

1. Концентрация вещества. Задание 10 ЕГЭ Профиль

2. Дополнительные задачи на концентрацию

Содержание сборника:

1. Концентрация вещества. Задание 10 ЕГЭ Профиль	
▪ Примеры.....	2
▪ Решение (примеры).....	3
▪ Тест.....	4
▪ Ответы и решение (тест).....	7
2. Дополнительные задачи на концентрацию	
▪ Примеры	10
▪ Решение	11
▪ Тест.....	16
▪ Ответы и решение (тест).....	17
Справочный материал	22

1. Концентрация вещества. Задание 10 ЕГЭ Профиль

Примеры

- №1. В сосуд, содержащий 5 литров 14-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 5 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
-
- №2. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 17-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
-
- №3. Смешали 4 литра 20-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 35-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
-
- №4. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?
-
- №5. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй – 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 9 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 11% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.
-
- №6. Смешав 6-процентный и 74-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 19-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 24-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 6-процентного раствора использовали для получения смеси?
-
- №7. Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй – 60 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 41% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?
-
- №8. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 14 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

▪ **Решение (примеры)** **Концентрация вещества**

№1. В сосуд, содержащий 5 литров 14-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 5 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

	Всего (л)	Концентрация	Масса вещества (л)
Было	5	14%	$0,14 \cdot 5 = 0,7$
Добавили	5	—	—
Стало	$5 + 5 = 10$?	0,7

$$\text{Концентрация } c_m = \frac{m_k}{m_o} \cdot 100\%$$

$$\frac{0,7}{10} \cdot 100\% = 7\%$$

Ответ: 7.

№2. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 17-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Р-р	Всего	% содержание вещества в р-ре	Масса вещества в растворе
I	x	15%	$0,15x$
II	x	17%	$0,17x$
I+II	$2x$?%	$0,15x + 0,17x = 0,32x$

Концентрация получившегося раствора

$$\frac{0,32x}{2x} \cdot 100\% = 16\%$$

Ответ: 16.

№3. Смешали 4 литра 20-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 35-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Р-р	Всего (л)	% содержание вещества в р-ре	Масса вещества в растворе (л)
I	4	20%	$0,2 \cdot 4 = 0,8$
II	6	35%	$0,35 \cdot 6 = 2,1$
I+II	$4 + 6 = 10$?%	$0,8 + 2,1 = 2,9$

Концентрация получившегося раствора

$$\frac{2,9}{10} \cdot 100\% = 29\%$$

Ответ: 29.

№4. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Сплав	Всего (кг)	Процентное содержание никеля в сплаве	Масса никеля в сплаве (кг)
I	x	10%	$0,1x$
II	y	35%	$0,35y$
I+II	150	30%	$0,3 \cdot 150 = 45$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ 0,1x + 0,35y = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 120 \end{cases}$$

На $120 - 30 = 90$ (кг) масса первого сплава меньше массы второго.

Ответ: 90.

№5. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй – 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 9 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 11% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Сплав	Всего (кг)	Процентное содержание меди в сплаве	Масса меди в сплаве (кг)
I	x	5%	$0,05x$
II	$x + 9$	14%	$0,14(x + 9)$
I+II	$2x + 9$	11%	$0,11(2x + 9)$

Составим уравнение
 $0,05x + 0,14(x + 9) = 0,11(2x + 9)$
 $0,27 = 0,03x$
 $x = 9$
 $2x + 9 = 2 \cdot 9 + 9 = 27$ (кг) масса третьего сплава.

Ответ: 27.

№6. Смешав 6-процентный и 74-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 19-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 24-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 6-процентного раствора использовали для получения смеси?

Раствор	Всего (кг)	% содержание кислоты в растворе	Масса кислоты в растворе (кг)
I	x	6%	$0,06x$
II	y	74%	$0,74y$
Добавили 1-ый раз	10	–	–
Получили 1-ый раз	$x + y + 10$	19%	$0,19(x + y + 10) =$ $= 0,06x + 0,74y$
Добавили 2-ой раз	10	50%	$0,5 \cdot 10 = 5$
Получили 2-ой раз	$x + y + 10$	24%	$0,24(x + y + 10) =$ $= 0,06x + 0,74y + 5$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} 0,19(x + y + 10) = 0,06x + 0,74y & \uparrow - \\ 0,24(x + y + 10) = 0,06x + 0,74y + 5 & \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,05(x + y + 10) = 5 \\ 0,19(x + y + 10) = 0,06x + 0,74y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 10 = 100 \\ 19 = 0,06x + 0,74y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 90 - x \\ 19 = 0,06x + 0,74(90 - x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 70 \\ y = 20 \end{cases}$$

Ответ: 70.

