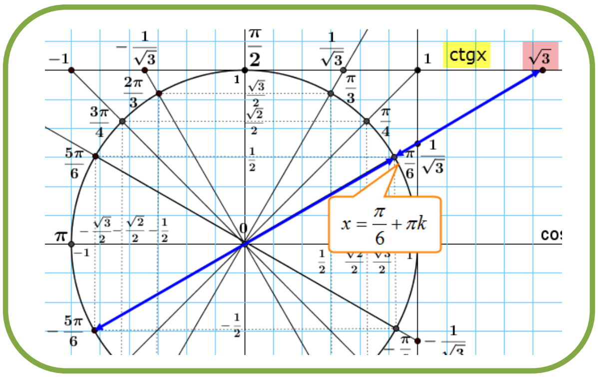


- Уравнения/Тригонометрические/ Простейшие уравнения
- **ЕГЭ Профиль/*Задание №6/*** Тригонометрические уравнения
- Алгебра 10 / Тригонометрические уравнения/Простейшие уравнения

Простейшие тригонометрические уравнения

1. Простейшие уравнения и их частные случаи
2. Отбор корней на заданном промежутке
3. ЕГЭ Профиль Задание №6. Отбор корней с условием

1. Простейшие тригонометрические уравнения и их частные случаи

▪ *Примеры*

Решить уравнения:

№1. $\sin x = \frac{1}{2}$	№2. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
№3. $\sin x = 0$	№4. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
№5. $\cos x = -\frac{1}{2}$	№6. $\cos x = -1$
№7. $tgx = 1$	№8. $ctgx = -\sqrt{3}$
№9. $tgx = 0$	

▪ ***Тест*** 1. Простейшие тригонометрические уравнения и их частные случаи

Вариант 1

Решите уравнения:

№1.	$\cos x = 1$	№2.	$\sin x = -1$
№3.	$ctgx = 0$	№4.	$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
№5.	$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	№6.	$tgx = -\sqrt{3}$
№7.	$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$	№8.	$tgx = \sqrt{3}$
№9.	$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	№10.	$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
№11.	$ctgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$		

Вариант 2

№1.	$\sin x = 1$	№2.	$\cos x = 0$
№3.	$tgx = -1$	№4.	$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
№5.	$ctgx = \sqrt{3}$	№6.	$tgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$
№7.	$\cos x = \frac{1}{2}$	№8.	$\sin x = -\frac{1}{2}$
№9.	$ctgx = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	№10.	$tgx = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
№11.	$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$		

▪ ***Ответы (тест)*** 1. Простейшие тригонометрические уравнения и их частные случаи

	№1	№2	№3	№4	№5	№6
Вар.1	$2\pi k$	$-\frac{\pi}{2}+2\pi k$	$\frac{\pi}{2}+\pi k$	$\frac{\pi}{4}+2\pi k;$ $\frac{3\pi}{4}+2\pi k$	$\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k$	$-\frac{\pi}{3}+\pi k$
	№7	**№8**	**№9**	**№10**	**№11**	
	$\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$	$\frac{\pi}{3}+\pi k$	$\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k$	$\frac{\pi}{3}+2\pi k$ $\frac{2\pi}{3}+2\pi k$	$\frac{\pi}{3}+\pi k$	
Вар.2	**№1**	**№2**	**№3**	**№4**	**№5**	**№6**
	$\frac{\pi}{2}+2\pi k$	$\frac{\pi}{2}+\pi k$	$-\frac{\pi}{4}+\pi k$	$-\frac{\pi}{4}+2\pi k$ $-\frac{3\pi}{4}+2\pi k$	$\frac{\pi}{6}+\pi k$	$\frac{\pi}{6}+\pi k$
	№7	**№8**	**№9**	**№10**	**№11**	
	$\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$	$-\frac{\pi}{6}+2\pi k;$ $-\frac{5\pi}{6}+2\pi k$	$-\frac{\pi}{3}+\pi k$	$-\frac{\pi}{6}+\pi k$	$\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$	

2. Отбор корней на заданном промежутке

- ***Примеры***

№1. Найдите корень уравнения $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ на промежутке $180^\circ < x < 270^\circ$.

№2. Найдите корень уравнения $1 + 2\sin\frac{2\pi x}{3} = 0$ на промежутке $1 < x < 2$.

