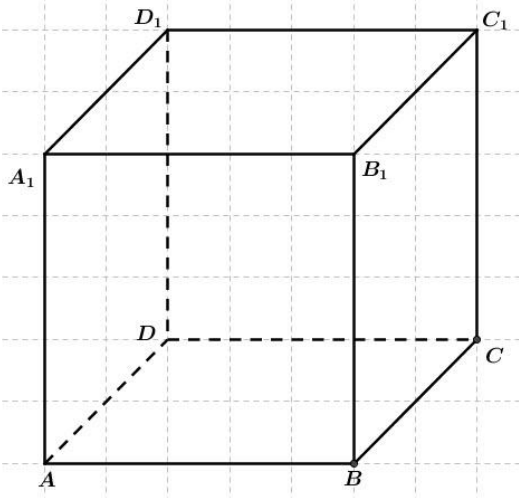
▪ ***Тест*** Расстояние между прямыми

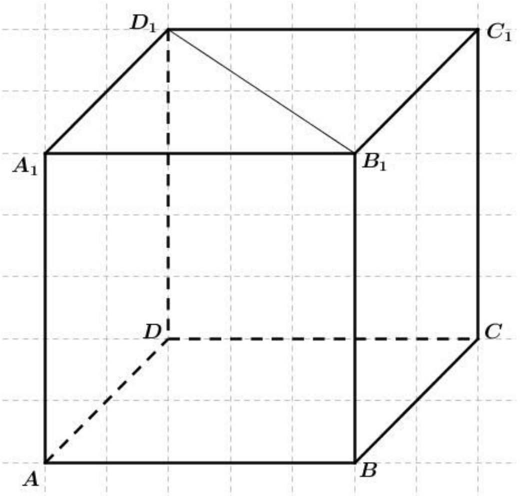
№	Вариант 2

№1.



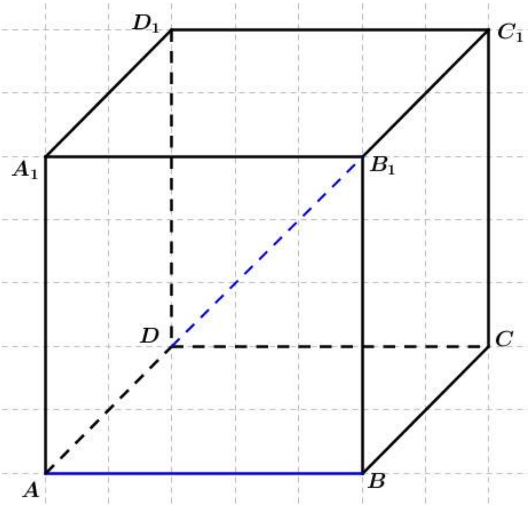
В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние между прямыми AB и A_1D_1.

№2.



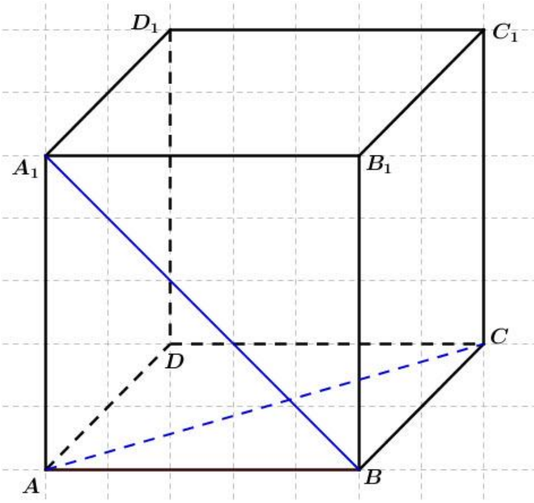
В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние между прямыми AB и B_1D_1.

№3.



В кубе $A...D_1$, ребра которого равны $\sqrt{2}$, найдите расстояние между прямыми AB и DB_1.

№4.



В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние между прямыми BA_1 и B_1D_1.

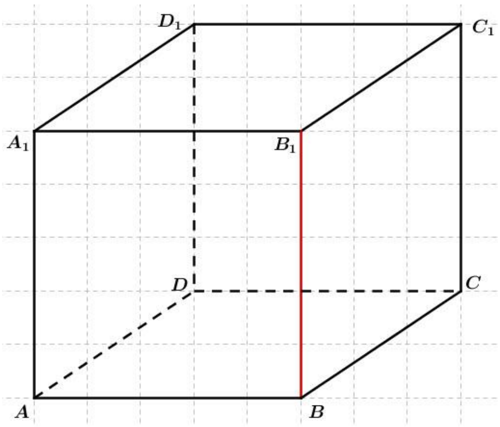
№5. В тетраэдре $DABC$ известны длины ребер $AB = AC = DB = DC = 13$, $DA = 6$, $BC = 24$.