- №7. Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй — 60 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 41% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Раствор	Всего (кг)	% содержание кислоты в растворе	Масса кислоты в растворе (кг)
I	100	$x\%$	$\frac{x}{100} \cdot 100 = x$
II	60	$y\%$	$\frac{y}{100} \cdot 60 = 0,6y$
Смешали 1-ый раз	160	41%	$0,41 \cdot 160 = 65,6$
I	m	$x\%$	$\frac{x}{100} \cdot m = \frac{xm}{100}$
II	m	$y\%$	$\frac{y}{100} \cdot m = \frac{ym}{100}$
Смешали 2-ой раз	$2m$	50%	$0,5 \cdot 2m = m$

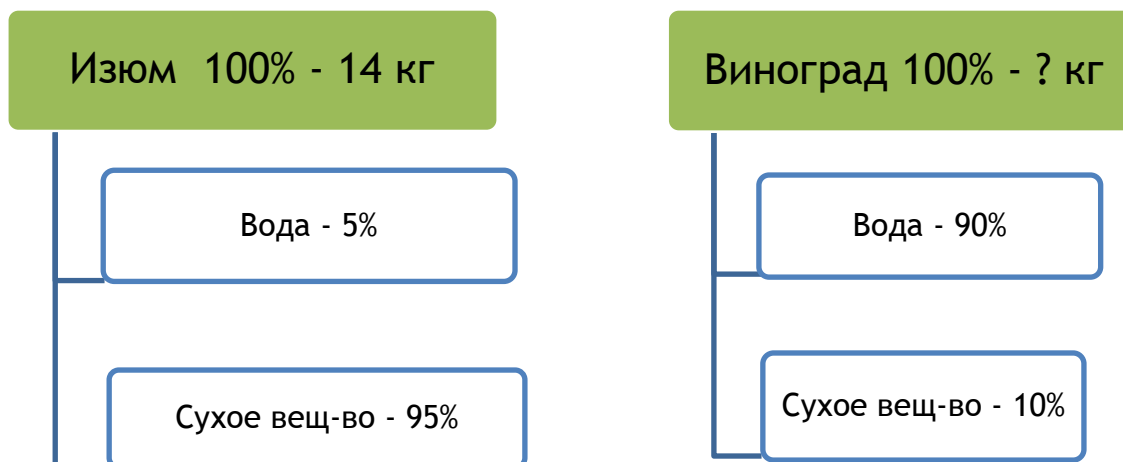
Составим систему уравнений

$$\begin{cases} x + 0,6y = 65,6 \\ \frac{xm}{100} + \frac{ym}{100} = m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 65,6 - 0,6y \\ x + y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 86 \end{cases}$$

Ответ: 14.

- №8. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 14 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?



Количество сухого вещества в винограде и в изюме неизменно.

$$\begin{array}{l} 100\% - 14 \text{ кг изюм} \\ 95\% - x \text{ кг сухое вещество} \\ x = \frac{95 \cdot 14}{100} = 13,3 \text{ кг сухого вещества в изюме} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 100\% - y \text{ кг виноград} \\ 10\% - 13,3 \text{ кг сухое вещество} \\ y = \frac{13,3 \cdot 100}{10} = 133 \text{ кг винограда} \end{array}$$

Ответ: 133.

Тест Концентрация вещества

- №1. В сосуд, содержащий 7 литров 26-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 6 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
-
- №2. Смешали некоторое количество 20-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 16-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
-
- №3. Смешали 8 литров 10-процентного водного раствора некоторого вещества с 12 литрами 40-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
-
- №4. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?
-
- №5. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 7 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 13% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.
-
- №6. Смешав 54-процентный и 61-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 46-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 56-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 54-процентного раствора использовали для получения смеси?
-
- №7. Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй — 60 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 19% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 22% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?
-
- №8. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 40 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

▪ **Ответы (тест)** Концентрация вещества

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
14	18	28	45	9	20	10	380

▪ **Решение (тест)** Концентрация вещества

№1 В сосуд, содержащий 7 литров 26-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 6 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

	Всего (л)	Концентрация	Масса вещества (л)
Было	7	26%	$0,26 \cdot 7 = 1,82$
Добавили	6	—	—
Стало	$7 + 6 = 13$?	1,82

$$\text{Концентрация } c_m = \frac{m_k}{m_o} \cdot 100\%$$

$$\frac{1,82}{13} \cdot 100\% = 14\%$$

Ответ: 14.

№2 Смешали некоторое количество 20-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 16-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Р-р	Всего	% содержание вещества в р-ре	Масса вещества в растворе
I	x	20%	$0,2x$
II	x	16%	$0,16x$
I+II	$2x$??%	$0,2x + 0,16x = 0,36x$

Концентрация получившегося раствора

$$\frac{0,36x}{2x} \cdot 100\% = 18\%$$

Ответ: 18.

№3 Смешали 8 литров 10-процентного водного раствора некоторого вещества с 12 литрами 40-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Р-р	Всего (л)	% содержание вещества в р-ре	Масса вещества в растворе (л)
I	8	10%	$0,1 \cdot 8 = 0,8$
II	12	40%	$0,4 \cdot 12 = 4,8$
I+II	$8 + 12 = 20$??%	$0,8 + 4,8 = 5,6$

Концентрация получившегося раствора

$$\frac{5,6}{20} \cdot 100\% = 28\%$$

Ответ: 28.

№4 Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Сплав	Всего	Процентное содержание никеля в сплаве	Масса никеля в сплаве (кг)
I	x	10%	$0,1x$
II	y	35%	$0,35y$
I+II	225	25%	$0,25 \cdot 225 = 56,25$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 225 \\ 0,1x + 0,35y = 56,25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 90 \\ y = 135 \end{cases}$$

На $135 - 90 = 45$ кг масса первого сплава меньше массы второго.

Ответ: 45.

- №5 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% меди, второй – 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 7 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 13% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Сплав	Всего	Процентное содержание меди в сплаве	Масса меди в сплаве (кг)
I	x	5%	$0,05x$
II	$x + 7$	14%	$0,14(x + 7)$
I+II	$2x + 7$	13%	$0,13(2x + 7)$

Составим уравнение
 $0,05x + 0,14(x + 7) = 0,13(2x + 7)$
 $0,07 = 0,07x$
 $x = 1$
 $2x + 7 = 2 \cdot 1 + 7 = 9$ кг масса третьего сплава.