№3. Найдите корень уравнения $ctg\left(\frac{\pi}{4}(x-1)\right) = -1$ на промежутке $1 < x < 7$.

▪ *Тест* 2. Отбор корней на заданном промежутке

Вариант 1

1. Найдите корень уравнения $\cos\frac{2x}{5}=0$ на промежутке $180^\circ < x < 270^\circ$.

---

2. Найдите корень уравнения $tg3x=-1$ на промежутке $0^\circ < x < 105^\circ$.

---

3. Найдите корень уравнения $1-2\sin\frac{4\pi x}{3}=0$ на промежутке $0<x<0{,}5$.

---

4. Найдите корень уравнения $\sin\left(\frac{\pi}{2}(x-3)\right)=1$ на промежутке $3<x<8$.

Вариант 2

1. Найдите корень уравнения $\sin\frac{3x}{2}=-1$ на промежутке $0^\circ < x < 270^\circ$.

---

2. Найдите корень уравнения $tg2x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ на промежутке $90^\circ < x < 180^\circ$.

---

3. Найдите корень уравнения $\sqrt{3}+2\cos\frac{\pi x}{15}=0$ на промежутке $12<x<17$.

---

4. Найдите корень уравнения $\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-2)\right)=0$ на промежутке $3<x<7$.

- ***Ответы (тест)*** 2. Отбор корней на заданном промежутке

	№1	№2	№3	№4
Вар.1	***225***	***45***	***0,125***	***4***
Вар.2	***180***	***105***	***12,5***	***5***

3. ЕГЭ Профиль Задание №6. Отбор корней с условием

- ***Примеры***

№1. Найдите корень уравнения $\cos\frac{\pi(4x-7)}{3}=\frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

№2. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(x-3)}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

№3. Найдите корень уравнения $tg\frac{\pi(8x+9)}{3}=-\sqrt{3}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

▪ *Тест* 3. ЕГЭ Профиль Задание №6. Отбор корней с условием

Вариант 1

1. Найдите корень уравнения $\cos\frac{\pi(x+7)}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

---

2. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(x-1)}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

---

3. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(x-4)}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

---

4. Найдите корень уравнения $tg\frac{\pi(x-1)}{4}=-1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Вариант 2

1. Найдите корень уравнения $\cos\frac{\pi(2x-2)}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

---

2. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(2x-3)}{6}=-0{,}5$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

---

3. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(x-8)}{4}=1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

---

4. Найдите корень уравнения $tg\frac{\pi(x+4)}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Вариант 3

1. Найдите корень уравнения $\cos\frac{\pi(4x+5)}{3}=\frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

---

2. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(4x-3)}{4}=1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

---

3. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(x+4)}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

---

4. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(2x+1)}{6}=0{,}5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

---

5. Найдите корень уравнения $tg\frac{\pi(2x+1)}{4}=1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Вариант 4

1. Найдите корень уравнения $\cos\frac{\pi(8x-7)}{3}=\frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

---

2. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(2x+1)}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

---

3. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(8x-9)}{4}=-1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

---

4. Найдите корень уравнения $tg\frac{\pi(2x+1)}{6}=\sqrt{3}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

---

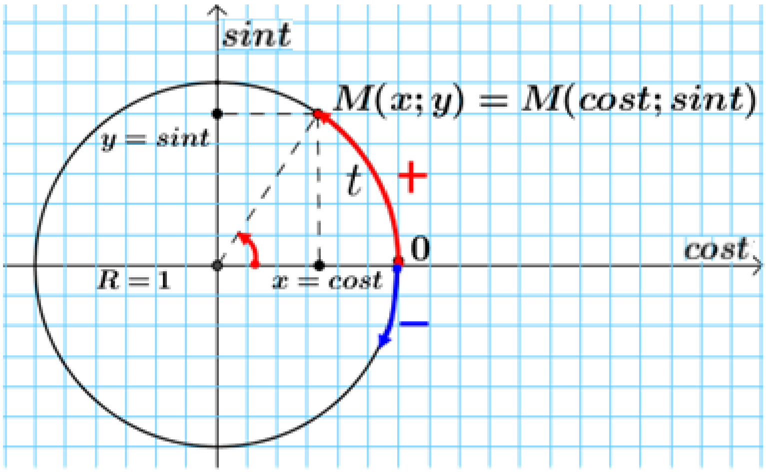
5. Найдите корень уравнения $tg\frac{\pi(x+8)}{6}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

