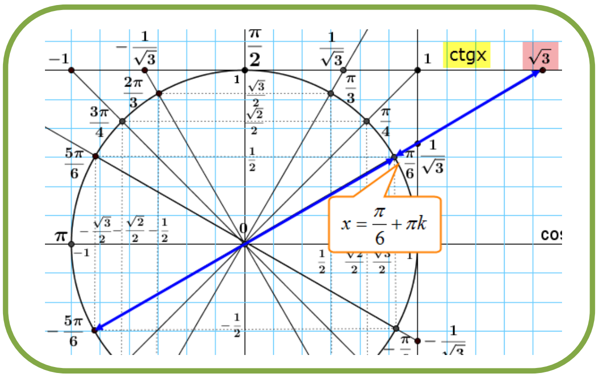


- Уравнения/Тригонометрические/ Простейшие уравнения
- ЕГЭ Профиль/*Задание №6/* Тригонометрические уравнения
- Алгебра 10 / Тригонометрические уравнения/Простейшие уравнения

Простейшие тригонометрические уравнения

1. Простейшие уравнения и их частные случаи
2. Отбор корней на заданном промежутке
3. ЕГЭ Профиль Задание №6. Отбор корней с условием

Содержание сборника:

1. Простейшие тригонометрические уравнения и их частные случаи

▪ *Примеры*

Решить уравнения:

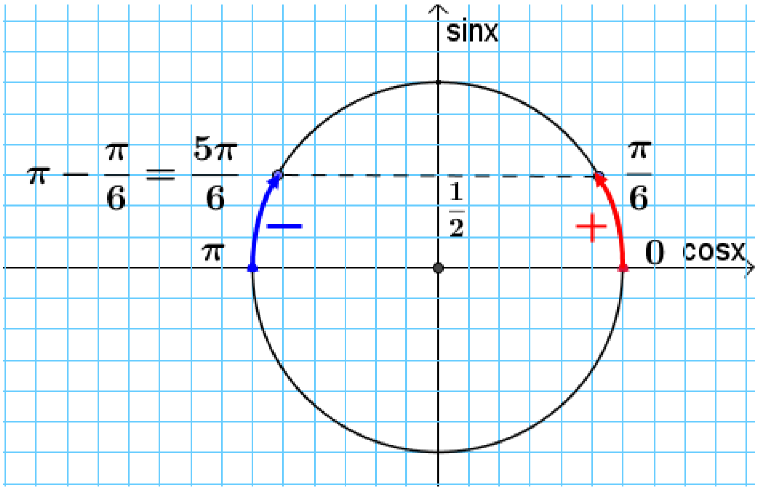
№1. $\sin x = \frac{1}{2}$	№2. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
№3. $\sin x = 0$	№4. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
№5. $\cos x = -\frac{1}{2}$	№6. $\cos x = -1$
№7. $tgx = 1$	№8. $ctgx = -\sqrt{3}$
№9. $tgx = 0$	

№1.

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{array}\right. , k \in \mathbb{Z}.$$

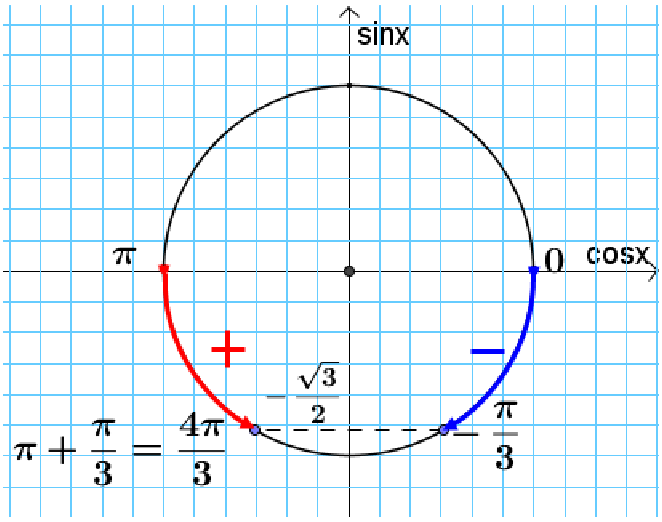


№2.

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x = \pi + \frac{\pi}{3} + 2\pi k \end{array}\right.$$

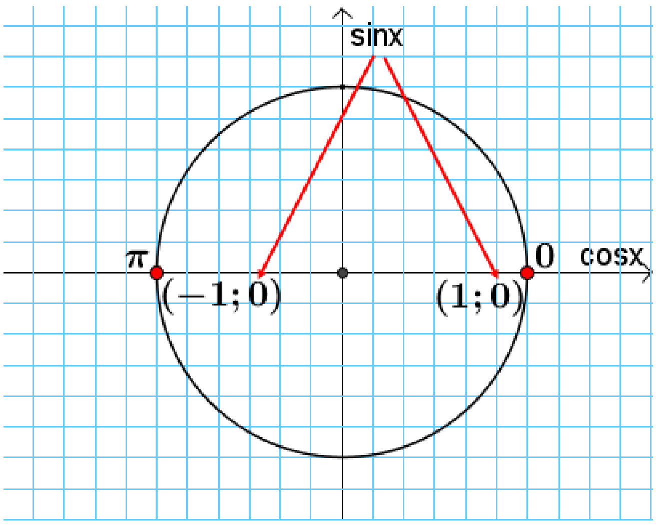
$$\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ x = \frac{4\pi}{3} + 2\pi k \end{array}\right. , k \in \mathbb{Z}$$



№3.

$$\sin x = 0$$

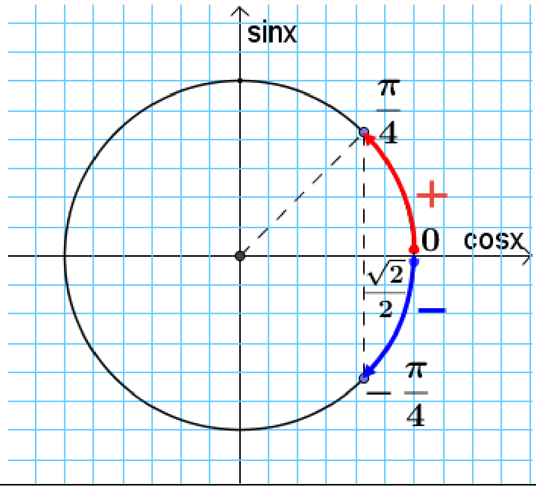
$$x = \pi k \ , k \in \mathbb{Z}$$



№4.

$$\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}.$$



№5.

$$\cos x=-\frac{1}{2}$$

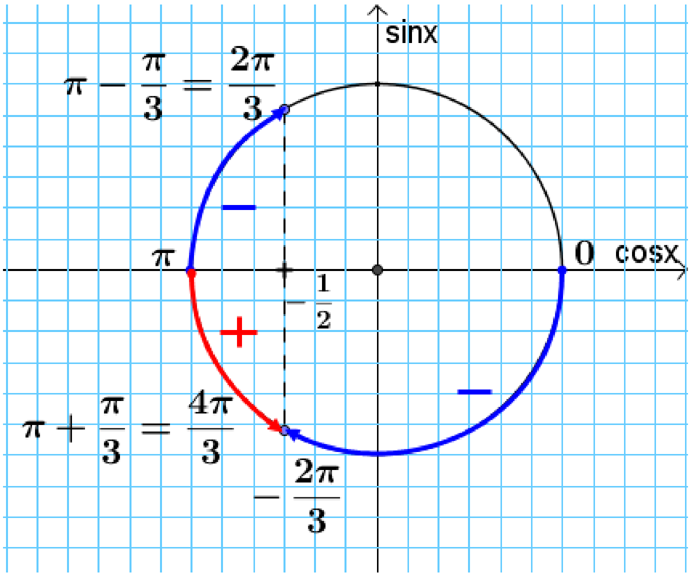
$$x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+2\pi k$$

$$x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$$

или

$$\left[\begin{array}{l} x=\pi-\frac{\pi}{3}+2\pi k \\ x=\pi+\frac{\pi}{3}+2\pi k \end{array}\right.$$

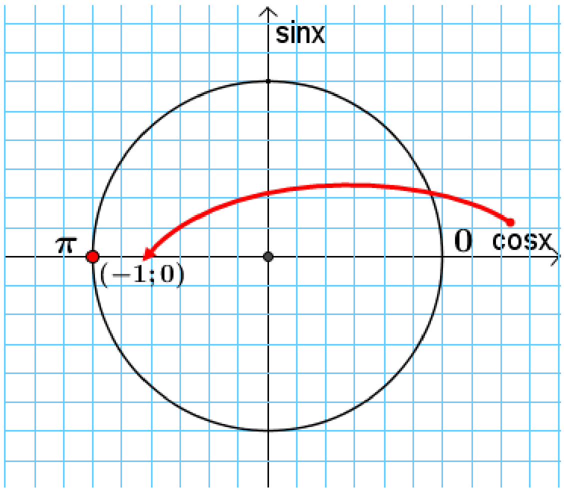
$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{2\pi}{3}+2\pi k \\ x=\frac{4\pi}{3}+2\pi k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$$



№6.