Ответ: 9.

- №6 Смешав 54-процентный и 61-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 46-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 56-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 54-процентного раствора использовали для получения смеси?

Раствор	Всего (кг)	% содержание кислоты в растворе	Масса кислоты в растворе (кг)
I	x	54%	$0,54x$
II	y	61%	$0,61y$
Добавили 1-ый раз	10	–	–
Получили 1-ый раз	$x + y + 10$	46%	$0,46(x + y + 10) = 0,54x + 0,61y$
Добавили 2-ой раз	10	50%	$0,5 \cdot 10 = 5$
Получили 2-ой раз	$x + y + 10$	56%	$0,56(x + y + 10) = 0,54x + 0,61y + 5$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} 0,46(x + y + 10) = 0,54x + 0,61y \\ 0,56(x + y + 10) = 0,54x + 0,61y + 5 \end{cases} \begin{matrix} \uparrow \\ - \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 0,1(x + y + 10) = 5 \\ 0,46(x + y + 10) = 0,54x + 0,61y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 10 = 50 \\ 23 = 0,54x + 0,61y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 40 - x \\ 23 = 0,54x + 0,61(40 - x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 20 \end{cases}$$

Ответ: 20.

- №7 Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй — 60 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 19% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 22% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Раствор	Всего (кг)	% содержание кислоты в растворе	Масса кислоты в растворе (кг)
I	100	$x\%$	$\frac{x}{100} \cdot 100 = x$
II	60	$y\%$	$\frac{y}{100} \cdot 60 = 0,6y$
Смешали 1-ый раз	160	19%	$0,19 \cdot 160 = 30,4$
I	m	$x\%$	$\frac{x}{100} \cdot m = \frac{xm}{100}$
II	m	$y\%$	$\frac{y}{100} \cdot m = \frac{ym}{100}$
Смешали 2-ой раз	$2m$	22%	$0,22 \cdot 2m = 0,44m$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} x + 0,6y = 30,4 \\ \frac{xm}{100} + \frac{ym}{100} = 0,44m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 30,4 - 0,6y \\ x + y = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 34 \end{cases}$$

Ответ: 10.

- №8 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 40 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

$$\begin{array}{l} 100\% - 40 \text{ кг изюм} \\ 95\% - x \text{ кг сухое вещество} \\ x = \frac{95 \cdot 40}{100} = 38 \text{ кг сухого вещества в изюме} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 100\% - y \text{ кг виноград} \\ 10\% - 38 \text{ кг сухое вещество} \\ y = \frac{38 \cdot 100}{10} = 380 \text{ кг винограда} \end{array}$$

Ответ: 380.

3. Дополнительные задачи на концентрацию

Примеры

- Собрали 140 кг грибов, влажность которых составляла 98%. После подсушивания их влажность
- №1. снизилась до 93%. Какова стала масса грибов после подсушивания?
-
- №2. Из 10 кг свежих фруктов получают 3,5 кг сушеных фруктов, содержащих 20% воды. Каково процентное содержание воды в свежих фруктах?
-
- №3. Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы содержащей 85% воды. Чтобы получить массу, содержащую 75% воды?
-
- №4. Только что добытый каменный уголь содержит 2% воды, а после двухнедельного пребывания на воздухе он содержит 20 % воды. На сколько кг увеличилась масса добытой тонны угля после того, как уголь две недели пролежал на воздухе?
-
- №5. В 4 кг сплава меди и олова содержится 40% олова. Сколько кг олова надо добавить к этому сплаву, чтобы его процентное содержание в новом сплаве стало равным 70%?
-
- №6. К 40% раствору серной кислоты добавили 50 г чистой серной кислоты, после чего концентрация раствора стала равной 60%. Найти первоначальный вес раствора.
-
- №7. Сколько чистого спирта надо добавить к 735 г шестнадцатипроцентного раствора йода в спирте, чтобы получить 10% раствор?
-
- №8. К раствору, содержащему 30 г соли, добавили 400 г воды, после чего концентрация соли уменьшилась на 10%. Найти первоначальную концентрацию соли в растворе.
-
- №9. Если к сплаву меди и цинка добавить 20 г меди, то содержание меди в сплаве станет равным 70%. Если же к первоначальному сплаву добавить 70 г сплава, содержащего 40% меди, то содержание меди станет равным 52%. Найдите первоначальный вес сплава.
-
- №10. Если к раствору соли добавить 200 г 30%-го раствора, то его концентрация станет равной 25%. Если же к первоначальному раствору добавить 300 г 40%-го раствора, то его концентрация станет равной 32%. Найти первоначальную концентрацию раствора.
-
- №11. В сосуде было 32 л чистого спирта. Часть этого спирта отлили, а долили сосуд водой. Затем отлили столько же литров смеси и сосуд опять долили водой. После этого в сосуде оказалось чистого спирта втрое меньше, чем воды. Сколько спирта отлили в первый раз?
-
- №12. Имеются три сплава. Первый сплав содержит 40% олова и 60% свинца, второй - 20% свинца и 80% цинка, третий - 20% олова, 20% свинца и 60% цинка. Сплавив их, получили сплав, содержащий 10% олова. Какое наибольшее и наименьшее процентное содержание свинца может быть в этом сплаве?