▪ *Ответы (тест)* 3. ЕГЭ Профиль Задание №6. Отбор корней с условием

	№1	№2	№3	№4	№5
Вар.1	-6	2	-5	4	
Вар.2	-4,5	-1	2	3	
Вар.3	-1	-0,75	1	2	-2
Вар.4	-0,5	-3	0,875	-2,5	-3

Справочные материалы

✓ *Для успешного решения простейших тригонометрических уравнений и их частных случаев воспользуемся тригонометрическим кругом. Его можно назвать «спасательным» кругом, т.к. он не даст вам утонуть в тригонометрическом океане понятий, значений, формул и т.д.*



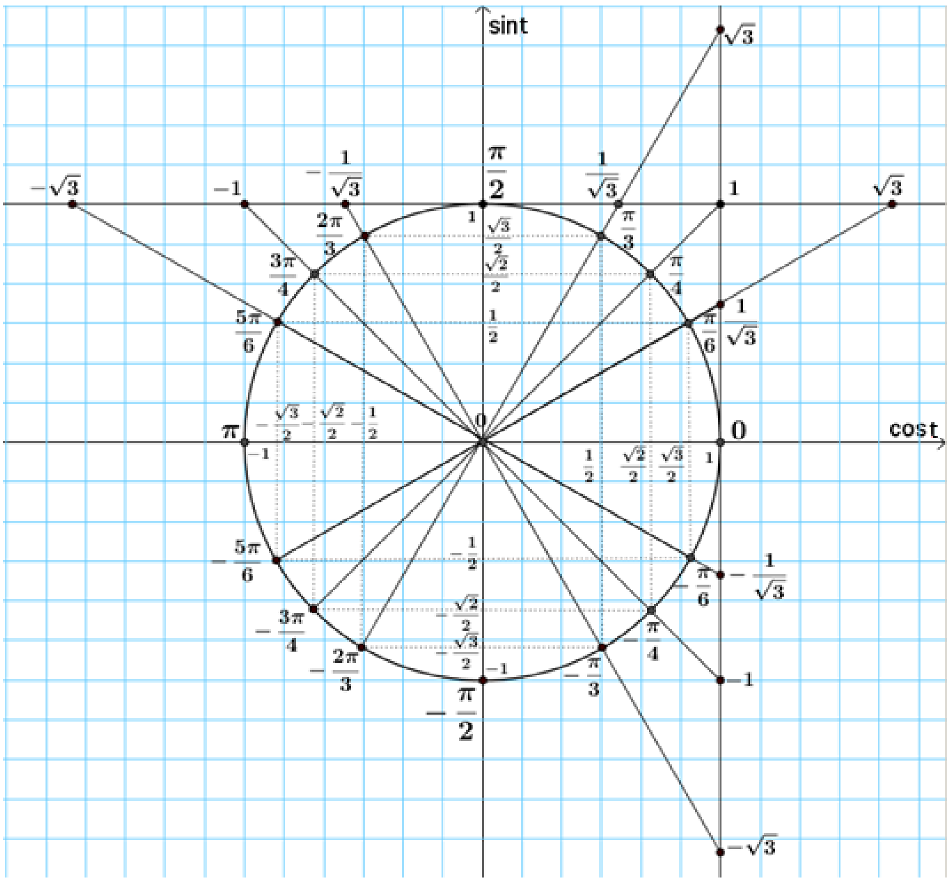
Пусть точка $M\left(x;y\right)$ *принадлежит единичной окружности, тогда*

$M\left(x;y\right)=M\left(\cos t;\sin t\right)$, *где* $t-$ *путь, пройденный по окружности от начала отсчета.*