а) Постройте прямую, перпендикулярную прямым DA и BC.

б) Найдите расстояние между прямым DA и BC.

- ***Решение. Тест*** Расстояние между прямыми

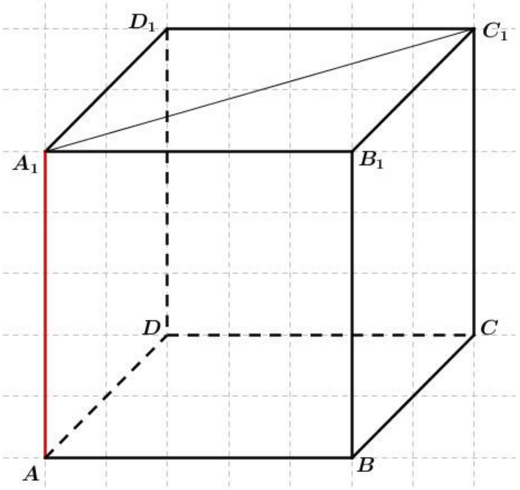
№	Вариант 1
1.	



Т.к. $AB \perp BB_1$ и $B_1C_1 \perp BB_1$ как стороны квадрата, то $\rho(AB, B_1C_1) = BB_1 = 1$.

Ответ: 1.

2.

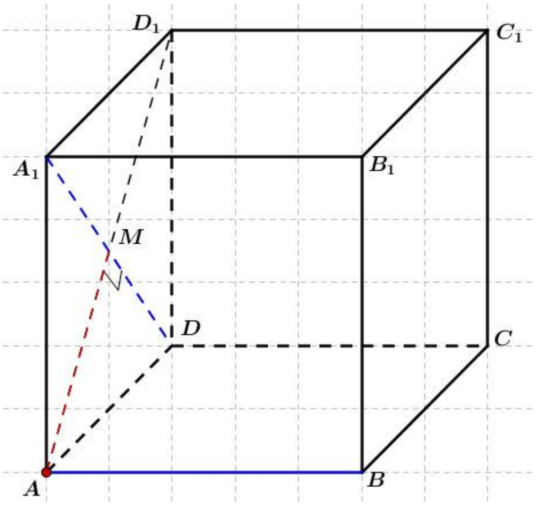


$AB \perp AA_1$ как стороны квадрата; $AA_1 \perp A_1C_1$, т.к. $AA_1 \perp A_1B_1C_1$.

Тогда $\rho(AB, A_1C_1) = AA_1 = 1$.

Ответ: 1.

3.

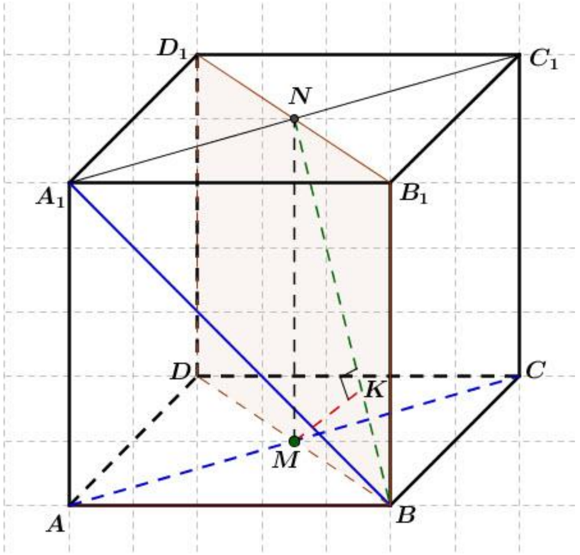


$AB \perp ADD_1$, тогда AB проецируется на ADD_1 в точку A.

$$\rho(AB, A_1D) = \rho(A, A_1D) = AM = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = 1$$

Ответ: 1.

4. В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние между прямыми BA_1 и AC.



$AC \perp BDD_1$, тогда $AC \to M$.

$A_1N \perp BDD_1$, BA_1 – наклонная, BN – проекция.

$\rho(BA_1, AC) = \rho(BN, M) = MK$.