▪ **Решение**

Дополнительные задачи на концентрацию

№1. Собрали 140 кг грибов, влажность которых составляла 98%. После подсушивания их влажность снизилась до 93%. Какова стала масса грибов после подсушивания?

Решение:

1) Свежие грибы: 100% - 140 кг.

Вода - 98% Сухое вещ-во - 2%

100% - 140 кг

2% - x кг

$$x = \frac{2 \cdot 140}{100} = 2,8 \text{ (кг) - сухого вещества}$$

2) Сухие грибы: 100% - ?.

Вода - 93% Сухое вещ-во - 7% - 2,8 кг

100% - y кг

7% - 2,8 кг

$$y = \frac{2,8 \cdot 100}{7} = 40 \text{ (кг) - масса грибов.}$$

Ответ: 40 кг.

№2. Из 10 кг свежих фруктов получают 3,5 кг сушеных фруктов, содержащих 20% воды. Каково процентное содержание воды в свежих фруктах?

Решение:

1) 3,5 кг - 100% (сушеные фрукты)

x - 80% (сух. вещество) $x = 2,8$ (кг)

2) 10 кг - 100% (свежие фрукты)

2,8 кг - y % (сухое вещество в свежих фруктах) $y = 28\%$

3) 100% - 28% = 72% (воды в свежих фруктах)

Ответ: 72.

№3. Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы содержащей 85% воды. Чтобы получить массу, содержащую 75% воды?

Решение:

1) 500 - 100% (цел. массы)

x - 85% (воды)

$$x = 425 \text{ (кг) - воды}$$

2) 500 - 425 = 75 (кг) - сухого вещества в целлюлозной массе

3) После выпаривания в целлюлозной массе должно остаться 75% воды, а значит сухого вещества - 25%.

y - 100% (цел. массы)

75 - 25% (сухого вещества)

$$y = 300 \text{ (кг)}$$

4) 500 - 300 = 200 (кг).

Ответ: 200 кг.

- №4. Только что добытый каменный уголь содержит 2% воды, а после двухнедельного пребывания на воздухе он содержит 20 % воды. На сколько кг увеличилась масса добытой тонны угля после того, как уголь две недели пролежал на воздухе?

Решение:

- 1) $1000 - 100\%$ (только что добытый уголь) $x = 20$ (кг) - вода
 $x - 2\%$ (вода в этом угле)
- 2) $1000 - 20 = 980$ (кг) - сухое вещество в угле
- 3) После двухнедельного пребывания на воздухе воды стало - 20%, а значит сухого вещества - 80%.
 $980 - 80\%$ (сухое вещество) $y = 1225$ (кг)
 $y - 100\%$ (уголь)
- 4) $1225 - 1000 = 225$ (кг)

Ответ: 225 кг.

- №5. В 4 кг сплава меди и олова содержится 40% олова. Сколько кг олова надо добавить к этому сплаву, чтобы его процентное содержание в новом сплаве стало равным 70%?

Решение:

	Всего (кг)	Добавили	Стало
медь			
олово	$0,4 \cdot 4 = 1,6$	x	$1,6 + x$
сплав	4		$4 + x$

Процентное содержание олова в новом сплаве:

$$70\% = \frac{x + 1,6}{x + 4} \cdot 100\%$$

$$7(x + 4) = 10(x + 1,6) \quad x = 4$$

Ответ: 4 кг.

- №6. К 40% раствору серной кислоты добавили 50 г чистой серной кислоты, после чего концентрация раствора стала равной 60%. Найти первоначальный вес раствора.

Решение:

	Всего (г)	Добавили (г)	Стало
Раствор серной кислоты	x		$x + 50$
Серная кислота	$0,4 \cdot x$	50	$0,4x + 50$

Процентное содержание олова в новом сплаве:

$$60\% = \frac{0,4x + 50}{x + 50} \cdot 100\%$$

$$6(x + 50) = 10(0,4x + 50) \quad x = 100$$

Ответ: 100 г.

№7. Сколько чистого спирта надо добавить к 735 г шестнадцатипроцентного раствора йода в спирте, чтобы получить 10% раствор?

Решение:

Обратная пропорциональная зависимость

$$1) \downarrow \begin{array}{l} 735 \text{ г} - 16\% \text{ йода} \\ x \text{ г} - 10\% \text{ йода} \end{array} \uparrow$$

$$2) \frac{735}{x} = \frac{10}{16} \quad x = 1176$$

$$3) 1176 - 735 = 441$$

Ответ: 441 г.

№8. К раствору, содержащему 30 г соли, добавили 400 г воды, после чего концентрация соли уменьшилась на 10%. Найти первоначальную концентрацию соли в растворе.

Решение:

	Всего (г)	Добавили (г)	Стало
Раствор соли	x		$x + 400$
Соль	30		
Вода		400	

Первоначальная концентрация соли в растворе: $\frac{30}{x} \cdot 100$

Концентрация соли после того как добавили воды: $\frac{30}{x+400} \cdot 100$

Т.к. концентрация соли уменьшилась на 10%, то составим уравнение

$$\frac{30}{x} \cdot 100 - \frac{30}{x+400} \cdot 100 = 10$$

$$x^2 + 400x - 120000 = 0$$

$$x = 200 \quad (x > 0)$$

Первоначальная концентрация соли в растворе: $\frac{30}{200} \cdot 100\% = 15\%$.