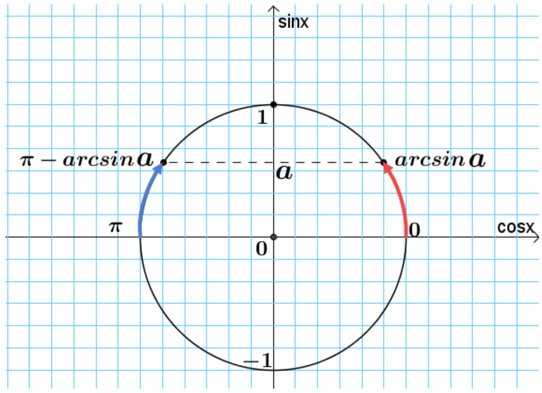
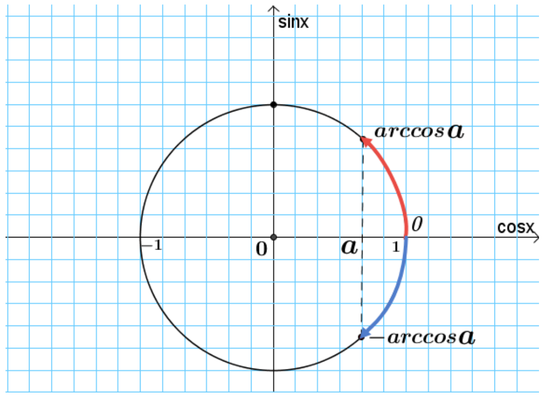
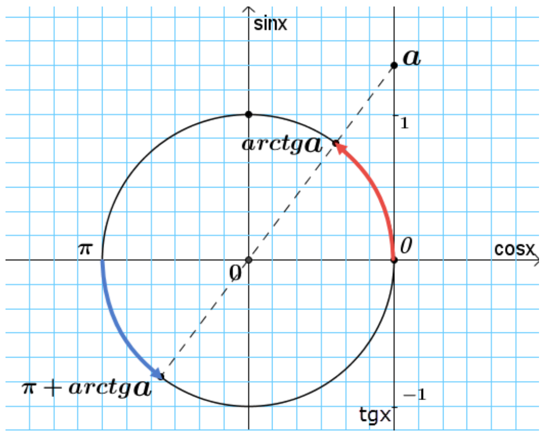
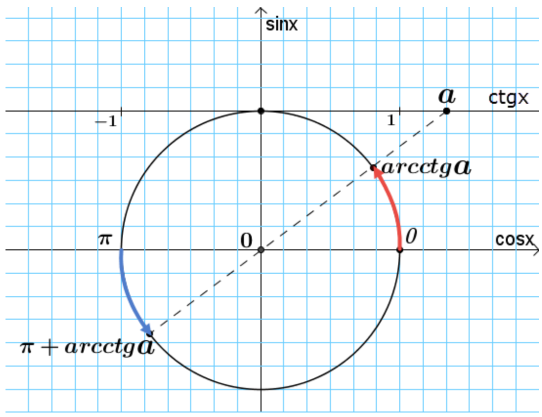
$\cos t = x$ *(абсцисса точки единичной окружности)*

$\sin t = y$ *(ордината точки единичной окружности)*

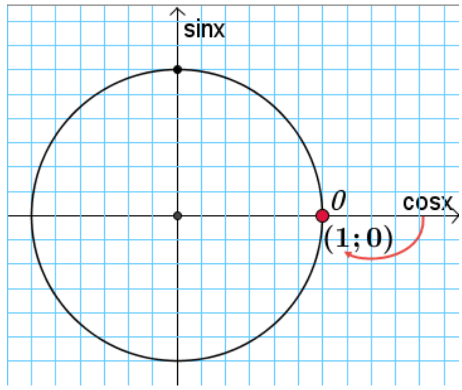
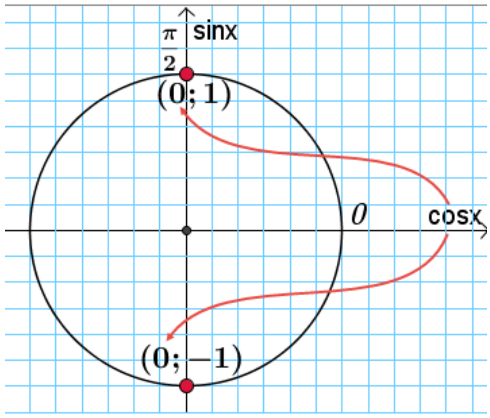
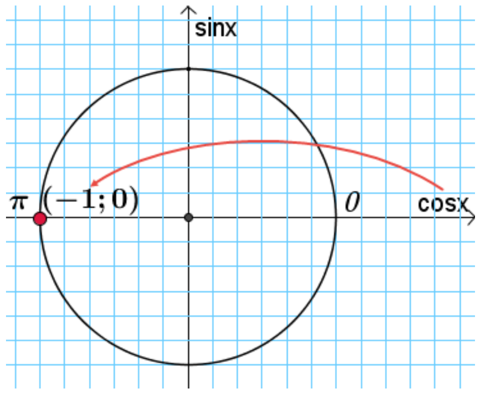
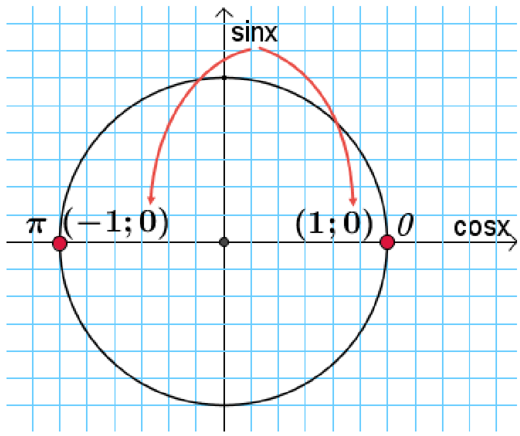
▪ *Тригонометрический круг*

