Проценты. Экономические задачи

Содержание сборника

1. Подготовка к экономическим задачам

- Примеры..... 2
- Решение (примеры)..... 3
- Тест..... 5
- Ответы и решение (тест)..... 6

2. Экономические задачи. ЕГЭ Профиль Задание 10

- Примеры..... 8
- Решение (примеры)..... 9
- Тест..... 13
- Ответы и решение (тест)..... 14

Справочный материал 17

1. Подготовка к экономическим задачам

- ***Примеры***

№1. Цена некоторого товара была сначала повышена на 10%, затем еще на 120 руб., и, наконец, еще на 5%. Какова была первоначальная цена товара, если в результате повышение составило 31,25% ?

№2. Зарплату повысили на p%. Затем новую зарплату повысили на 2p%. В результате двух повышений зарплата увеличилась в 1,32 раза. На сколько процентов зарплата была повышена во второй раз?

№3. После двух повышений зарплата увеличилась в 1,43 раза. При этом число процентов, на которое повысилась зарплата во второй раз, было в 3 раза больше, чем в первый раз. На сколько процентов повысилась зарплата во второй раз?

№4. В результате колебания цен на рынке, цена пакета акций сначала понизилась на некоторое число процентов, затем поднялась на 20%, а затем снова снизилась, причем второе снижение цены было на 5% меньше первого. В итоге начальная цена пакета акций снизилась на 28%. На сколько процентов понизилась цена пакета акций во второй раз?

№5. Для определения оптимального режима снижения цен социологи предложили фирме с 1 января снижать цену на один и тот же товар в двух магазинах двумя способами. В одном магазине – в начале каждого месяца (начиная с февраля) на 10%, в другом – через каждые два месяца, в начале третьего (начиная с марта) на одно и то же число процентов, причем такое, чтобы через полгода (1 июля) цены снова стали одинаковыми. На сколько процентов надо снижать цену товара через каждые два месяца во втором магазине?

▪ *Решение (примеры)* 1. Подготовка к экономическим задачам

№1. Цена некоторого товара была сначала повышена на 10%, затем еще на 120 руб., и, наконец, еще на 5%. Какова была первоначальная цена товара, если в результате повышение составило 31,25% ?

Решение:

x руб. – первоначальная цена; $1{,}1x$ – после 1ого повышения.

$1{,}1x+120$ – после 2ого повышения.

$$(1{,}1x+120)\cdot 1{,}05=1{,}3125x$$

$$x=800$$

Ответ: 800.

№2. Зарплату повысили на p%. Затем новую зарплату повысили на 2p%. В результате двух повышений зарплата увеличилась в 1,32 раза. На сколько процентов зарплата была повышена во второй раз?

Решение:

x руб.- была зарплата

$$x\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1+\frac{2p}{100}\right)=1{,}32x$$

$$\frac{100+p}{100}\cdot\frac{100+2p}{100}=1{,}32$$

$$(100+p)(100+2p)=13200$$

$$10000+200p+100p+2p^2-13200=0$$

$$2p^2+300p-3200=0$$

$$p^2+150p-1600=0$$

$$p_1=-160,\quad p_2=10$$

$$2p=20\%$$

Ответ: 20%.

№3. После двух повышений зарплата увеличилась в 1,43 раза. При этом число процентов, на которое повысилась зарплата во второй раз, было в 3 раза больше, чем в первый раз. На сколько процентов повысилась зарплата во второй раз?

Решение:

Пусть p – число процентов, а x – зарплата.

$$x\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1+\frac{3p}{100}\right)=1{,}43x$$

$$\frac{100+p}{100}\cdot\frac{100+3p}{100}=14300$$

$$10000+400p+3p^2-14300=0$$

$$3p^2+400p-4300=0$$

$$\frac{D}{4}=40000+4300\cdot 3=52900=230^2$$

$$p=\frac{-200\pm 230}{3}=10,\quad (p>0)$$

$$3p=30$$

Ответ: 30.

№4. В результате колебания цен на рынке, цена пакета акций сначала понизилась на некоторое число процентов, затем поднялась на 20%, а затем снова снизилась, причем второе снижение цены было на 5% меньше первого. В итоге начальная цена пакета акций снизилась на 28%. На сколько процентов понизилась цена пакета акций во второй раз?