Ответ: 15%.

№9. Если к сплаву меди и цинка добавить 20 г меди, то содержание меди в сплаве станет равным 70%. Если же к первоначальному сплаву добавить 70 г сплава, содержащего 40% меди, то содержание меди станет равным 52%. Найдите первоначальный вес сплава.

Решение:

	Всего (г)	Добавили (г)	Стало
медь	x	20	$x + 20$
цинк	y		
сплав	$x + y$		$x + y + 20$

Содержание меди в сплаве: $\frac{x+20}{x+y+20} \cdot 100 = 70$

	Всего (г)	Добавили (г)	Стало
медь	x	$0,4 \cdot 70 = 28$	$x + 28$
цинк	y		
сплав	$x + y$	70	$x + y + 70$

Содержание меди в сплаве: $\frac{x + 28}{x + y + 70} \cdot 100 = 52$

Составим систему уравнений:
$$\begin{cases} 10(x + 20) = 7(x + y + 20) \\ 25(x + 28) = 13(x + y + 70) \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 50 \\ y = 30 \end{cases}$$

Первоначальный вес сплава $30 + 50 = 80$

Ответ: 80.

№10. Если к раствору соли добавить 200 г 30%-го раствора, то его концентрация станет равной 25%. Если же к первоначальному раствору добавить 300 г 40%-го раствора, то его концентрация станет равной 32%. Найти первоначальную концентрацию раствора.

Решение:

Пусть y – количество раствора, x – количество соли в растворе.

1) Если добавили $200 \cdot 0,3 = 60$ (г) соли, тогда процентная концентрация станет 25%:

$$\frac{x + 60}{y + 200} \cdot 100 = 25.$$

2) Если добавили $300 \cdot 0,4 = 120$ (г) соли, тогда процентная концентрация станет 32%:

$$\frac{x + 120}{y + 300} \cdot 100 = 32.$$

3) Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x + 60}{y + 200} \cdot 100 = 25 \\ \frac{x + 120}{y + 300} \cdot 100 = 32 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 40 \\ y = 200 \end{cases}$$

4) Первоначальная процентная концентрация раствора $\frac{40}{200} \cdot 100\% = 20\%$.

Ответ: 20.

№11. В сосуде было 32 л чистого спирта. Часть этого спирта отлили, а долили сосуд водой. Затем отлили столько же литров смеси и сосуд опять долили водой. После этого в сосуде оказалось чистого спирта втрое меньше, чем воды. Сколько спирта отлили в первый раз?

Решение:

	Всего (л)	Чистый спирт (л)	Доля спирта в р-ре	Вода (л)
Было	32	32	1	—
Отлили 1-ый раз	$-x$	$-x$	1	—
Долили 1-ый раз	$+x$			$+x$
Стало раствора	32	$32 - x$	$\frac{32 - x}{32}$	x
Отлили 2-й раз	$-x$	$x \cdot \frac{32 - x}{32}$		
Долили 2-й раз	$+x$			$+x$
Стало	32	$(32 - x) - x \cdot \frac{32 - x}{32}$ это 1 часть		3 части

Составим уравнение

$$(32 - x) - x \cdot \frac{32 - x}{32} = \frac{32}{4}, \quad x^2 - 64x + 768 = 0; \quad x_1 = 48 \quad x_2 = 16$$

Ответ:

16.

№12. Имеются три сплава. Первый сплав содержит 40% олова и 60% свинца, второй - 20% свинца и 80% цинка, третий - 20% олова, 20% свинца и 60% цинка. Сплавив их, получили сплав, содержащий 10% олова. Какое наибольшее и наименьшее процентное содержание свинца может быть в этом сплаве?

Решение:

Пусть x, y, z — массы первого, второго и третьего сплавов соответственно; p — процентное содержание свинца в «новом» сплаве. Тогда, первый сплав содержит $0,4x$ олова и $0,6x$ свинца; второй - $0,2y$ свинца и $0,8y$ цинка; третий - $0,2z$ олова, $0,2z$ свинца и $0,6z$ цинка.

«Новый» сплав массой $(x + y + z)$ будет содержать $(0,4x + 0,2z)$ олова. Из условия следует

$$0,4x + 0,2z = 0,1(x + y + z) \Rightarrow z = y - 3x. \quad \text{Т.к. } x, y, z \geq 0, \text{ то } y \geq 3x.$$

	Всего	Олово	Свинец	Цинк
I	x	40% $\rightarrow 0,4x$	60% $\rightarrow 0,6x$	
II	y		20% $\rightarrow 0,2y$	80% $\rightarrow 0,8y$
III	z	20% $\rightarrow 0,2z$	20% $\rightarrow 0,2z$	60% $\rightarrow 0,6z$
I+II+III	$x + y + z$	10% $\rightarrow 0,1(x + y + z)$	$0,6x + 0,2y + 0,2z$	

Свинца в «новом» сплаве содержится $(0,6x + 0,2y + 0,2z)$ или после исключения y из этого выражения, получим $(1,2x + 0,4z)$.

Следовательно, процентное содержание свинца в «новом» сплаве равно

$$p = \frac{0,6x + 0,2y + 0,2z}{x + y + z} \cdot 100\% = \frac{0,6x + 0,2y + 0,2y - 0,6x}{x + y + y - 3x} \cdot 100\% = \frac{0,4y}{2y - 2x} \cdot 100\% = 20\% \cdot \frac{y}{y - x}$$

Т.к. x и y принимают только неотрицательные значения, то очевидно, что множитель $\frac{y}{y - x} = 1 + \frac{x}{y - x}$

принимает наименьшее значение, равное 1, при $x = 0$. Следовательно, наименьшее значение p равно 20%.