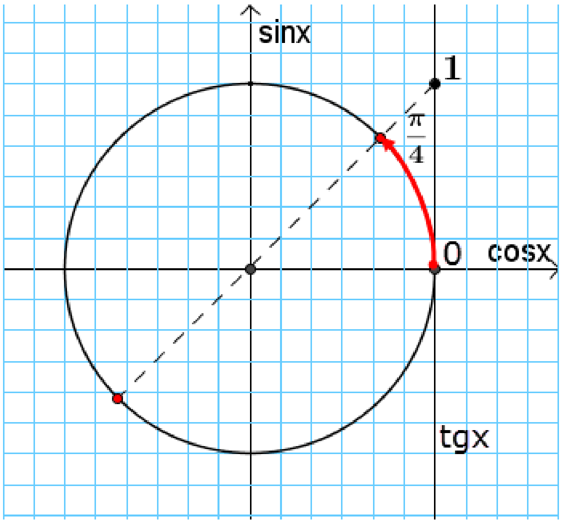
$$\cos x=-1$$

$$x=\pi+2\pi k\ , k\in\mathbb{Z}$$



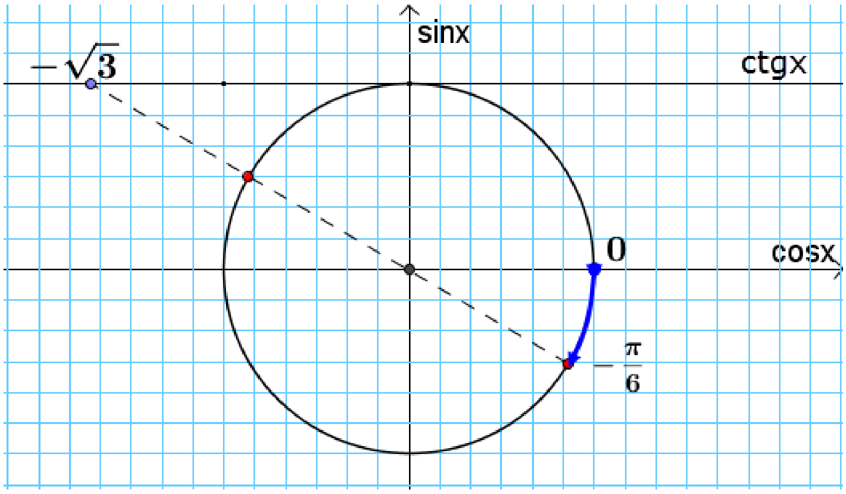
№7. $tgx = 1$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$$



№8. $ctgx = -\sqrt{3}$

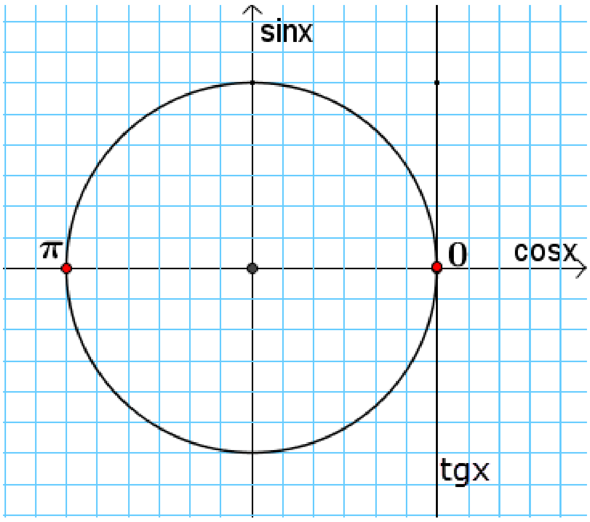
$$x = -\frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$$



№9. $tgx = 0$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$$



▪ *Тест* 1. Простейшие тригонометрические уравнения и их частные случаи

Вариант 1

Решите уравнения:

№1.	$\cos x = 1$	№2.	$\sin x = -1$
№3.	$ctgx = 0$	№4.	$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
№5.	$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	№6.	$tgx = -\sqrt{3}$
№7.	$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$	№8.	$tgx = \sqrt{3}$
№9.	$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	№10.	$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
№11.	$ctgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$		

Вариант 2

№1.	$\sin x = 1$	№2.	$\cos x = 0$
№3.	$tgx = -1$	№4.	$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
№5.	$ctgx = \sqrt{3}$	№6.	$tgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$
№7.	$\cos x = \frac{1}{2}$	№8.	$\sin x = -\frac{1}{2}$
№9.	$ctgx = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	№10.	$tgx = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
№11.	$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$		

▪ *Ответы (тест)* 1. Простейшие тригонометрические уравнения и их частные случаи

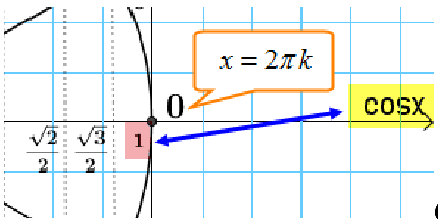
	№1	№2	№3	№4	№5	№6
Вар.1	$2\pi k$	$-\frac{\pi}{2}+2\pi k$	$\frac{\pi}{2}+\pi k$	$\frac{\pi}{4}+2\pi k;$ $\frac{3\pi}{4}+2\pi k$	$\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k$	$-\frac{\pi}{3}+\pi k$
	№7	№8	№9	№10	№11	
	$\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$	$\frac{\pi}{3}+\pi k$	$\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k$	$\frac{\pi}{3}+2\pi k$ $\frac{2\pi}{3}+2\pi k$	$\frac{\pi}{3}+\pi k$	
Вар.2	№1	№2	№3	№4	№5	№6
	$\frac{\pi}{2}+2\pi k$	$\frac{\pi}{2}+\pi k$	$-\frac{\pi}{4}+\pi k$	$-\frac{\pi}{4}+2\pi k$ $-\frac{3\pi}{4}+2\pi k$	$\frac{\pi}{6}+\pi k$	$\frac{\pi}{6}+\pi k$
	№7	№8	№9	№10	№11	
	$\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$	$-\frac{\pi}{6}+2\pi k;$ $-\frac{5\pi}{6}+2\pi k$	$-\frac{\pi}{3}+\pi k$	$-\frac{\pi}{6}+\pi k$	$\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$	

▪ *Тест (решение)* 1. Простейшие тригонометрические уравнения и их частные случаи

Вариант 1

№1. $\cos x = 1$

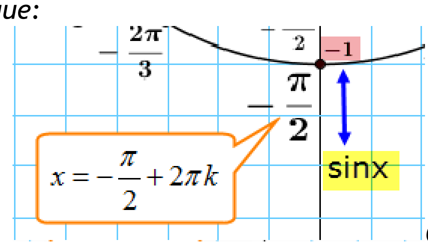
Решение:



Ответ: $x=2\pi k$

№2. $\sin x = -1$

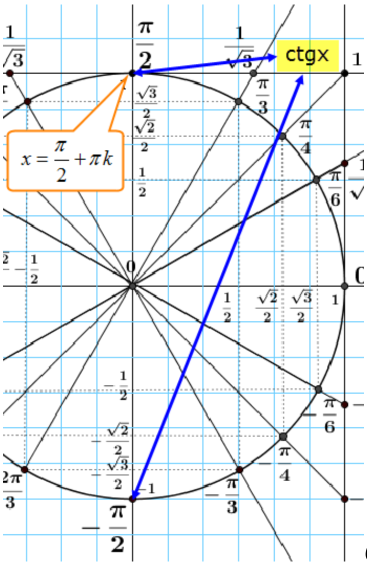
Решение:



Ответ: $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$

№3. $ctgx = 0$

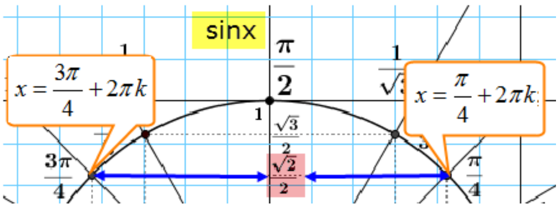
Решение:



Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

№4. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

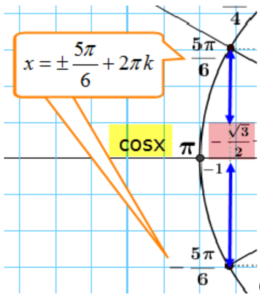
Решение:



Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k; \quad x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$

№5. $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

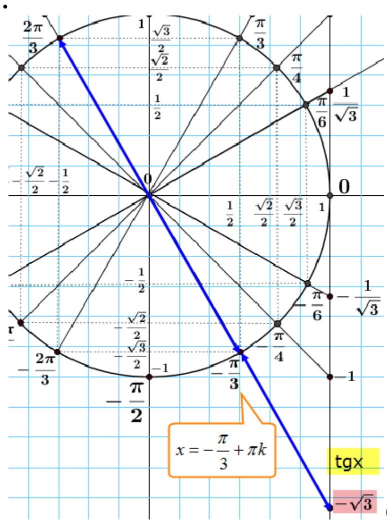
Решение:



Ответ: $x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

№6. $tgx = -\sqrt{3}$

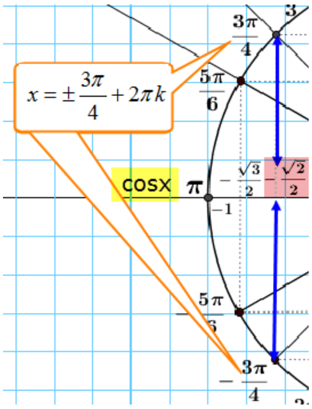
Решение:



Ответ: $x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$

№7. $\cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

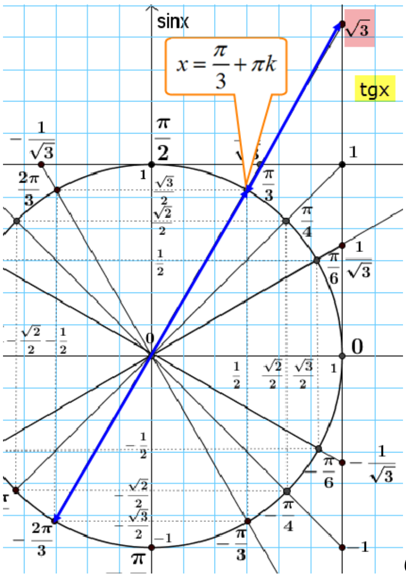
Решение:



Ответ: $x = \pm\dfrac{3\pi}{4} + 2\pi k$

№8. $tgx = \sqrt{3}$

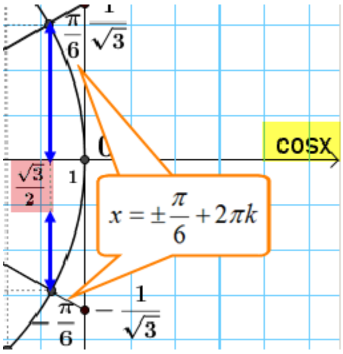
Решение:



Ответ: $x = \dfrac{\pi}{3} + \pi k$

№9. $\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

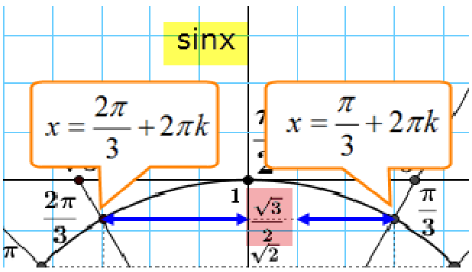
Решение:



Ответ: $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + 2\pi k$

№10. $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

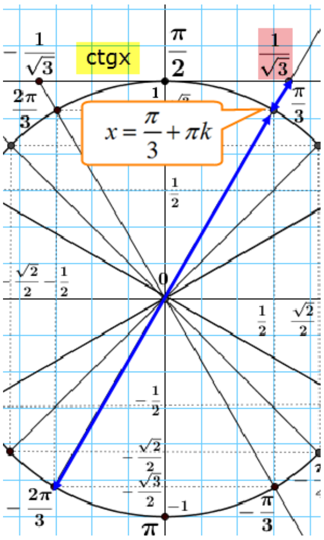
Решение:



Ответ: $x = \dfrac{\pi}{3} + 2\pi k;\ x = \dfrac{2\pi}{3} + 2\pi k$

№11. $ctgx=\frac{1}{\sqrt{3}}$

Решение:

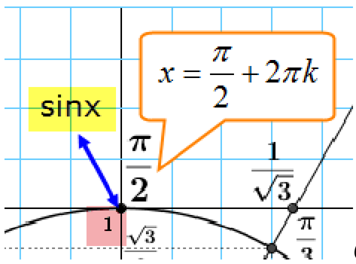


Ответ: $x=\frac{\pi}{3}+\pi k$

Вариант 2

№1. $\sin x=1$

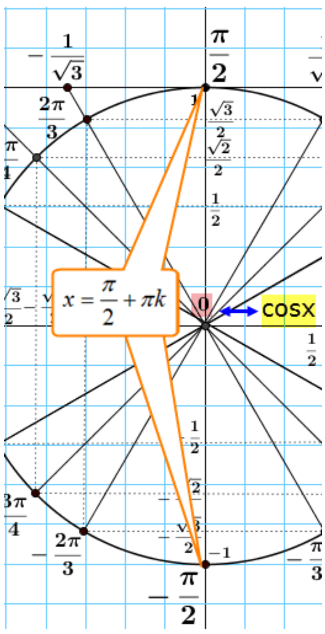
Решение:



Ответ: $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$

№2. $\cos x=0$

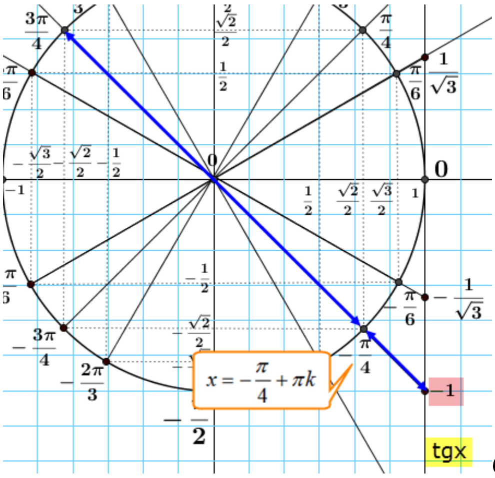
Решение:



Ответ: $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$

№3. $tgx = -1$

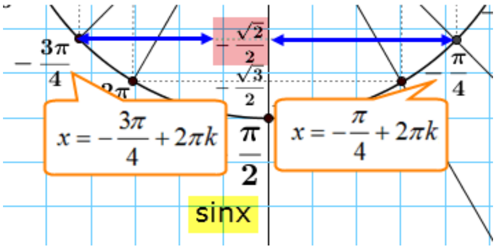
Решение:



Ответ: $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$

№4. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

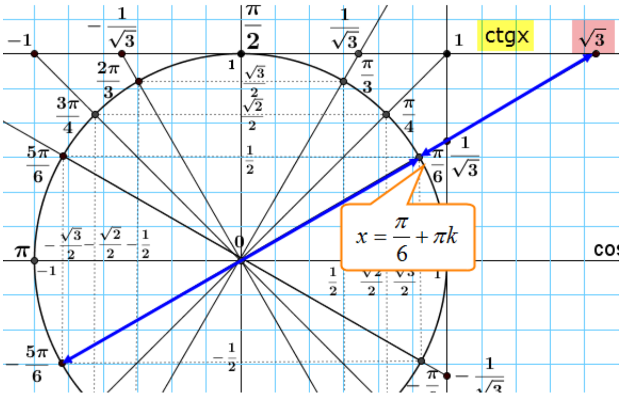
Решение:



Ответ: $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k;\ x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$

№5. $ctgx = \sqrt{3}$

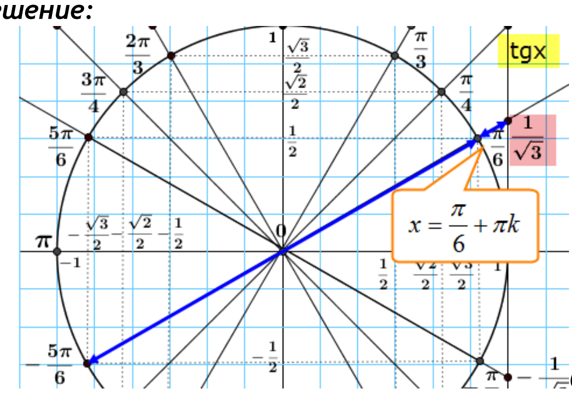
Решение:



Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \pi k$

№6. $tgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Решение:

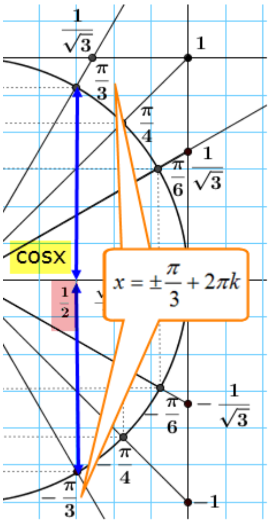


Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \pi k$

№7. $\cos x = \frac{1}{2}$

$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$

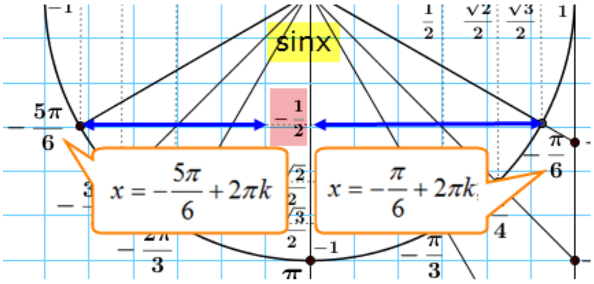
Решение:



Ответ: $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k$

№8. $\sin x = -\frac{1}{2}$

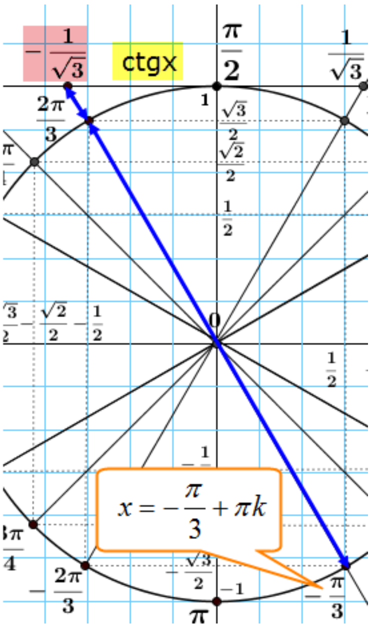
Решение:



Ответ: $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k;\quad x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

№9. $ctgx = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

Решение:

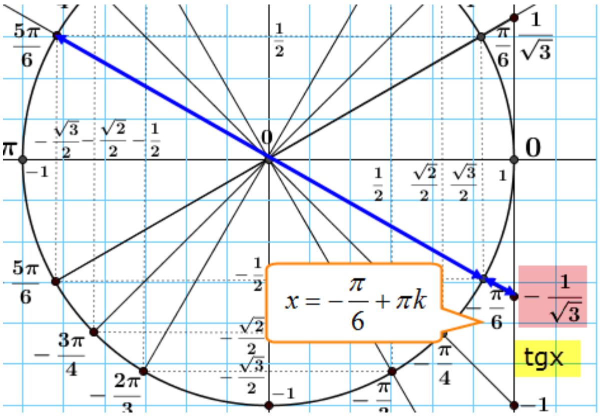


Ответ: $x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$

№10.

$$tgx = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Решение:

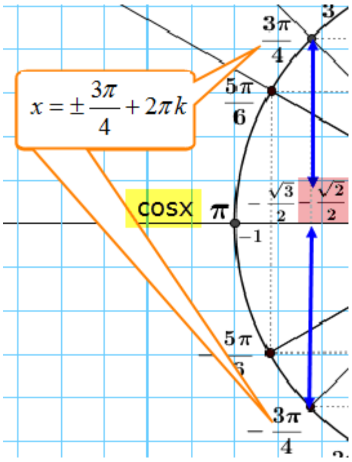


Ответ: $x = -\frac{\pi}{6} + \pi k$

№11.

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Решение:



Ответ: $x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$

2. Отбор корней на заданном промежутке

- ***Примеры***

№1. Найдите корень уравнения $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ на промежутке $180^\circ < x < 270^\circ$.

№2. Найдите корень уравнения $1 + 2\sin\frac{2\pi x}{3} = 0$ на промежутке $1 < x < 2$.

№3. Найдите корень уравнения $ctg\left(\frac{\pi}{4}(x-1)\right) = -1$ на промежутке $1 < x < 7$.

▪ *Решение (примеры)* 2. Отбор корней на заданном промежутке

№1. **Найдите корень уравнения** $\cos 2x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **на промежутке** $180^\circ < x < 270^\circ$.

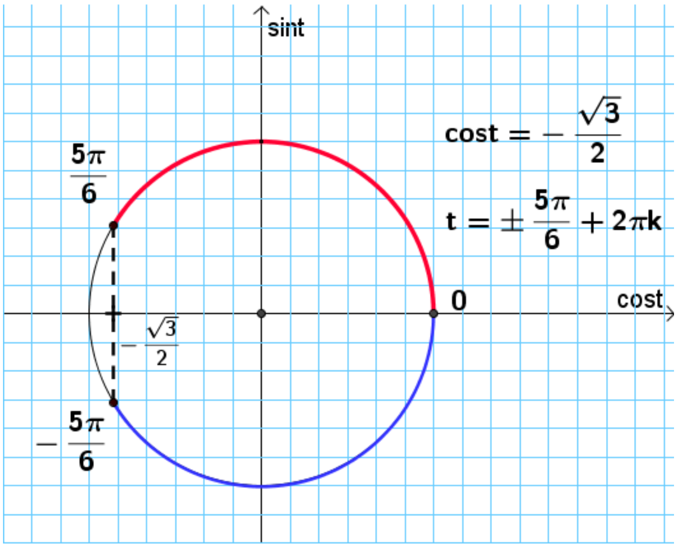
Решение:

Ведем замену аргумента $t = 2x$.
Уравнение примет вид:

$$\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$$

На окружности отметим точки с абсциссами, равными $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.



Вернемся к замене

$$2x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \quad \Big|\cdot\frac{1}{2}$$

$$x = \pm\frac{5\pi}{12} + \pi k$$

$$x = \pm\frac{5\cdot 180^\circ}{12} + 180^\circ\cdot k$$

$$x = \pm 75^\circ + 180^\circ\cdot k,\ k \in \mathbb{Z}$$

Отберем корень из промежутка $180^\circ < x < 270^\circ$.

а) $x = 75^\circ + 180^\circ\cdot k,\ k \in \mathbb{Z}$

$$180^\circ < 75^\circ + 180^\circ k < 270^\circ$$

$$105^\circ < 180^\circ k < 195^\circ$$

$$\frac{105}{180} < k < \frac{195}{180}$$

$$k \in \mathbb{Z},\ k = 1$$

$$x = 75^\circ + 180^\circ\cdot 1 = \underline{255^\circ}$$

б) $x = -75^\circ + 180^\circ\cdot k,\ k \in \mathbb{Z}$

$$180^\circ < -75^\circ + 180^\circ k < 270^\circ$$

$$255^\circ < 180^\circ k < 345^\circ$$

$$\frac{255}{180} < k < \frac{345}{180}$$

$$1\frac{75}{180} < k < 1\frac{165}{180}$$

$$k \in \mathbb{Z},\ \varnothing$$

Ответ: 255.

№2. **Найдите корень уравнения** $1 + 2\sin\dfrac{2\pi x}{3} = 0$ **на промежутке** $1 < x < 2$.

Решение:

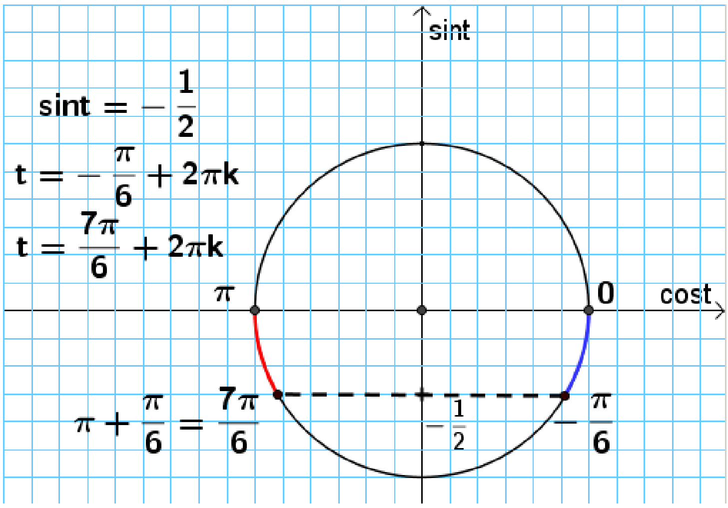
Ведем замену аргумента $t=\frac{2\pi x}{3}$.

Уравнение примет вид:

$$1+2\sin t=0$$
$$2\sin t=-1$$
$$\sin t=-\frac{1}{2}$$

На окружности отметим точки с ординатами, равными $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

$$\left[\begin{array}{l} t=-\frac{\pi}{6}+2\pi k \\ t=\frac{7\pi}{6}+2\pi k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$$



Вернемся к замене

$$\left[\begin{array}{l} \frac{2\pi x}{3}=-\frac{\pi}{6}+2\pi k \quad \Big| \cdot\frac{6}{\pi} \\ \frac{2\pi x}{3}=\frac{7\pi}{6}+2\pi k \quad \Big| \cdot\frac{6}{\pi} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 4x=-1+12k \\ 4x=7+12k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{4}+3k \\ x=\frac{7}{4}+3k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$$

Отберем корень из промежутка $1<x<2$.

Т.к. $\mathbb{Z}$ - это множество целых чисел, то перебором, имеем:

1) $x=-\frac{1}{4}+3k$

$k=0,\ \ x=-\frac{1}{4}\notin(1;2)$

$k=1,\ \ x=-\frac{1}{4}+3=2\frac{3}{4}\notin(1;2)$

2) $x=\frac{7}{4}+3k$

$k=-1\ \ x=\frac{7}{4}-3=-\frac{5}{4}\notin(1;2)$

$k=0\ \ x=\frac{7}{4}=1,75\in(1;2)$

$k=1\ \ x=\frac{7}{4}+3\notin(1;2)$

Ответ: 1,75.

