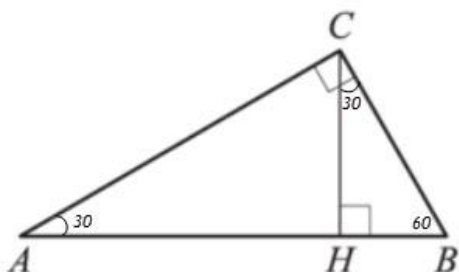
В прямоугольном треугольнике  $BCH$   $\angle B = 60^\circ$ ,  $\angle BCH = 30^\circ$ ,

$$\text{тогда катет } BH = \frac{BC}{2} = \frac{1}{2}.$$

$$AH = AB - BH = 2 - 0,5 = 1,5$$

Ответ: 1,5.

- №16. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота, угол  $A$  равен  $30^\circ$ ,  $AB = 2\sqrt{3}$ . Найдите высоту  $CH$ .



Решение:

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет, лежащий напротив угла в  $30^\circ$  равен половине гипотенузы. т.е.

$$BC = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

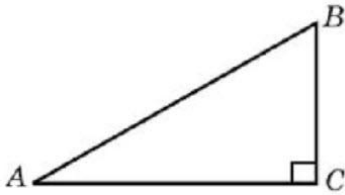
В прямоугольном треугольнике  $BCH$   $\angle B = 60^\circ$ ,  $\angle BCH = 30^\circ$ ,

$$\text{тогда катет } CH = BC \cdot \cos BCH = \sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,5.$$

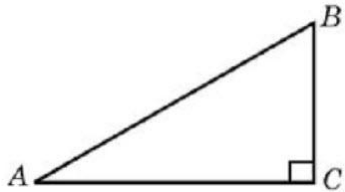
Ответ: 1,5.

▪ Тест      Элементы и площадь прямоугольного треугольника

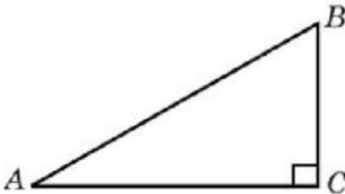
- №1. Найти площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 6 и 10.



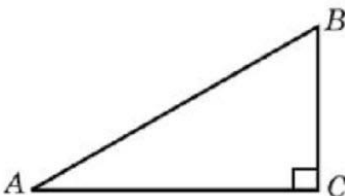
- №2. Площадь прямоугольного треугольника равна 16. Один из его катетов на 4 больше другого. Найдите меньший катет.



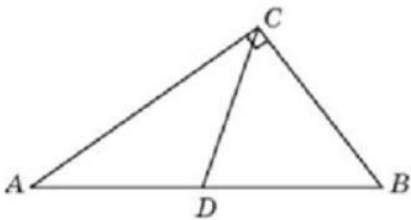
- №3. Один острый угол прямоугольного треугольника на  $42^\circ$  больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



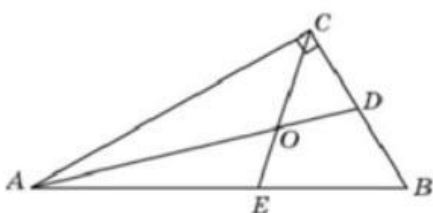
- №4. Один острый угол прямоугольного треугольника в 1,5 раза больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.



- №5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $22^\circ$ ,  $CD$  – медиана. Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.

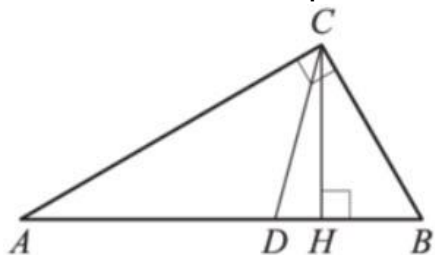


- №6. Острый угол прямоугольного треугольника равен  $26^\circ$ . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.

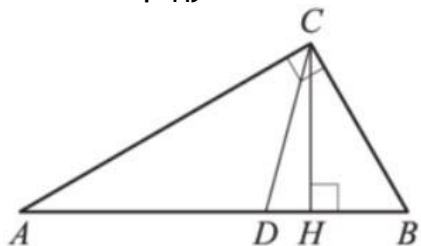




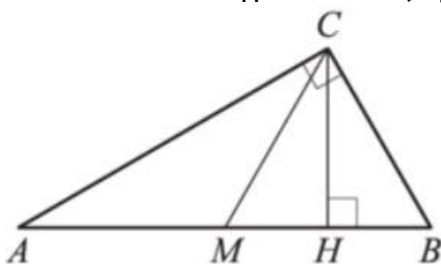
- №7. Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $77^\circ$ . Найдите угол между высотой  $CH$  и биссектрисой  $CD$ , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



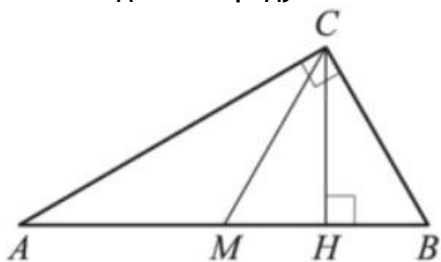
- №8. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен  $17^\circ$ . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.



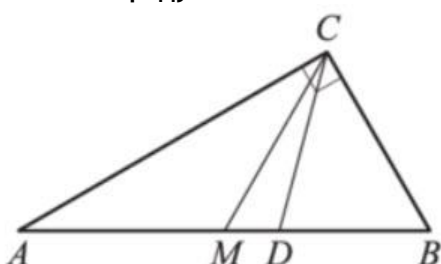
- №9. Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $53^\circ$ . Найдите угол между высотой  $CH$  и медианой  $CM$ , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах



- №10. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла, равен  $27^\circ$ . Найдите больший из острых углов данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

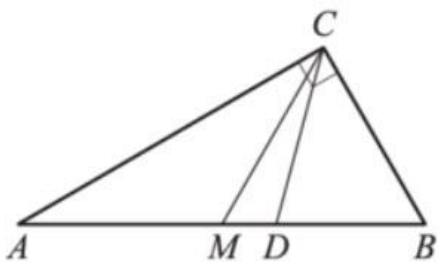


- №11. Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $56^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой  $CD$  и медианой  $CM$ , проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

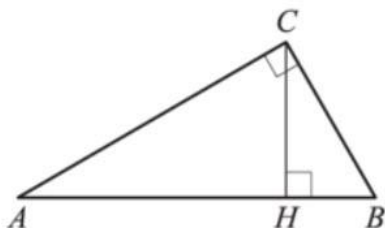




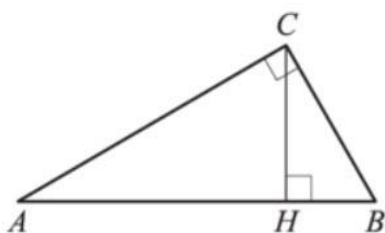
- №12. Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен  $1^\circ$ . Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



- №13. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота, угол  $A$  равен  $30^\circ$ ,  $AB = 86$ . Найдите  $AH$ .



- №14. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота, угол  $A$  равен  $30^\circ$ ,  $AB = 94\sqrt{3}$ . Найдите высоту  $CH$ .



▪ **Ответы (тест)** Прямоугольный треугольник

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
24	4	66	54	68	58	32

№8	№9	№10	№11	№12	№13	№14
28	16	58,5	11	44	64,5	70,5