Наибольшее значение, равное $\frac{3}{2}$ этот множитель принимает при $y = 3x$ и наибольшее значение p равно 30%.

Ответ: 20%, 30%.

Тест **Дополнительные задачи на концентрацию**

- №1. Собрали 100 кг грибов, оказалось, что их влажность 99%. Когда их подсушили, то влажность снизилась до 98%. Какой стала масса этих грибов после того, как их подсушили?
-
- №2. Собрали 42 кг свежих грибов, содержащих по массе 95% воды. Когда их подсушили, они стали весить 3 кг. Каков процент содержания воды по массе в сухих грибах?
-
- №3. Морская вода содержит 5% соли по массе. Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды. Чтобы она содержала 1,5% соли по массе?
-
- №4. В результате очистки сырья количество примесей в нем уменьшается с 20% в исходном сырье до 4% в очищенном. Сколько надо взять исходного сырья для получения 100 кг очищенного?
-
- №5. В 5 кг сплава меди и свинца добавили 1 кг меди. В новом сплаве меди оказалось в два раза больше, чем свинца. Определить процентное содержание меди в первоначальном сплаве.
-
- №6. В 5 кг сплава олова и цинка содержится 80% цинка. Сколько кг олова надо добавить к сплаву, чтобы процентное содержание цинка стало вдвое меньше?
-
- №7. Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой - 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 200 г сплава, содержащего 30% меди.
-
- №8. Из раствора, содержащего 20 кг соли, выпарили 30 кг воды, после чего концентрация соли увеличилась на 15%. Найти первоначальный вес раствора.
-
- №9. Имеются два раствора серной кислоты в воде, первый - 40%-й, второй - 60%-й. Эти растворы смешали, после чего добавили 5 кг чистой воды и получили 20%-й раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 80%-го раствора, то получили бы 70%-й раствор. Определите количество 40%-го и 60%-го растворов.
-
- №10. Если к раствору спирта добавить 10 г спирта, то его концентрация станет равной 37,5%. Если же к первоначальному раствору добавить 50 г 30%-го раствора спирта. То его концентрация станет равной 32,5%. Найти первоначальное количество спирта в растворе.
-
- №11. Из сосуда, наполненного чистым глицерином, отлили 10 л глицерина, а взамен долили 10 л воды. После перемешивания снова отлили 10 л смеси и долили 10 л воды. В результате этих операций объем воды в сосуде оказался в 3 раза больше объема оставшегося в нем глицерина. Каков объем сосуда?
-
- №12. Имеются три сплава. Первый сплав содержит 60% стали и 40% титана, второй - 80% стали, 10% титана и 10% никеля, третий - 40% стали, 40% титана и 20% никеля. Сплавив их, получили сплав, содержащий 5% никеля. Какое наибольшее и наименьшее процентное содержание титана может быть в этом сплаве?

▪ **Ответы**

Дополнительные задачи на концентрацию

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12
50	30	70	120	60	5	140 и 60	80	1 и 2	50	20	25 и 40

▪ **Решение**

Дополнительные задачи на концентрацию

№1. Собрали 100 кг грибов, оказалось, что их влажность 99%. Когда их подсушили, то влажность снизилась до 98%. Какой стала масса этих грибов после того, как их подсушили?

Решение:

- 1) 100 кг – 100% (св. грибы)
 x кг – 1% (сух. вещество) $x = 1$ (кг)
- 2) y кг – 100% (подсушенные грибы)
 1 кг – 2% (сухое вещество) $y = 50$ (кг)

Ответ: 50.

№2. Собрали 42 кг свежих грибов, содержащих по массе 95% воды. Когда их подсушили, они стали весить 3 кг. Каков процент содержания воды по массе в сухих грибах?

Решение:

- 1) 42 – 100% (св. грибы)
 x – 5% (сух. вещество) $x = 2,1$ (кг)
- 2) 3 – 100% (подсушенные грибы)
 $2,1$ – y % (сухое вещество) $y = 70$ %
- 3) 100% – 70% = 30% (воды)

Ответ: 30.

№3. Морская вода содержит 5% соли по массе. Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды. Чтобы она содержала 1,5% соли по массе?

Решение:

- 1) 30 – 100% (морской воды) $x = 1,5$ (кг) - соли
 x – 5% (соли)
- 2) y – 100% (морской воды) $y = 100$ (кг) - морской воды
 $1,5$ – 1,5% (соли)
- 3) 100 – 30 = 70 (кг).

Ответ: 70 кг.

№4. В результате очистки сырья количество примесей в нем уменьшается с 20% в исходном сырье до 4% в очищенном. Сколько надо взять исходного сырья для получения 100 кг очищенного?

Решение:

- 1) 100 – 100% (очищенное сырье) $x = 4$ (кг) - примесь
 x – 4% (примесь)
- 2) 100 – 4 = 96 (кг) - чистое сырье
 96 – 80% (чистое сырье)
- 3) y – 100% (исходное сырье) $y = 120$ (кг)

Ответ: 120 кг.

№5. В 5 кг сплава меди и свинца добавили 1 кг меди. В новом сплаве меди оказалось в два раза больше, чем свинца. Определить процентное содержание меди в первоначальном сплаве.