Решение:
Пусть $p-$ число процентов, а $x-$ цена пакета акций.

$$x\left(1-\frac{p}{100}\right)\left(1+\frac{20}{100}\right)\left(1-\frac{p-5}{100}\right)=(1-0,28)\,x$$

$$\frac{100-p}{100}\cdot\frac{120}{100}\cdot\frac{100-p+5}{100}=0,72$$

$$(100-p)(105-p)=6000$$

$$10500-205p+p^2-6000=0$$

$$p^2-205p+4500=0,\quad \sqrt{D}=155$$

$$p=\frac{205\pm155}{2}=25,\quad p>0,\quad 25-5=20$$

Ответ: 20.

№5. Для определения оптимального режима снижения цен социологи предложили фирме с 1 января снижать цену на один и тот же товар в двух магазинах двумя способами. В одном магазине - в начале каждого месяца (начиная с февраля) на 10%, в другом - через каждые два месяца, в начале третьего (начиная с марта) на одно и то же число процентов, причем такое, чтобы через полгода (1 июля) цены снова стали одинаковыми. На сколько процентов надо снижать цену товара через каждые два месяца во втором магазине?

Решение:
Пусть $p-$ число процентов, в одном магазине снижали цену 6 раз, а в другом - 3 раза.

$$\left(1-\frac{10}{100}\right)^6=\left(1-\frac{p}{100}\right)^3$$

$$0,9^2=\frac{1-p}{100},\quad p=19$$

Ответ: 19.

▪ *Тест* 1. Подготовка к экономическим задачам

№1. За первый год предприятие увеличило выпуск продукции на 8%. В следующем году выпуск увеличился на 25%. На сколько процентов вырос выпуск продукции по сравнению с первоначальным?

№2. В течении года завод дважды увеличивал выпуск продукции на одно и то же число процентов. Найдите это число, если известно, что в начале года завод ежемесячно выпускал 600 изделий, а в конце года - 726 изделий.

№3. Цена товара после двух последовательных понижений цен на один и тот же процент уменьшилась со 125 руб. до 80 руб. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз?

№4. Приобретая пакет акций, банк рассчитывал получить после их продажи некоторый процент прибыли. Однако, т.к. при установленной банком цене покупателей не нашлось, банк снизил цену на 10%, и поэтому прибыль, полученная банком, составила 17%. Какой процент прибыли рассчитывал получить банк?

№5. В соответствии с договором фирма с целью компенсации потерь от инфляции была обязана в начале каждого квартала повышать сотруднику зарплату на 2%. Однако в связи с финансовыми затруднениями она смогла повышать ему зарплату только раз в полгода (в начале следующего полугодия). На сколько процентов фирма должна повышать зарплату каждые полгода, чтобы 1 января следующего года зарплата сотрудника была равна той зарплате, которую он получил бы при режиме повышении, предусмотренной договором?

▪ *Ответы (тест)* 1. Подготовка к экономическим задачам

№1	№2	№3	№4	№5
35	*10*	20	30	4,04

▪ *Решение (тест)* 1. Подготовка к экономическим задачам

№1. За первый год предприятие увеличило выпуск продукции на 8%. В следующем году выпуск увеличился на 25%. На сколько процентов вырос выпуск продукции по сравнению с первоначальным?

Решение:

$$\text{Было } x \text{ ед. продукции} \to 1{,}08x \ (\text{через год})$$

$$1{,}08x \cdot 1{,}25 = 1{,}35x - \text{ стало еще через год}$$

$$135\% - 100\% = 35\%$$

Ответ: 35%.

№2. В течении года завод дважды увеличивал выпуск продукции на одно и то же число процентов. Найдите это число, если известно, что в начале года завод ежемесячно выпускал 600 изделий, а в конце года - 726 изделий.

Решение:

Пусть $p -$ число процентов.

$$600\left(1+\frac{p}{100}\right)^2 = 726; \quad \left(1+\frac{p}{100}\right)^2 = 1{,}21; \quad 1+\frac{p}{100} = 1{,}1; \quad \frac{p}{100} = 0{,}1; \quad p = 10$$

Ответ: 10.