№3. Найдите корень уравнения $ctg\left(\frac{\pi}{4}(x-1)\right)=-1$ **на промежутке** $1<x<7$.

Решение:

Ведем замену аргумента $t=\frac{\pi}{4}(x-1)$.

Уравнение примет вид:

$$ctgt=-1 \Leftrightarrow t=-\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$$

На оси котангенсов отметим значение (-1).

Вернемся к замене

$$\frac{\pi}{4}(x-1)=-\frac{\pi}{4}+\pi k \left| \cdot\frac{4}{\pi}\right.$$

$$x-1=-1+4k$$

$$x=4k,\ k\in\mathbb{Z}$$

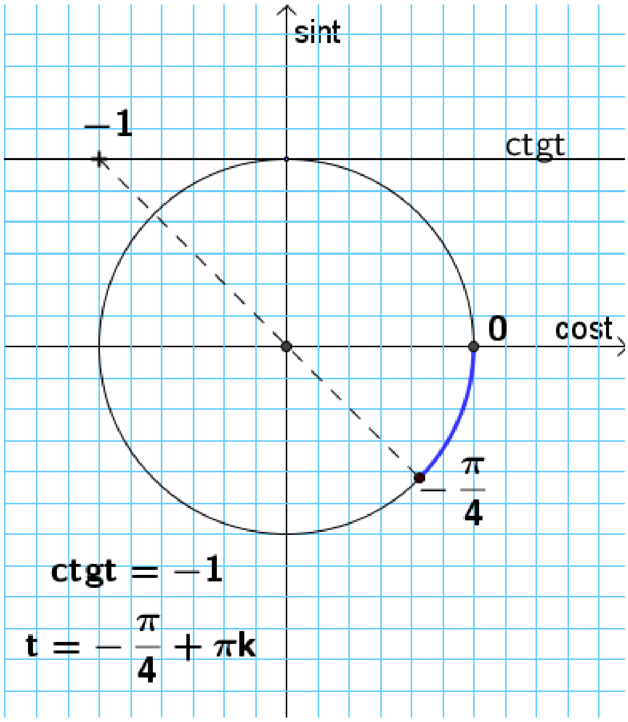
Отберем корень из промежутка $1<x<7$.

Т.к. $\mathbb{Z}$ - это множество целых чисел, то перебором, имеем:

$k=0\quad x=4\cdot 0=0\notin(1;7)$

$k=1\quad x=4\cdot 1=4\in(1;7)$

$k=2\quad x=4\cdot 2=8\notin(1;7)$



Ответ: 4.

▪ *Тест* 2. Отбор корней на заданном промежутке

Вариант 1

1. Найдите корень уравнения $\cos\frac{2x}{5}=0$ на промежутке $180^\circ < x < 270^\circ$.

---

2. Найдите корень уравнения $tg3x=-1$ на промежутке $0^\circ < x < 105^\circ$.

---

3. Найдите корень уравнения $1-2\sin\frac{4\pi x}{3}=0$ на промежутке $0<x<0{,}5$.

---

4. Найдите корень уравнения $\sin\left(\frac{\pi}{2}(x-3)\right)=1$ на промежутке $3<x<8$.

Вариант 2

1. Найдите корень уравнения $\sin\frac{3x}{2}=-1$ на промежутке $0^\circ < x < 270^\circ$.

---

2. Найдите корень уравнения $tg2x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ на промежутке $90^\circ < x < 180^\circ$.

---

3. Найдите корень уравнения $\sqrt{3}+2\cos\frac{\pi x}{15}=0$ на промежутке $12<x<17$.

---

4. Найдите корень уравнения $\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-2)\right)=0$ на промежутке $3<x<7$.

▪ *Ответы (тест)* 2. Отбор корней на заданном промежутке

	№1	№2	№3	№4
Вар.1	***225***	***45***	***0,125***	***4***
Вар.2	***180***	***105***	***12,5***	***5***

Вариант 1

1. **Найдите корень уравнения** $\cos\frac{2x}{5}=0$ **на промежутке** $180^\circ < x < 270^\circ$.

Решение:

$t=\frac{2x}{5}$

1) $\cos t=0$

$t=\frac{\pi}{2}+\pi k$

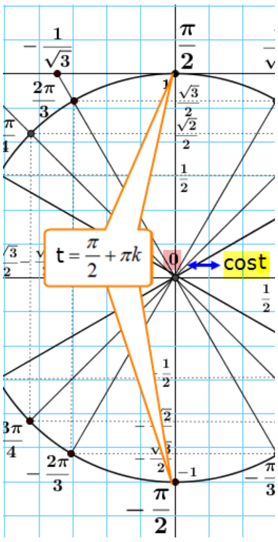
$\frac{2x}{5}=\frac{\pi}{2}+\pi k \Big| \cdot\frac{5}{2}$

$x=\frac{5\pi}{4}+\frac{5\pi k}{2}$

$x=225^\circ+450^\circ k, k\in z$

2) $180^\circ < x < 270^\circ$

$k=0, x=225^\circ\in(180^\circ;270^\circ)$



Ответ: 225 .

---

2. **Найдите корень уравнения** $tg3x=-1$ **на промежутке** $0^\circ < x < 105^\circ$.

Решение:

$t=3x$

$tgt=-1$

$t=-\frac{\pi}{4}+\pi k$

$3x=-\frac{\pi}{4}+\pi k \Big| \cdot\frac{1}{3}$

$x=-\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{3}$

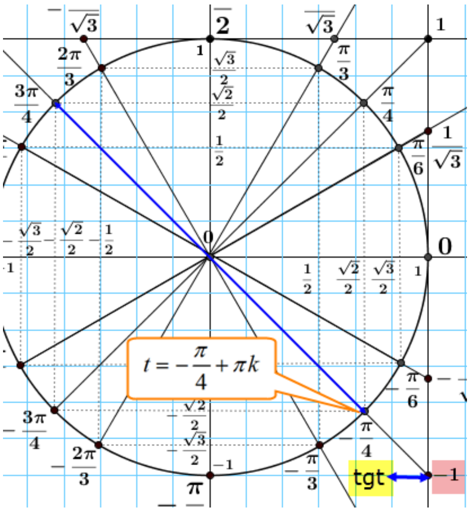
$x=-\frac{180^\circ}{12}+\frac{180^\circ k}{3}$

$x=-15^\circ+60^\circ k, k\in z$

$0^\circ < x < 150^\circ$

$k=1 \qquad x=-15^\circ+60^\circ=45^\circ\in(0^\circ;105^\circ)$

$k=2 \quad x=-15^\circ+60^\circ\cdot 2=120^\circ-15^\circ=105^\circ\notin(0^\circ;105^\circ)$



Ответ: 45.

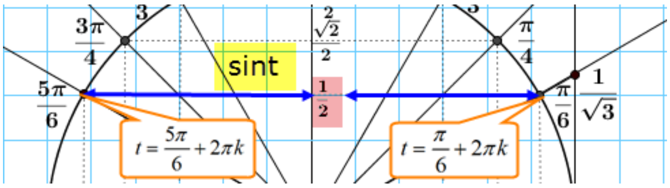
3. **Найдите корень уравнения** $1-2\sin\frac{4\pi x}{3}=0$ **на промежутке** $0<x<0{,}5$

Решение:

$$t=\frac{4\pi x}{3}$$

$$1-2\sin t=0$$

$$\sin t=\frac{1}{2}$$



$$\left[\begin{aligned} t&=\frac{\pi}{6}+2\pi k\\ t&=\frac{5\pi}{6}+2\pi k\end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} \frac{4\pi x}{3}&=\frac{\pi}{6}+2\pi k\,\Big|\cdot\frac{6}{\pi}\\ \frac{4\pi x}{3}&=\frac{5\pi}{6}+2\pi k\,\Big|\cdot\frac{6}{\pi}\end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} 8x&=1+12k\\ 8x&=5+12k\end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned} x&=\frac{1}{8}+\frac{3}{2}k\\ x&=\frac{5}{8}+\frac{3}{2}k\end{aligned}\right.,k\in z$$

$0<x<0{,}5$

$k=0$ $\quad x_1=\frac{1}{8}=0{,}125\in(0;0{,}5)$

$\quad x_2=\frac{5}{8}\notin(0;0{,}5)$

Ответ: 0,125.