$\triangle BMN$ – прямоугольный, т.к. $NM \parallel BB_1$ и $BB_1 \perp ABC$, значит $MN \perp ABC \Rightarrow MN \perp BD$.

$$MK = \frac{NM \cdot BM}{BN} = \frac{a \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}}{\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

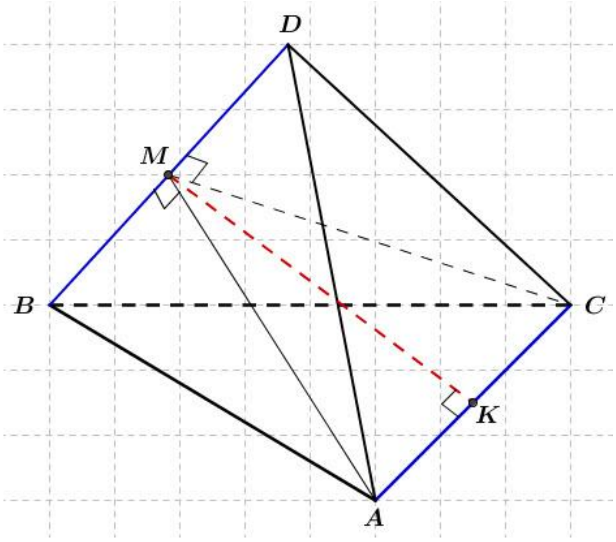
Ответ: $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

---

5. В тетраэдре $DABC$ известны длины ребер $AB = BC = DA = DC = 13$, $DB = 8$, $AC = 24$.

а) Постройте прямую, перпендикулярную прямым DB и AC.

б) Найдите расстояние между прямым DB и AC.



а) Пусть M – середина BD.

$\triangle AMC$ – равнобедренный, т.к. $\triangle BAD = \triangle BCD$ и $AM = CM$ как высоты, медианы, проведенные к основанию BD.

$BD \perp AM$, $BD \perp CM$, значит,

$BD \perp AMC \Rightarrow BD \perp MK$.

В $\triangle AMC$ $MK \perp BC$.

$\rho(BD, AC) = MK$.

б) $\triangle BMA$

$MA = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{13^2 - 4^2} = \sqrt{9 \cdot 17} = 3\sqrt{17}$

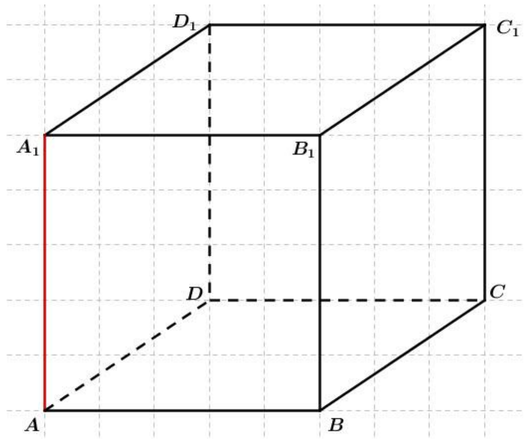
$\triangle AMK$ $MK = \sqrt{AM^2 - AK^2} = \sqrt{153 - 144} = 3$.

***Ответ:*3.**

▪ *Решение. Тест* Расстояние между прямыми

№	Вариант 2

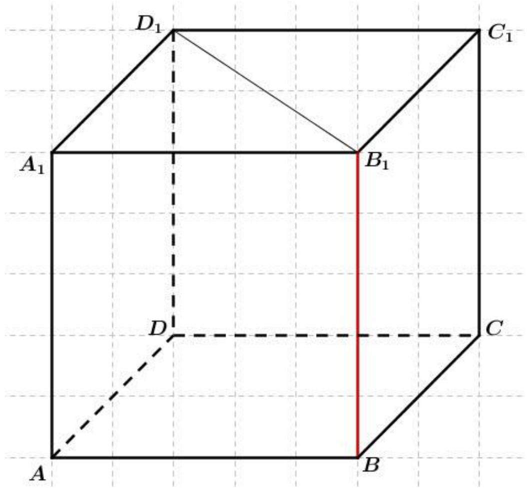
1.



Т.к. $AB \perp AA_1$ и $A_1D_1 \perp AA_1$ как стороны квадрата, то $\rho(AB, A_1D_1) = AA_1 = 1$.

***Ответ:* 1.**

2.

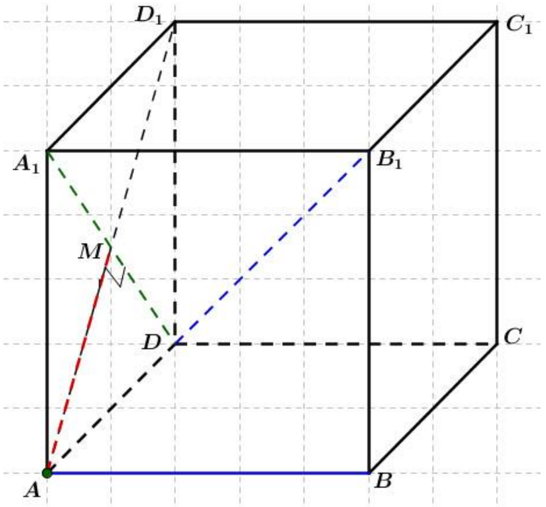


$AB \perp BB_1$ как стороны квадрата; $BB_1 \perp B_1D_1$, т.к. $BB_1 \perp A_1B_1C_1$.