№3. Цена товара после двух последовательных понижений цен на один и тот же процент уменьшилась со 125 руб. до 80 руб. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз?

Решение:

Пусть $p -$ число процентов.

$$125\left(1-\frac{p}{100}\right)^2 = 80; \quad \left(1-\frac{p}{100}\right)^2 = 0{,}64; \quad 1-\frac{p}{100} = 0{,}8; \quad 0{,}2 = \frac{p}{100}; \quad p = 20$$

Ответ: 20.

№4. Приобретая пакет акций, банк рассчитывал получить после их продажи некоторый процент прибыли. Однако, т.к. при установленной банком цене покупателей не нашлось, банк снизил цену на 10%, и поэтому прибыль, полученная банком, составила 17%. Какой процент прибыли рассчитывал получить банк?

Решение:

$$x - \text{цена пакета акций}$$

$$xy - \text{ сумма после предполагаемой продажи}$$

$$0{,}9xy - \text{ цена после снижения}$$

$$x \cdot 1{,}17 = 0{,}9xy, \quad y = 1{,}3 = 130\%$$

$$1{,}3x - x = 0{,}3x \to 30\%$$

Ответ: 30.

№5. **В соответствии с договором фирма с целью компенсации потерь от инфляции была обязана в начале каждого квартала повышать сотруднику зарплату на 2%. Однако в связи с финансовыми затруднениями она смогла повышать ему зарплату только раз в полгода (в начале следующего полугодия). На сколько процентов фирма должна повышать зарплату каждые полгода, чтобы 1 января следующего года зарплата сотрудника была равна той зарплате, которую он получил бы при режиме повышении, предусмотренной договором?**

Решение:

$$\left(1+\frac{2}{100}\right)^4=\left(1+\frac{p}{100}\right)^2$$

$$\left(\frac{51}{50}\right)^2=1+\frac{p}{100}$$

$$\left(\frac{51}{50}-1\right)\left(\frac{51}{50}+1\right)=\frac{p}{100}$$

$$\frac{1}{50}\cdot\frac{101}{50}=\frac{p}{100},\quad \frac{202}{50}=p,\quad \frac{404}{100}=p,\quad p=4,04$$

Ответ: 4,04.

2. Экономические задачи. ЕГЭ Профиль Задание 10

- ***Примеры***

№1. В 2008 году в городском квартале проживало 60000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 2%, а в 2010 году — на 3% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

№2. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 19800 рублей, через два года был продан за 16038 рублей.

№3. В среду акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в четверг подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 64% дешевле, чем при открытии торгов в среду. На сколько процентов подорожали акции компании в среду?

№4. Восемь одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов двенадцать таких же рубашек дороже куртки?

№5. Семья состоит из двух человек: муж и жена. Если бы зарплата жены увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 45%. На сколько процентов вырос бы общий доход семьи, если бы вдвое увеличилась зарплата мужа?

№6. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 201%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

№7. Дима, Андрей, Гриша и Коля учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Дима внес 26% уставного капитала, Андрей — 55000 рублей, Гриша — 0,16 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Коля. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Коле? Ответ дайте в рублях.

№8. Бизнесмен Оладьев получил в 2000 году прибыль в размере 1100000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 7% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Оладьев за 2002 год?

№9. Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 3000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 100% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2004 году, имея капитал в размере 4500 долларов, и, начиная с 2005 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 300% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2008 года, если прибыль из оборота не изымалась?

№10. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 2000 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Ещё ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 105 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

№1. В 2008 году в городском квартале проживало 60000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 2%, а в 2010 году — на 3% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Решение:

Было	Увеличилось	Стало	Увеличилось	Стало
60000	↗ 1-ый раз на 2%	$60000\cdot 1{,}02$	↗ 2-ой раз на 3%	$(60000\cdot 1{,}02)\cdot 1{,}03$

Воспользуемся формулой сложных процентов (5).

$$60000\cdot\left(1+\frac{2}{100}\right)\cdot\left(1+\frac{3}{100}\right)=60000\cdot\frac{102}{100}\cdot\frac{103}{100}=6\cdot(100+2)\cdot(100+3)=$$

$$=6\cdot(10000+500+6)=60000+3000+36=63036$$

Ответ: 63036.

