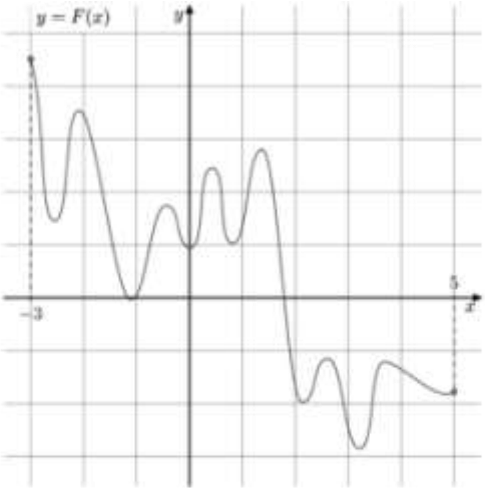
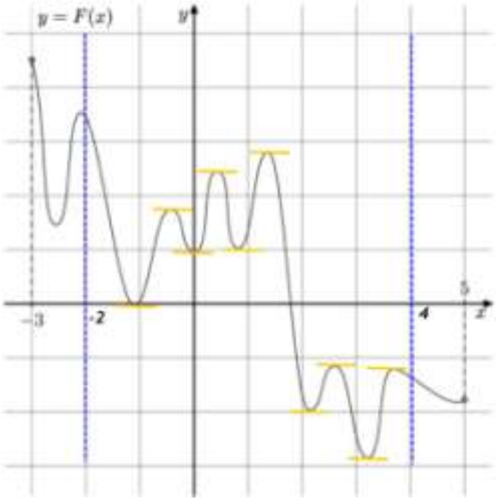
Первообразная и геометрический смысл определенного интеграла

№1. **На рисунке изображен график функции** $y = F(x)$ **– одной из первообразных функции** $f(x)$**. определенной на интервале** $(-3;5)$**. Найдите количество решений уравнения** $f(x)=0$ **на отрезке** $[-2;4]$**.**



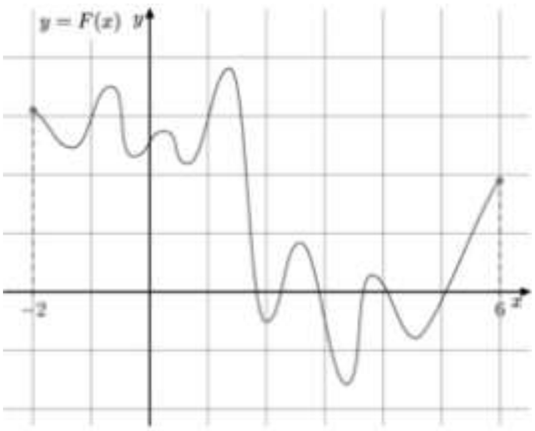


Решение:

Из определения первообразной функция $F(x)$ является первичным образом для функции $f(x)$, если $F'(x) = f(x)$. Поэтому решения уравнения $f(x)=0$ совпадают с решениями уравнения $F'(x)=0$. В свою очередь, исходя из геометрического смысла производной имеем, что угловой коэффициент касательной к графику функции $F(x)$ равен 0, т.е. касательная либо параллельна оси абсцисс, либо совпадает с ней: $k = F'(x) = 0$. На заданном отрезке $[-2;4]$ таких точек 10.

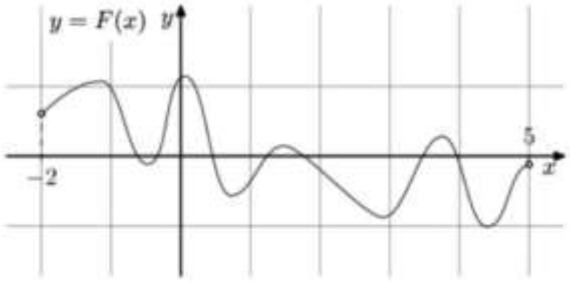
Ответ: 10.

№2. **На рисунке изображен график функции** $y = F(x)$ **– одной из первообразных функции** $f(x)$**. определенной на интервале** $(-2;6)$**. Найдите количество решений уравнения** $f(x)=0$ **на отрезке** $[-1;5]$**.**



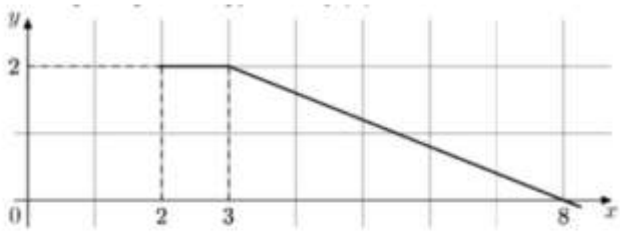
Ответ: 10.

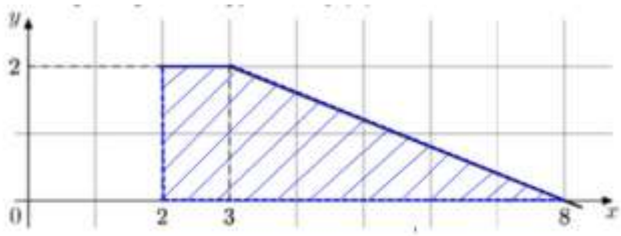
№3. **На рисунке изображен график функции** $y = F(x)$ **– одной из первообразных функции** $f(x)$**. определенной на интервале** $(-2;5)$**. Найдите количество решений уравнения** $f(x) = 0$ **на отрезке** $[-1;4]$**.**



Ответ: 6.