---

4. **Найдите корень уравнения** $\sin\left(\frac{\pi}{2}(x-3)\right)=1$ **на промежутке** $3<x<8$

Решение:

$$t=\frac{\pi}{2}(x-3)$$

$$\sin t=1$$

$$t=\frac{\pi}{2}+2k$$

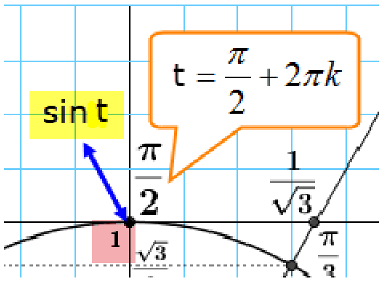
$$\frac{\pi}{2}(x-3)=\frac{\pi}{2}+2\pi k\,\Big|\cdot\frac{2}{\pi}$$

$$x-3=1+4k$$

$$x=4+4k$$

$k=0 \qquad x=4\in(3;8)$

$k=1 \qquad x=4+4=8\notin(3;8)$

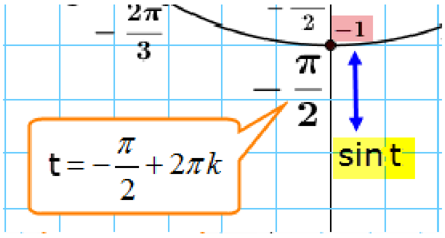


Ответ: 4.

Вариант 2

1. **Найдите корень уравнения** $\sin\frac{3x}{2}=-1$ **на промежутке** $0^\circ<x<270^\circ$.

Решение:



$t=\frac{3x}{2}$

$\sin t=-1$

$t=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$

$\frac{3x}{2}=-\frac{\pi}{2}+2\pi k\Big|\cdot\frac{2}{3}$

$x=-\frac{\pi}{3}+\frac{4\pi k}{3}$

$x=-\frac{180^\circ}{3}+\frac{4\cdot180^\circ\cdot k}{3}$

$\underline{x=-60^\circ+240^\circ k, k\in z}$

$0^\circ<x<270^\circ$

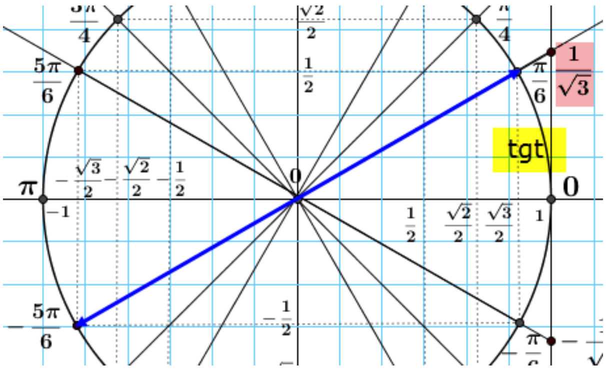
$k=1\quad x=-60^\circ+240^\circ=\underline{180^\circ}\in\left(0^\circ;270^\circ\right)$

Ответ: 180°.

---

2. **Найдите корень уравнения** $tg2x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ **на промежутке** $90^\circ<x<180^\circ$.

Решение:



$t=2x$

$tgt=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$t=\frac{\pi}{6}+\pi k$

$2x=\frac{\pi}{6}+\pi k\Big|\cdot\frac{1}{2}$

$x=\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2}$

$x=\frac{180^\circ}{12}+\frac{180^\circ k}{2}$

$x=15^\circ+90^\circ k$

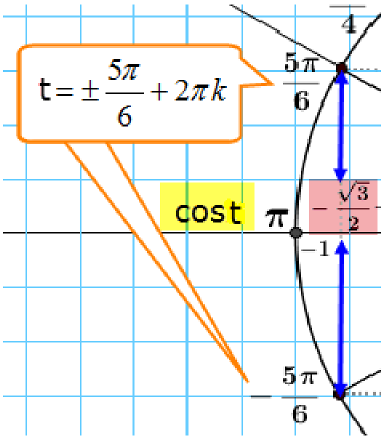
$90^\circ<x<180^\circ$

$k=1\quad x=15^\circ+90^\circ=\underline{105^\circ}$

Ответ: 105°.

3. **Найдите корень уравнения** $\sqrt{3}+2\cos\frac{\pi x}{15}=0$ **на промежутке** $12<x<17$.

Решение:



$t=\frac{\pi x}{15}$

$\sqrt{3}+2\cos t=0$

$\cos t=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$t=\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k$

$\frac{\pi x}{15}=\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi k \quad \Big|\cdot\frac{15}{\pi}$

$x=\pm\frac{25}{2}+30k,\ \ k\in\mathbb{Z}$

$12<x<17$

1) $x=\frac{25}{2}+30k,\ \ k=0\ \ x=12{,}5\in(12;17)$

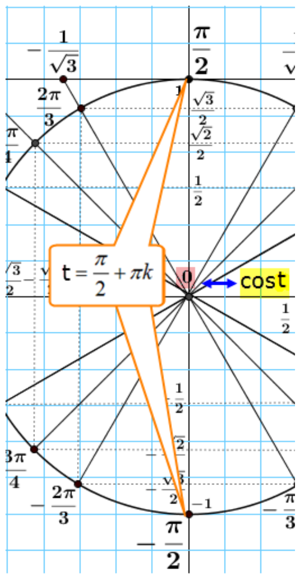
2) $x=-\frac{25}{2}+30k,\ \ k=1\ \ x=-12{,}5+30\notin(12;17)$

Ответ: $12{,}5$.

---

4. **Найдите корень уравнения** $\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-2)\right)=0$ **на промежутке** $3<x<7$.

Решение:



$t=\frac{\pi}{2}(x-2)$

$\cos t=0$

$t=\frac{\pi}{2}+\pi k$

$\frac{\pi}{2}(x-2)=\frac{\pi}{2}+\pi k\Big|\cdot\frac{2}{\pi}$

$x-2=1+2k$

$\underline{x=3+2k},k\in z$

$3<x<7$

$k=0 \qquad x=3\notin(3;7)$

$k=1 \quad x=3+2=5\in(3;7)$

Ответ: 5.

3. ЕГЭ Профиль Задание №6. Отбор корней с условием

- ***Примеры***

№1. Найдите корень уравнения $\cos\frac{\pi(4x-7)}{3}=\frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

№2. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(x-3)}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

№3. Найдите корень уравнения $tg\frac{\pi(8x+9)}{3}=-\sqrt{3}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

№1. **Найдите корень уравнения** $\cos\frac{\pi(4x-7)}{3}=\frac{1}{2}$. **В ответе запишите наибольший отрицательный корень.**

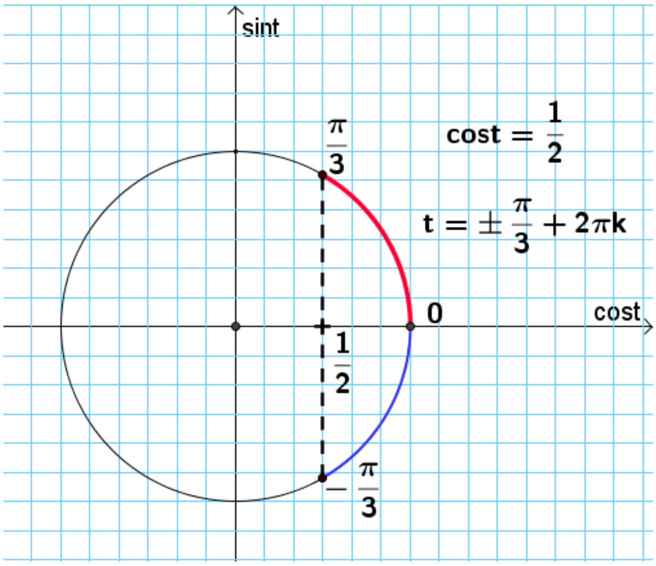
Решение:

Ведем замену аргумента $t=\frac{\pi(4x-7)}{3}$.

Уравнение примет вид:

$$\cos t=\frac{1}{2} \Leftrightarrow t=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$$

На окружности отметим точки с абсциссами равными $\frac{1}{2}$.



Вернемся к замене

$$\frac{\pi(4x-7)}{3}=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k \quad \Big| :\pi$$

$$\frac{4x-7}{3}=\pm\frac{1}{3}+2k \quad \Big| \cdot 3$$

$$4x-7=\pm1+6k$$

$$\left[\begin{aligned}&4x=1+7+6k\\&4x=-1+7+6k\end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned}&4x=8+6k\\&4x=6+6k\end{aligned}\right.$$

$$\left[\begin{aligned}&x=2+\frac{3}{2}k\\&x=\frac{3}{2}+\frac{3}{2}k\end{aligned}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$$

Т.к. $\mathbb{Z}$ - это множество целых чисел, то перебором, имеем:

$$k=-1\quad x_1=2+\frac{3}{2}\cdot(-1)=\frac{1}{2}$$

$$x_2=\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\cdot(-1)=0$$

Нет отрицательных чисел.

$$k=-2\quad x_1=2+\frac{3}{2}\cdot(-2)=2-3=-1$$

$$x_2=\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\cdot(-2)=\frac{3}{2}-3=-1{,}5$$

Наибольший отрицательный корень (-1).

Ответ: -1.