№2. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 19800 рублей, через два года был продан за 16038 рублей.

Решение:

Было	Уменьшилось	Стало	Уменьшилось	Стало
19800	↘ 1-ый раз на *p*%	$19800\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)$	↘ 2-ой раз на *p* %	$\left(19800\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)\right)\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)$

Воспользуемся формулой сложных процентов (4).
Пусть p - число процентов, на которое уменьшается цена холодильника.

$$19800\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)^2=16038,\quad \left(1-\frac{p}{100}\right)^2=\frac{81}{100},\quad 1-\frac{p}{100}=\frac{9}{10},\quad 100-p=90,\quad p=10\,.$$

Ответ: 10.

№3. В среду акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в четверг подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 64% дешевле, чем при открытии торгов в среду. На сколько процентов подорожали акции компании в среду?

Решение:

Было	Увеличилось	Стало	Уменьшилось	Стало
x	↗ 1-ый раз на *p*%	$x\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)$	↘ 2-ой раз на p %	$\left(x\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)\right)\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)=$ $=x\cdot\left(1-\frac{64}{100}\right)$

Воспользуемся формулой сложных процентов (7).
Пусть цена акции - x, а число процентов - p $(p>0)$, тогда

$$x\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{p}{100}\right)=x\left(1-\frac{64}{100}\right),\quad 1-\frac{p^2}{100^2}=1-\frac{64}{100},\quad \frac{p^2}{100^2}=\frac{64}{100},\quad p^2=6400,\quad p=80$$

Ответ: 80.

№4. Восемь одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов двенадцать таких же рубашек дороже куртки?

Решение:

Пусть стоимость куртки x рублей. Тогда восемь рубашек стоят $0,98x$ руб., двенадцать таких же рубашек - $0,98x:8\cdot 12=1,47x$. Это на 47% больше, чем x руб. Значит, двенадцать рубашек дороже куртки на 47%.

Ответ: 47.

№5. Семья состоит из двух человек: муж и жена. Если бы зарплата жены увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 45%. На сколько процентов вырос бы общий доход семьи, если бы вдвое увеличилась зарплата мужа?

Решение:

	Зарплата мужа		Зарплата жены		Доход семьи
Было	x	+	y	=	$x+y$
1) Стало	x	+	$2y$	=	$1,45(x+y)$
2) Стало	$2x$	+	y	=	$p(x+y)$

1) $x+2y=1,45(x+y)$, $\quad y=\frac{9}{11}x$.

2) $\begin{cases} 2x+y=p(x+y) \\ y=\frac{9}{11}x \end{cases}$, $\quad 2x+\frac{9}{11}x=p(x+\frac{9}{11}x)$, $\quad p=1,55$.

Замечание: Если у вас число уравнений оказалось меньше числа неизвестных и при этом вы использовали все условия задачи, не мучьте себя в поисках дополнительного уравнения, а внимательно прочтите, *что нужно найти*.

3) 1,55 · 100%=155%, 155%-100%=55%.

Ответ: 55.

№6. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 201%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Решение:

	Муж		Жена		Дочь		Доход семьи
Было	x	$+$	y	$+$	z	$=$	d
1) Стало	$4x$	$+$	y	$+$	z	$=$	$3,01d$
2) Стало	x	$+$	y	$+$	$\frac{z}{2}$	$=$	$0,96d$

$$\begin{cases} 4x+y+z=3,01d \\ x+y+\frac{z}{2}=0,96d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+\underbrace{x+y+z}_{d}=3,01d \\ \underbrace{x+y+z}_{d}-\frac{z}{2}=0,96d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+d=3,01d \\ d-\frac{z}{2}=0,96d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0,67d \\ z=0,08d \end{cases}$$

Зарплата мужа составляет *67%* дохода семьи, стипендия дочери составляет *8%* дохода семьи, поэтому зарплата матери от общего дохода семьи *100%-67%-8%=25%*.

Ответ: 25.

№7. Дима, Андрей, Гриша и Коля учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Дима внес 26% уставного капитала, Андрей — 55000 рублей, Гриша — 0,16 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Коля. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Коле? Ответ дайте в рублях.