Решение:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Медь} - 2x \text{ кг} \\ \text{Свинец} - x \text{ кг} \end{array} \right\} \oplus = 6 \text{ кг}, \quad x + 2x = 6, \quad x = 2$$

Меди в новом сплаве: $2 \cdot 2 = 4$ (кг), Меди в старом сплаве: $4 - 1 = 3$ (кг).

Процентное содержание меди в первоначальном сплаве: $c_m = \frac{m_k}{m_o} \cdot 100\%$ $c_m = \frac{3}{5} \cdot 100\% = 60\%$.

Ответ: 60%.

№6. В 5 кг сплава олова и цинка содержится 80% цинка. Сколько кг олова надо добавить к сплаву, чтобы процентное содержание цинка стало вдвое меньше?

Решение:

	Всего (кг)	Добавили (кг)	Стало (кг)	% содержание
цинк	$0,8 \cdot 5 = 4$			$80\% : 2 = 40\%$
олово	$5 - 4 = 1$	x	$1 + x$	60%
сплав	5		$5 + x$	100%

$$\frac{x+1}{x+5} \cdot 100\% = 60\%; \quad \frac{x+1}{x+5} \cdot 10 = 6; \quad x = 5.$$

Ответ: 5.

№7. Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой - 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 200 г сплава, содержащего 30% меди.

Решение:

	Всего (г)	Медь (г)
I сплав	x	$0,15x$
II сплав	$200 - x$	$0,65(200 - x)$
Всего	200	$0,3 \cdot 200 = 60$

$$0,15x + 0,65(200 - x) = 60, \quad x = 140$$

Ответ: 140 и 60.

№8. Из раствора, содержащего 20 кг соли, выпарили 30 кг воды, после чего концентрация соли увеличилась на 15%. Найти первоначальный вес раствора.

Решение:

	Всего (кг)	Выпарили (кг)	Стало
Раствор соли	x		$x - 30$
Соль	20		
Вода		30	

Первоначальная концентрация соли в растворе: $\frac{20}{x} \cdot 100$

Концентрация соли после того как выпарили воду: $\frac{20}{x-30} \cdot 100$

Т.к. концентрация соли увеличилась на 15%, то составим уравнение

$$\frac{20}{x-30} \cdot 100 - \frac{20}{x} \cdot 100 = 15$$

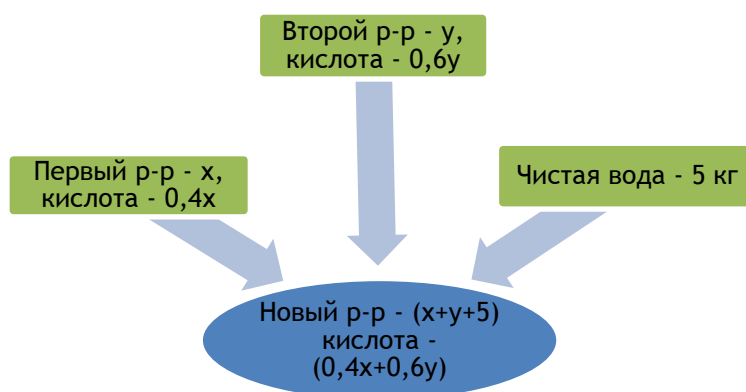
$$x^2 - 30x - 4000 = 0$$

$$x = 80 \quad (x > 0)$$

Ответ: 80.

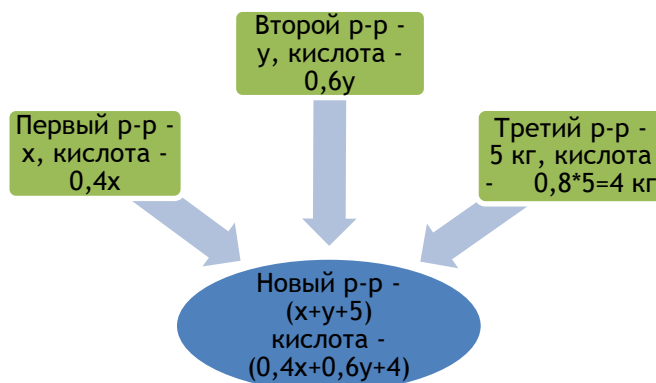
- №9. Имеются два раствора серной кислоты в воде, первый - 40%-й, второй - 60%-й. Эти растворы смешали, после чего добавили 5 кг чистой воды и получили 20%-й раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 80%-го раствора, то получили бы 70%-й раствор. Определите количество 40%-го и 60%-го растворов.

Решение:



- 1) Заметим, что в добавляемых 5 кг чистой воде нет кислоты, тогда получим уравнение:

$$0,2(x + y + 5) = 0,4x + 0,6y$$



- 2) Добавляя второй раз 5 кг раствора, в нем кислоты содержится $0,8 \cdot 5 = 4$ кг. Тогда получим второе уравнение:

$$0,7(x + y + 5) = 0,4x + 0,6y + 4$$

- 3) Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,2(x+y+5) = 0,4x + 0,6y \\ 0,7(x+y+5) = 0,4x + 0,6y + 4 \end{cases} \uparrow -$$

$$\begin{cases} 0,5(x+y+5) = 4 \\ 0,2(x+y+5) = 0,4x + 0,6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+5 = 8 \\ 0,2 \cdot 8 = 0,4x + 0,6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3 - x \\ 1,6 = 0,4x + 0,6(3 - x) \end{cases}; \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ: 1 и 2 .