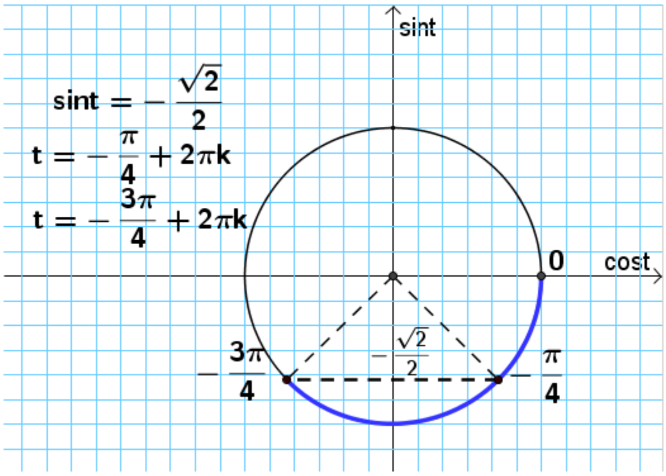
№2. **Найдите корень уравнения** $\sin\frac{\pi(x-3)}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$**. В ответе напишите наименьший положительный корень.**

Решение:

Ведем замену аргумента $t=\frac{\pi(x-3)}{4}$.

Уравнение примет вид:

$$\sin t=-\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\frac{\pi}{4}+2\pi k \\ t=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$$



На окружности отметим точки с ординатами, равными $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Вернемся к замене

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi(x-3)}{4}=-\frac{\pi}{4}+2\pi k \; \Big| \cdot\frac{4}{\pi} \\ \frac{\pi(x-3)}{4}=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k \; \Big| \cdot\frac{4}{\pi} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x-3=-1+8k \\ x-3=-3+8k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=2+8k \\ x=8k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$$

Наименьший положительный $(x>0)$.

1) $x=2+8k>0,\;\; 8k>-2,\;\; k>-0,25$

$k\in\mathbb{Z},\;\; k=0\;\; \underline{x=2}$

2) $x=8k>0,\;\; k>0$

$k\in\mathbb{Z},\;\; k=1\;\; x=8$

Ответ: 2.

№3. **Найдите корень уравнения** $tg\frac{\pi(8x+9)}{3}=-\sqrt{3}$**. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.**

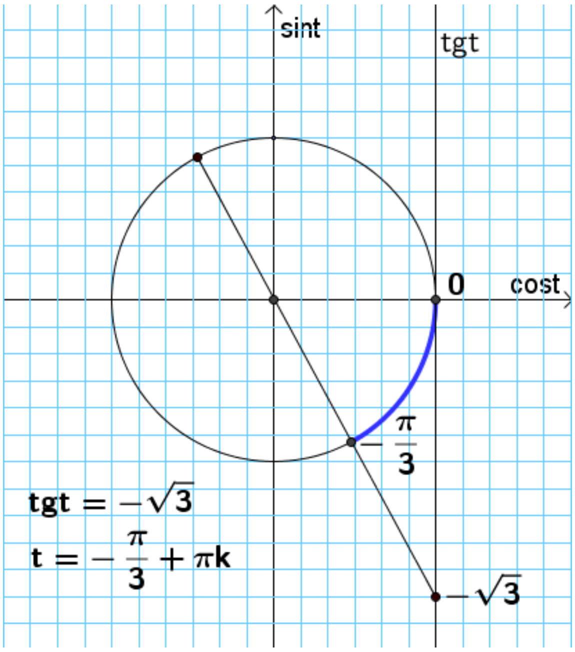
Решение:

Ведем замену аргумента $t=\frac{\pi(8x+9)}{3}$.

Уравнение примет вид:

$$tgt=-\sqrt{3} \iff t=-\frac{\pi}{3}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$$

На оси тангенсов отметим значение $\left(-\sqrt{3}\right)$.



Вернемся к замене

$$\frac{\pi(8x+9)}{3}=-\frac{\pi}{3}+\pi k \quad \Big|\cdot\frac{3}{\pi}$$

$$8x+9=-1+3k$$

$$8x=-10+3k$$

$$x=\frac{-10+3k}{8},\ k\in\mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень $x<0$:

$$x=\frac{-10+3k}{8}<0$$

$$-10+3k<0,\ \ 3k<10,\ \ k<3\frac{1}{3}$$

$$k\in\mathbb{Z},\ \ k=3\ \ x=\frac{-10+3\cdot 3}{8}=-0{,}125$$

Ответ: -0,125.

Вариант 1

1. Найдите корень уравнения $\cos\frac{\pi(x+7)}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

---

2. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(x-1)}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

---

3. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(x-4)}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

---

4. Найдите корень уравнения $tg\frac{\pi(x-1)}{4}=-1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Вариант 2

1. Найдите корень уравнения $\cos\frac{\pi(2x-2)}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

---

2. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(2x-3)}{6}=-0,5$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

---

3. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(x-8)}{4}=1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

---

4. Найдите корень уравнения $tg\frac{\pi(x+4)}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Вариант 3

1. Найдите корень уравнения $\cos\frac{\pi(4x+5)}{3}=\frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

---

2. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(4x-3)}{4}=1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

---

3. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(x+4)}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

---

4. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(2x+1)}{6}=0{,}5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

---

5. Найдите корень уравнения $tg\frac{\pi(2x+1)}{4}=1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Вариант 4

1. Найдите корень уравнения $\cos\frac{\pi(8x-7)}{3}=\frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

---

2. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(2x+1)}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

---

3. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(8x-9)}{4}=-1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

---

4. Найдите корень уравнения $tg\frac{\pi(2x+1)}{6}=\sqrt{3}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

---

5. Найдите корень уравнения $tg\frac{\pi(x+8)}{6}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

▪ *Ответы (тест)* 3. ЕГЭ Профиль Задание №56 Отбор корней с условием

	№1	№2	№3	№4	№5
Вар.1	-6	2	-5	4	
Вар.2	-4,5	-1	2	3	
Вар.3	-1	-0,75	1	2	-2
Вар.4	-0,5	-3	0,875	-2,5	-3

▪ *Решение (тест)* 3. ЕГЭ Профиль Задание №56тбор корней с условием

Вариант 1

1. **Найдите корень уравнения** $\cos\frac{\pi(x+7)}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **В ответе запишите наибольший отрицательный корень.**

Решение:

1) $\frac{\pi(x+7)}{4}=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k \,\Big|\cdot\frac{4}{\pi}$

$x+7=\pm1+8k$

$\left[\begin{array}{l} x=1-7+8k \\ x=-1-7+8k \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=-6+8k \\ x=-8+8k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$

2) $k=0,\ \ x_1=-6,\ \ x_2=-8$.

Наибольший отрицательный корень: (-6).

$k=1,\quad \begin{array}{l} x_1=-6+8=2 \\ x_2=-8+8=0 \end{array}.$

Нет отрицательных корней.

Ответ: -6.

---

2. **Найдите корень уравнения** $\sin\frac{\pi(x-1)}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **В ответе напишите наименьший положительный корень.**

Решение:

$t=\frac{\pi(x-1)}{3}$

$\sin t=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\left[\begin{array}{l} t=\frac{\pi}{3}+2\pi k \\ t=\frac{2\pi}{3}+2\pi k \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi(x-1)}{3}=\frac{\pi}{3}+2\pi k \,\Big|\cdot\frac{3}{\pi} \\ \frac{\pi(x-1)}{3}=\frac{2\pi}{3}+2\pi k \,\Big|\cdot\frac{3}{\pi} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x-1=1+6k \\ x-1=2+6k \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=2+6k \\ x=3+6k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$

Наименьший положительный корень:

$k=0\quad \begin{array}{l} x_1=2 \\ x_2=3 \end{array}$

Ответ: 2.

3.

Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(x-4)}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$**. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.**

Решение:

$$t=\frac{\pi(x-4)}{4}$$

$$\sin t=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} t=-\frac{\pi}{4}+2\pi k \\ t=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi(x-4)}{4}=-\frac{\pi}{4}+2\pi k \Big|\cdot\frac{4}{\pi} \\ \frac{\pi(x-4)}{4}=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k \Big|\cdot\frac{4}{\pi} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x-4=-1+8k \\ x-4=-3+8k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=3+8k \\ x=1+8k \end{array}\right., \ k\in\mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень:

$$k=-1 \quad \begin{array}{l} x_1=3-8=-5 \\ x_2=1-8=-7 \end{array}$$

Ответ:-5

---

4. **Найдите корень уравнения** $tg\frac{\pi(x-1)}{4}=-1$**. В ответе напишите наименьший положительный корень.**

Решение:

$$t=\frac{\pi(x-1)}{4}$$

$$tgt=-1$$

$$t=-\frac{\pi}{4}+\pi k$$

$$\frac{\pi(x-1)}{4}=-\frac{\pi}{4}+\pi k \Big|\cdot\frac{4}{\pi}$$

$$x-1=-1+4k$$

$$x=4k, \ k\in\mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k=1, \quad x=4$$

Ответ: 4

Вариант 2

1. **Найдите корень уравнения** $\cos\dfrac{\pi\left(2x-2\right)}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **В ответе запишите наибольший отрицательный корень.**

Решение:

1) $\dfrac{\pi(2x-2)}{6}=\pm\dfrac{\pi}{6}+2\pi k\Big|\cdot\dfrac{6}{\pi}$

$2x-2=\pm1+12k$

$$\left[\begin{array}{l}2x=1+2+12k\\2x=-1+2+12k\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}2x=3+12k\\2x=1+12k\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}+6k\\x=\dfrac{1}{2}+6k\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$$

2) $k=0,\quad x_1=\dfrac{3}{2},\quad x_2=\dfrac{1}{2}$

Нет отрицательных корней

$k=-1,\quad \begin{array}{l}x_1=1{,}5-6=-4{,}5\\x_2=0{,}5-6=-5{,}5\end{array}$

Наибольший отрицательный корень*: (- 4,5)*

Ответ: - 4,5.