Решение:

1) $\frac{55000}{200000}\cdot 100 = 27,5\%$ уставного капитала внес Андрей;

2) $0,16\cdot 100 = 16\%$ уставного капитала внес Гриша;

3) $100\% - 26\% - 27,5\% - 16\% = 30,5\%$ уставного капитала внес Коля;

4) $1000000\cdot\frac{30,5}{100} = 305000$ от прибыли 1000000 рублей причитается Коле.

Ответ: 305 000.

№8. Бизнесмен Оладьев получил в 2000 году прибыль в размере 1100000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 7% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Оладьев за 2002 год?

Решение:

2000 г. прибыль 1100000 руб.

2001 г. - $1100000\cdot\left(1+\frac{7}{100}\right) = 1177000$ руб.

2002 г. - $1177000\cdot\left(1+\frac{7}{100}\right) = 1259390$ руб.

Ответ: 1259390.

№9. Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 3000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 100% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2004 году, имея капитал в размере 4500 долларов, и, начиная с 2005 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 300% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2008 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Решение:

	"Альфа"	*"Бета"*
2001	3000	-
2002	$3000\cdot\left(1+\frac{100}{100}\right) = 3000\cdot 2 = 6000$	-
2003	$6000\cdot 2 = 12000$	-
2004	$12000\cdot 2 = 24000$	4500
2005	$24000\cdot 2 = 48000$	$4500\cdot\left(1+\frac{300}{100}\right) = 4500\cdot 4 = 18000$
2006	$48000\cdot 2 = 96000$	$18000\cdot 4 = 72000$
2007	$96000\cdot 2 = 192000$	$72000\cdot 4 = 288000$
2008	$192000\cdot 2 = 384000$	$288000\cdot 4 = 1152000$
$1152000 - 384000 = 768000$		

$3000\cdot 2^7$ - капитал компании «Альфа» на конец 2008 г.

$4500\cdot 4^4 = 4500\cdot 2^8$ - капитал компании «Бета» на конец 2008 г.

$4500\cdot 2^8 - 3000\cdot 2^7 = 2^7\cdot 100\cdot(45\cdot 2 - 30) = 12800\cdot 60 = 768000$.

Ответ: 768000.

№10. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 2000 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Ещё ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 105 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

Решение:

Пусть $p-$ годовая процентная ставка банка.

Вклад клиента А. после двух лет: $2000\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)^2$.

Вклад клиента Б. после одного года: $2000\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)$.

Известно, что клиент А. получил на 105 рублей больше клиента Б., тогда составим уравнение:

$2000\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)^2-2000\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)=105$. Введем замену $t=1+\frac{p}{100}$, тогда уравнение примет вид

$$2000t^2-2000t-105=0$$

$$400t^2-400t-21=0 \qquad D/4=200^2+400\cdot 21=48400=220^2$$

$$t=\frac{200\pm 220}{400},\quad t>0,\quad t=1{,}05$$

$$1+\frac{p}{100}=1+\frac{5}{100},\quad p=5$$

Ответ: 5.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

▪ *Тест* 2. Экономические задачи. ЕГЭ Профиль Задание 10

№1 В 2008 году в городском квартале проживало 20000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 10%, а в 2010 году — на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

№2 Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20800 рублей, через два года был продан за 18772 рублей.

№3 В среду акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в четверг подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в среду. На сколько процентов подорожали акции компании в среду?

№4 Десять одинаковых рубашек дешевле куртки на 10%. На сколько процентов двенадцать таких же рубашек дороже куртки?

№5 Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 189%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 3%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

№6 Дима, Артем, Гриша и Вова учредили компанию с уставным капиталом 150000 рублей. Дима внес 17% уставного капитала, Артем — 50000 рублей, Гриша — 0,24 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Вова. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 900000 рублей причитается Вове? Ответ дайте в рублях.

№7 Бизнесмен Оладьев получил в 2000 году прибыль в размере 1200000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 19% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Оладьев за 2002 год?

№8 Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 3500 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 100% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2004 году, имея капитал в размере 5000 долларов, и, начиная с 2005 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 200% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2007 года, если прибыль из оборота не изымалась?