№10. Если к раствору спирта добавить 10 г спирта, то его концентрация станет равной 37,5%. Если же к первоначальному раствору добавить 50 г 30%-го раствора спирта. То его концентрация станет равной 32,5%. Найти первоначальное количество спирта в растворе.

Решение:

Пусть x г спирта было в растворе массой y г, тогда

$$\begin{cases} \frac{x+10}{y+10} \cdot 100 = 37,5 \\ \frac{x+15}{y+50} \cdot 100 = 32,5 \end{cases}; \begin{cases} x = 50 \\ y = 150 \end{cases}$$

Ответ: 50.

№11. Из сосуда, наполненного чистым глицерином, отлили 10 л глицерина, а взамен долили 10 л воды. После перемешивания снова отлили 10 л смеси и долили 10 л воды. В результате этих операций объем воды в сосуде оказался в 3 раза больше объема оставшегося в нем глицерина. Каков объем сосуда?

Решение:

	Всего (л)	Чистый глицерин (л)	Доля глицерина в р-ре	Вода (л)	Доля воды в р-ре
Было	x	x	1	—	
Отлили 1-ый раз	-10	-10	1	—	
Долили 1-ый раз	+10			+10	
Стало раствора	x	$x-10$	$\frac{x-10}{x}$	10	$\frac{10}{x}$
Отлили 2-й раз	-10	$\frac{x-10}{x} \cdot (x-10)$			
Долили 2-й раз	+10			+10	
Стало	x	$\frac{x-10}{x} \cdot (x-10)$		$\frac{10}{x}(x-10) + 10$	

Т. Составим уравнение $\frac{3(x-10)^2}{x} = \frac{10}{x}(x-10) + 10$.

$$3x^2 - 80x + 400 = 0$$

$$x_1 = 20 \quad x_2 = \frac{20}{3}$$

Ответ: 20.

№12. Имеются три сплава. Первый сплав содержит 60% стали и 40% титана, второй - 80% стали, 10% титана и 10% никеля, третий - 40% стали, 40% титана и 20% никеля. Сплавив их, получили сплав, содержащий 5% никеля. Какое наибольшее и наименьшее процентное содержание титана может быть в этом сплаве?

Решение:

Пусть x , y , z — массы первого, второго и третьего сплавов соответственно; p — процентное содержание свинца в «новом» сплаве. Тогда, первый сплав содержит $0,6x$ стали и $0,4x$ титана; второй - $0,8y$ стали, $0,1y$ титана и $0,1y$ никеля; третий - $0,4z$ стали, $0,4z$ титана и $0,2z$ никеля.

«Новый» сплав массой $(x + y + z)$ будет содержать $(0,1y + 0,2z)$ никеля. Из условия следует $0,1y + 0,2z = 0,05(x + y + z)$, $y = x - 3z$. Т.к. $x, y, z \geq 0$, то $x \geq 3z$.

Титана в «новом» сплаве содержится $(0,4x + 0,1y + 0,4z)$ или после исключения y из этого выражения, получим $(0,5x + 0,1z)$.

Следовательно, процентное содержание титана в «новом» сплаве равно

$$p = \frac{0,4x + 0,1y + 0,4z}{x + y + z} \cdot 100\% = \frac{0,5x + 0,1z}{2x - 2z} \cdot 100\% = 25\% + 30\% \cdot \frac{z}{x - z}$$

Т.к. x и z принимают только неотрицательные значения, то очевидно, что множитель $\frac{z}{x - z}$ принимает наименьшее значение, равное 0, при $z = 0$. Следовательно, наименьшее значение p равно 25%.

Наибольшее значение, равное $\frac{1}{2}$ этот множитель принимает при $x = 3z$ и наибольшее значение p равно 40%.

Ответ: 25%, 40%.

✓ ПРОЦЕНТЫ. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ПОНЯТИЯ

1. То с чем сравниваем, берем за 100%.

2. Число b составляет $p\%$ от a : $b = a \cdot \frac{p}{100}$

3. Число a увеличивается на $p\%$ n раз: $a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

4. Число a уменьшается на $p\%$ n раз: $a \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$

5. Число a увеличивается сначала на $p_1\%$, а затем на $p_2\%$: $a \cdot \left(1 + \frac{p_1}{100}\right) \left(1 + \frac{p_2}{100}\right)$

6. Число a уменьшается сначала на $p_1\%$, а затем на $p_2\%$: $a \cdot \left(1 - \frac{p_1}{100}\right) \left(1 - \frac{p_2}{100}\right)$

7. Число a увеличивается сначала на $p_1\%$, а затем уменьшается на $p_2\%$: $a \cdot \left(1 + \frac{p_1}{100}\right) \left(1 - \frac{p_2}{100}\right)$

8. На сколько процентов b больше, чем a ($b > a$): $\frac{b-a}{a} \cdot 100\%$
(от большего отнимаем меньшее и в знаменатель ставим то, с чем сравниваем)

9. На сколько процентов a меньше, чем b ($a < b$): $\frac{b-a}{b} \cdot 100\%$
(от большего отнимаем меньшее и в знаменатель ставим то, с чем сравниваем)

10. Концентрация по массе c_m - процентное отношение массы компонента m_k к общей массе смеси

$$m_o : c_m = \frac{m_k}{m_o} \cdot 100\%$$