Тогда $\rho(AB, B_1D_1) = BB_1 = 1$.

***Ответ:* 1.**

3.



$AB \perp ADD_1 \Rightarrow AB \to A$ (A - проекция AB на плоскость ADD_1);

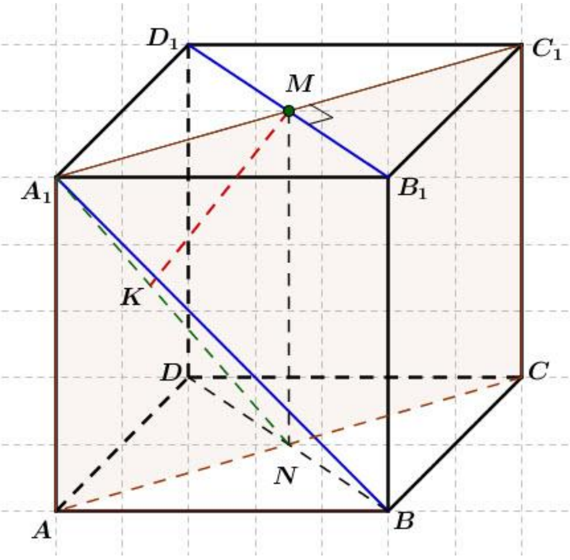
$A_1B_1 \perp ADD_1$, $DB_1 -$ наклонная, $A_1D -$ проекция.

$\rho(AB, DB_1) = \rho(A, DA_1) = AM$.

$$AM = \frac{AD_1}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = 1$$

***Ответ:* 1.**

4. В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние между прямыми BA_1 и B_1D_1.



$B_1D_1 \perp ACC_1$, тогда $B_1D_1 \to M$.

$BN \perp ACC_1$, BA_1 – наклонная, A_1N – проекция.

$\rho(BA_1, B_1D_1) = \rho(A_1N, M) = MK$.

$\triangle A_1MN$ – прямоугольный, т.к. $NM \parallel AA_1$ и

$AA_1 \perp A_1B_1C_1$, значит $MN \perp A_1B_1C_1 \Rightarrow MN \perp A_1C_1$.

$$MK = \frac{NM \cdot A_1M}{A_1N} = \frac{a \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}}{\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

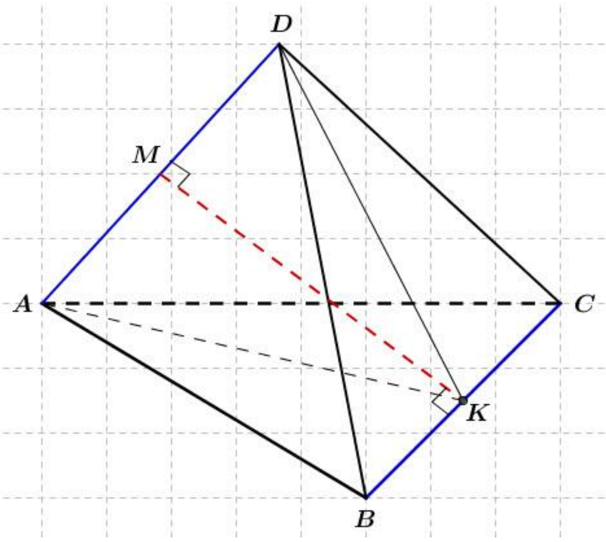
Ответ: $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

---

5. В тетраэдре $DABC$ известны длины ребер $AB = AC = DB = DC = 13$, $DA = 6$, $BC = 24$.

а) Постройте прямую, перпендикулярную прямым DA и BC.

б) Найдите расстояние между прямым DA и BC.



а) Пусть M – середина AD.

$\triangle AKD$ – равнобедренный, т.к. $\triangle ABC = \triangle BCD$ и $AK = DK$ как высоты, медианы, проведенные к основанию BC.

$AK \perp BC$, $DK \perp BC$, значит,

$BC \perp AKD \Rightarrow BC \perp MK$.

В $\triangle AKD$ $MK \perp AD$.

$\rho(AD, BC) = MK$.

б) $\triangle ABK$ $AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$

$\triangle AMK$ $MK = \sqrt{AK^2 - AM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Ответ:4.