№9 Клиент А. сделал вклад в банке в размере 9100 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Ещё ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 1001 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

▪ *Ответы (тест)* 2. Экономические задачи. ЕГЭ Профиль Задание 10

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9
23980	***5***	***20***	***8***	***31***	***231000***	***1699320***	***89000***	***10***

▪ *Решение (тест)* 2. Экономические задачи. ЕГЭ Профиль Задание 10

№1 **В 2008 году в городском квартале проживало 20000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 10%, а в 2010 году — на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?**

Было	Увеличилось	Стало	Увеличилось	Стало
20000	↗ 1-ый раз на 10%	$20000\cdot 1{,}1$	↗ 2-ой раз на 9%	$(20000\cdot 1{,}1)\cdot 1{,}09$

Воспользуемся формулой сложных процентов (5).

$$20000\cdot\left(1+\frac{10}{100}\right)\cdot\left(1+\frac{9}{100}\right)=20000\cdot\frac{110}{100}\cdot\frac{109}{100}=2\cdot(100+10)\cdot(100+9)=$$

$$=6\cdot(10000+900+1000+90)=11990\cdot 2=23980$$

Ответ: 23980.

№2 **Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20800 рублей, через два года был продан за 18772 рублей.**

Было	Уменьшилось	Стало	Уменьшилось	Стало
20800	↘ 1-ый раз на *p*%	$20800\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)$	↘ 2-ой раз на *p* %	$\left(20800\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)\right)\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)$

Воспользуемся формулой сложных процентов (4).
Пусть p - число процентов, на которое уменьшается цена холодильника.

$$20800\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)^2=18772,\quad \left(1-\frac{p}{100}\right)^2=\frac{361}{400},\quad 1-\frac{p}{100}=\frac{19}{20},\quad 100-p=95,\quad p=5$$

Ответ: 5.

№3 **В среду акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в четверг подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в среду. На сколько процентов подорожали акции компании в среду?**

Было	Увеличилось	Стало	Уменьшилось	Стало
x	↗ 1-ый раз на *p*%	$x\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)$	↘ 2-ой раз на p %	$\left(x\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)\right)\cdot\left(1-\frac{p}{100}\right)=$ $=x\cdot\left(1-\frac{4}{100}\right)$

Воспользуемся формулой сложных процентов (7).

Пусть цена акции - x, а число процентов - p $(p>0)$, тогда

$$x\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{p}{100}\right)=x\left(1-\frac{4}{100}\right),\quad 1-\frac{p^2}{100^2}=1-\frac{4}{100},\quad \frac{p^2}{100^2}=\frac{4}{100},\quad p^2=400,\quad p=20$$

Ответ: 20.

№4 **Десять одинаковых рубашек дешевле куртки на 10%. На сколько процентов двенадцать таких же рубашек дороже куртки?**

Решение:
Пусть стоимость куртки x рублей. Тогда десять рубашек стоят $0,9x$ руб., двенадцать таких же рубашек - $0,9x:10\cdot 12=1,08x$. Это на 8% больше, чем x руб. Значит, двенадцать рубашек дороже куртки на 8%.

Ответ: 8.

№5 **Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 189%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 3%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?**

Решение:

	Муж		Жена		Дочь		Доход семьи
Было	x	$+$	y	$+$	z	$=$	d
1) Стало	$4x$	$+$	y	$+$	z	$=$	$2,89d$
2) Стало	x	$+$	y	$+$	$\frac{z}{2}$	$=$	$0,97d$

$$\begin{cases}4x+y+z=2,89d\\ x+y+\frac{z}{2}=0,97d\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+\underbrace{x+y+z}_{d}=2,89d\\ \underbrace{x+y+z}_{d}-\frac{z}{2}=0,97d\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+d=2,89d\\ d-\frac{z}{2}=0,97d\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0,63d\\ z=0,06d\end{cases}$$

Зарплата мужа составляет *63%* дохода семьи, стипендия дочери составляет *6%* дохода семьи, поэтому зарплата матери от общего дохода семьи *100%-63%-6%=31%*.

Ответ: 31.