№4. **На рисунке изображен график функции** $y = f(x)$ **(два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком. вычислите** $F(8) - F(2)$**, где** $F(x)$ **– одна из первообразных функции** $f(x)$**.**



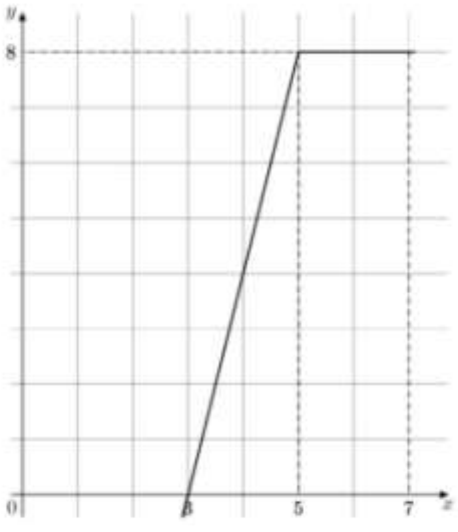


Решение:

Исходя из геометрического смысла определенного интеграла $S = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ (площадь криволинейной трапеции). Значит надо найти площадь трапеции $S = F(8) - F(2) = \frac{1+6}{2} \cdot 2 = 7$

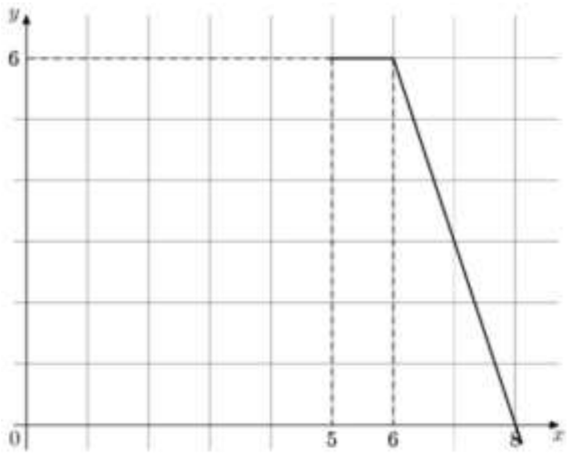
Ответ: 7.

№5. **На рисунке изображен график функции** $y = f(x)$ **(два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком. вычислите** $F(7) - F(3)$**, где** $F(x)$ **– одна из первообразных функции** $f(x)$**.**



Ответ: 24.

№6. **На рисунке изображен график функции** $y = f(x)$ **(два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком. вычислите** $F(8) - F(5)$**, где** $F(x)$ **– одна из первообразных функции** $f(x)$**.**



Ответ: 12.

№7. **На рисунке изображен график некоторой функции** $y = f(x)$**. Функция** $F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8}$ **- одна из первообразных функции** $f(x)$**. Найдите площадь закрашенной фигуры.**

Решение:
Исходя из геометрического смысла определенного интеграла $S = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ (площадь криволинейной трапеции).

$$S = \int_{-11}^{-9} f(x)dx = F(-9) - F(-11) =$$

$$= \left((-9)^3 + 30 \cdot (-9)^2 + 302 \cdot (-9) - \frac{15}{8} \right) - \left((-11)^3 + 30 \cdot (-11)^2 + 302 \cdot (-11) - \frac{15}{8} \right) =$$

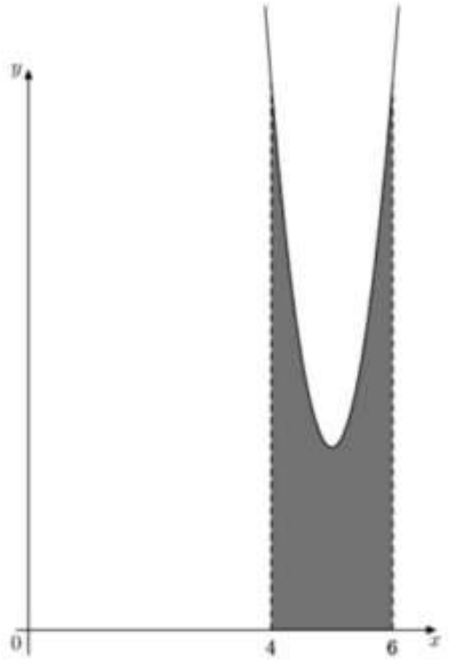
$$= -9^3 + 30 \cdot 9^2 - 302 \cdot 9 - \frac{15}{8} + 11^3 - 30 \cdot 11^2 + 302 \cdot 11 + \frac{15}{8} =$$

$$= 11^3 - 9^3 + 30 \cdot \left(9^2 - 11^2\right) + 302 \cdot 2 = (11-9)\left(11^2 + 11 \cdot 9 + 9^2\right) + 30 \cdot (9-11)(9+11) + 604 =$$

$$= 2 \cdot (121 + 99 + 81) - 600 \cdot 2 + 604 = 602 - 1200 + 604 = 1206 - 1200 = 6$$

Ответ: 6.

№8. **На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = 2x^3 - 30x^2 + 153x - \frac{20}{11}$ - одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.**



Ответ: 10.

№9. **На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = -x^3 - 27x^2 - 240x - 8$ - одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.**

Ответ: 4.