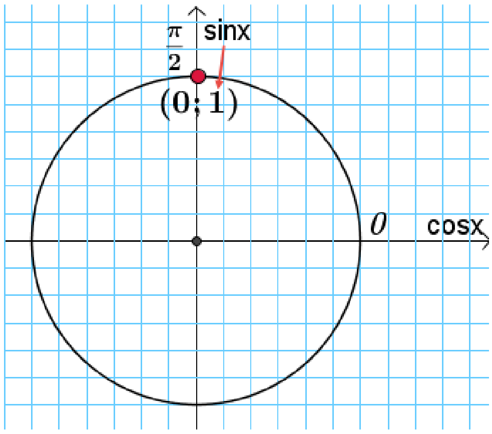


- ***Простейшие тригонометрические уравнения***

Уравнение	Формулы решений	Решение по кругу
$\sin x = a$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ \ n \in Z$ или $\left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + 2\pi k \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi k \end{array}\right.,\ \ k \in Z$ $-1 \le a \le 1$, $\arcsin(-a) = -\arcsin a$	
$\cos x = a$	$x = \pm\arccos a + 2\pi k,\ \ k \in Z$ $-1 \le a \le 1$, $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$	
$tgx = a$	$x = arctga + \pi k,\ \ k \in Z$ $a \in R$, $arctg(-a) = -arctga$	
$ctgx = a$	$x = arcctga + \pi k,\ \ k \in Z$ $a \in R$, $arcctg(-a) = \pi - arcctga$	

✓ *Частные случаи решения простейших тригонометрических уравнений*

Уравнение	Формулы решений	Решение по кругу
$\cos x = 1$ *Найдем на круге точку, абсцисса которой равна 1*	$x = 2\pi k$ *На круге одна точка с такой абсциссой, еще раз попадаем на нее через целое число кругов* $2\pi k$ *.*	
$\cos x = 0$ $(ctgx = 0)$ *Найдем на круге точки, абсциссы которых равны 0.*	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ *На круге две точки с такой абсциссой, попадаем на них через полкруга* πk *.*	
$\cos x = -1$ *Найдем на круге точку, абсцисса которой равна -1.*	$x = \pi + 2\pi k$ *На круге одна точка с такой абсциссой, еще раз попадаем на нее через целое число кругов* $2\pi k$ *.*	
$\sin x = 0$ $(tgx = 0)$ *Найдем на круге точки, ординаты которых равны 0.*	$x = \pi k$ *На круге две точки с такой ординатой, попадаем на них через полкруга* πk *.*	

$\sin x = 1$ *Найдем на круге точку, ордината которой равна 1.*	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ *На круге одна точка с такой ординатой, еще раз попадаем на нее через целое число кругов* $2\pi k$ *.*	
$\sin x = -1$ *Найдем на круге точку, ордината которой равна 1.*	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ *На круге одна точка с такой ординатой, еще раз попадаем на нее через целое число кругов* $2\pi k$ *.*