№6 **Дима, Артем, Гриша и Вова учредили компанию с уставным капиталом 150000 рублей. Дима внес 17% уставного капитала, Артем — 50000 рублей, Гриша — 0,24 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Вова. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 900000 рублей причитается Вове? Ответ дайте в рублях.**

Решение:

1) $\frac{50000}{150000}\cdot 100=\frac{100}{3}\%$ уставного капитала внес Артем;

2) $0,24\cdot 100=24\%$ уставного капитала внес Гриша;

3) $100\%-17\%-\frac{100}{3}\%-24\%=\frac{77}{3}\%$ уставного капитала внес Вова;

4) $900000\cdot\frac{77}{3}:100=231000$ от прибыли 900000 рублей причитается Вове. ***Ответ: 231000.***

№7 **Бизнесмен Оладьев получил в 2000 году прибыль в размере 1200000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 19% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Оладьев за 2002 год?**

Решение: 2000 г. прибыль 1200000 руб.

2001 г. и 2002 г. - $1200000\cdot\left(1+\frac{19}{100}\right)^2=1699320$ руб. ***Ответ: 1699320.***

№8 **Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 3500 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 100% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2004 году, имея капитал в размере 5000 долларов, и, начиная с 2005 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 200% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2007 года, если прибыль из оборота не изымалась?**

Решение:

	"Альфа"	*"Бета"*
2001	3500	-
2002	$3500\cdot\left(1+\frac{100}{100}\right)=3500\cdot 2=7000$	-
2003	$7000\cdot 2=14000$	-
2004	$14000\cdot 2=28000$	5000
2005	$28000\cdot 2=56000$	$5000\cdot\left(1+\frac{200}{100}\right)=5000\cdot 3=15000$
2006	$56000\cdot 2=112000$	$15000\cdot 3=45000$
2007	$112000\cdot 2=224000$	$45000\cdot 3=135000$
$224000-135000=89000$		

Ответ: 89000.

№9 **Клиент А. сделал вклад в банке в размере 9100 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Ещё ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 1001 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?**

Решение:

Пусть $p-$ годовая процентная ставка банка.

Вклад клиента А. после двух лет: $9100\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)^2$.

Вклад клиента Б. после одного года: $9100\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)$.

Известно, что клиент А. получил на 1001 рублей больше клиента Б., тогда составим уравнение:

$9100\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)^2-9100\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)=1001$. Введем замену $t=1+\frac{p}{100}$, тогда уравнение примет вид

$$9100t^2-9100t-1001=0$$

$$100t^2-100t-11=0 \qquad D/4=50^2+100\cdot 11=3600=60^2$$

$$t=\frac{50\pm 60}{100},\quad t>0,\quad t=1{,}1$$

$$1+\frac{p}{100}=1+\frac{10}{100},\quad p=10$$

Ответ: 10.

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

✓ ПРОЦЕНТЫ. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ПОНЯТИЯ

1. *То с чем сравниваем, берем за 100%.*

2. *Число* b *составляет* $p\%$ *от* a*:* $b = a \cdot \frac{p}{100}$

3. *Число* a *увеличивается на* $p\%$ n *раз:* $a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

4. *Число* a *уменьшается на* $p\%$ n *раз:* $a \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$

5. *Число* a *увеличивается сначала на* $p_1\%$*, а затем на* $p_2\%$*:* $a \cdot \left(1 + \frac{p_1}{100}\right)\left(1 + \frac{p_2}{100}\right)$

6. *Число* a *уменьшается сначала на* $p_1\%$*, а затем на* $p_2\%$*:* $a \cdot \left(1 - \frac{p_1}{100}\right)\left(1 - \frac{p_2}{100}\right)$

7. *Число* a *увеличивается сначала на* $p_1\%$*, а затем уменьшается на* $p_2\%$*:* $a \cdot \left(1 + \frac{p_1}{100}\right)\left(1 - \frac{p_2}{100}\right)$

8. *На сколько процентов* b *больше, чем* a $(b > a)$*:* $\frac{b-a}{a} \cdot 100\%$

   (от большего отнимаем меньшее и в знаменатель ставим то, с чем сравниваем)

9. *На сколько процентов* a *меньше, чем* b $(a < b)$*:* $\frac{b-a}{b} \cdot 100\%$

   (от большего отнимаем меньшее и в знаменатель ставим то, с чем сравниваем)