---

2. **Найдите корень уравнения** $\sin\dfrac{\pi\left(2x-3\right)}{6}=-0{,}5$. **В ответе напишите наибольший отрицательный корень.**

Решение:

$t=\dfrac{\pi(2x-3)}{6}$

$\sin t=-\dfrac{1}{2}$

$$\left[\begin{array}{l}t=-\dfrac{\pi}{6}+2\pi k\\t=-\dfrac{5\pi}{6}+2\pi k\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\dfrac{\pi(2x-3)}{6}=-\dfrac{\pi}{6}+2\pi k\Big|\cdot\dfrac{6}{\pi}\\\dfrac{\pi(2x-3)}{6}=-\dfrac{5\pi}{6}+2\pi k\Big|\cdot\dfrac{6}{\pi}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}2x-3=-1+12k\\2x-3=-5+12k\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}2x=2+12k\\2x=-2+12k\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}x=1+6k\\x=-1+6k\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень:

$k=0\quad \begin{array}{l}x_1=1\\x_2=-1\end{array}$

Ответ: -1.

3. **Найдите корень уравнения** $\sin\frac{\pi(x-8)}{4}=1$. **В ответе напишите наименьший положительный корень.**

Решение:

$$t=\frac{\pi(x-8)}{4}$$
$$\sin t=1$$
$$t=\frac{\pi}{2}+2\pi k$$
$$\frac{\pi(x-8)}{4}=\frac{\pi}{2}+2\pi k\,\Big|\cdot\frac{4}{\pi}$$
$$x-8=2+8k$$
$$x=10+8k,\ k\in\mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k=-1,\quad x=10-8=2$$

Ответ: 2.

---

4. **Найдите корень уравнения** $tg\frac{\pi(x+4)}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}$. **В ответе напишите наименьший положительный корень.**

Решение:

$$t=\frac{\pi(x+4)}{6}$$
$$tgt=\frac{1}{\sqrt{3}}$$
$$t=\frac{\pi}{6}+\pi k$$
$$\frac{\pi(x+4)}{6}=\frac{\pi}{6}+\pi k\,\Big|\cdot\frac{6}{\pi}$$
$$x+4=1+6k$$
$$x=-3+6k,\ k\in\mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k=1,\quad x=-3+6=3$$

Ответ: 3.

Вариант 3

1. **Найдите корень уравнения** $\cos\frac{\pi(4x+5)}{3}=\frac{1}{2}$**. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.**

Решение:

1) $t=\frac{\pi(4x+5)}{3}$

$\cos t=\frac{1}{2}\Leftrightarrow t=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$

$\frac{\pi(4x+5)}{3}=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k\Big|\cdot\frac{3}{\pi}$

$4x+5=\pm1+6k$

$\left[\begin{array}{l}4x=1-5+6k\\4x=-1-5+6k\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}4x=-4+6k\\4x=-6+6k\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}x=-1+\frac{3}{2}k\\x=-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}k\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$

2) $k=0,\quad x_1=-1,\quad x_2=-1{,}5$

Наибольший отрицательный корень (-1)

$k=1,\quad \begin{array}{l}x_1=-1+1{,}5=0{,}5\\x_2=-1{,}5+1{,}5=0\end{array}$

Нет отрицательных корней

Ответ: -1.

---

2. **Найдите корень уравнения** $\sin\frac{\pi(4x-3)}{4}=1$**. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.**

Решение:

$t=\frac{\pi(4x-3)}{4}$

$\sin t=1$

$t=\frac{\pi}{2}+2\pi k$

$\frac{\pi(4x-3)}{4}=\frac{\pi}{2}+2\pi k\Big|\cdot\frac{4}{\pi}$

$4x-3=2+8k$

$4x=5+8k$

$x=\frac{5+8k}{4},k\in\mathbb{Z}$

Наибольший отрицательный корень:

$k=-1,\quad x=\frac{5-8}{4}=-\frac{3}{4}=-0{,}75$

Ответ: -0,75.

3. **Найдите корень уравнения** $\sin\frac{\pi\left(x+4\right)}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$**. В ответе напишите наименьший положительный корень.**

Решение:

$$t=\frac{\pi(x+4)}{3}$$

$$\sin t=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} t=-\frac{\pi}{3}+2\pi k \\ t=-\frac{2\pi}{3}+2\pi k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi(x+4)}{3}=-\frac{\pi}{3}+2\pi k\Big|\cdot\frac{3}{\pi} \\ \frac{\pi(x+4)}{3}=-\frac{2\pi}{3}+2\pi k\Big|\cdot\frac{3}{\pi} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x+4=-1+6k \\ x+4=-2+6k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=-5+6k \\ x=-6+6k \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k=1\quad \begin{array}{l} x_1=-5+6=1 \\ x_2=-6+6=0 \end{array}$$

$$x=1>0$$

Ответ: 1.

---

4. **Найдите корень уравнения** $\sin\frac{\pi\left(2x+1\right)}{6}=0,5$**. В ответе напишите наименьший положительный корень.**

Решение:

$$t=\frac{\pi(2x+1)}{6}$$

$$\sin t=\frac{1}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} t=\frac{\pi}{6}+2\pi k \\ t=\frac{5\pi}{6}+2\pi k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi(2x+1)}{6}=\frac{\pi}{6}+2\pi k\Big|\cdot\frac{6}{\pi} \\ \frac{\pi(2x+1)}{6}=\frac{5\pi}{6}+2\pi k\Big|\cdot\frac{6}{\pi} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2x+1=1+12k \\ 2x+1=5+12k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2x=12k \\ 2x=4+12k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=6k \\ x=2+6k \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k=0\quad \begin{array}{l} x_1=0 \\ x_2=2 \end{array}$$

Ответ: 2.

5. **Найдите корень уравнения** $tg\frac{\pi(2x+1)}{4}=1$. **В ответе напишите наибольший отрицательный корень.**

Решение:

$$t=\frac{\pi(2x+1)}{4}$$
$$tgt=1$$
$$t=\frac{\pi}{4}+\pi k$$
$$\frac{\pi(2x+1)}{4}=\frac{\pi}{4}+\pi k\left|\cdot\frac{4}{\pi}\right.$$
$$2x+1=1+4k$$
$$x=2k,\ k\in\mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень:

$$k=-1,\quad x=-2$$

Ответ: -2.

Вариант 4

1. **Найдите корень уравнения** $\cos\frac{\pi(8x-7)}{3}=\frac{1}{2}$. **В ответе запишите наибольший отрицательный корень.**

Решение:

1) $$\frac{\pi(8x-7)}{3}=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k\left|\cdot\frac{3}{\pi}\right.$$
$$8x-7=\pm1+6k$$
$$\left[\begin{array}{l}8x=7+1+6k\\8x=7-1+6k\end{array}\right.$$
$$\left[\begin{array}{l}8x=8+6k\\8x=6+6k\end{array}\right.$$
$$\left[\begin{array}{l}x=1+\frac{3}{4}k\\x=\frac{3}{4}+\frac{3}{4}k\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$$

2) $k=0,\quad x_1=1,\quad x_2=\frac{3}{4}$

Нет отрицательных корней

$k=-1,\quad x_1=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4},\quad x_2=\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=0$

Нет отрицательных корней

$$k=-2,\quad \begin{array}{l}x_1=1-\frac{3}{4}\cdot2=1-\frac{3}{2}=1-1,5=-0,5\\x_2=\frac{3}{4}-\frac{3}{4}\cdot2=\frac{3-6}{4}=-\frac{3}{4}=-0,75\end{array}$$

Наибольший отрицательный корень: (-0,5)

Ответ: -0,5.

2. **Найдите корень уравнения** $\sin\frac{\pi\left(2x+1\right)}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$**. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.**

Решение:

$$t=\frac{\pi(2x+1)}{4}$$

$$\sin t=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} t=\frac{\pi}{4}+2\pi k \\ t=\frac{3\pi}{4}+2\pi k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\pi(2x+1)}{4}=\frac{\pi}{4}+2\pi k\,\Big|\cdot\frac{4}{\pi} \\ \frac{\pi(2x+1)}{4}=\frac{3\pi}{4}+2\pi k\,\Big|\cdot\frac{4}{\pi} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2x+1=1+8k \\ 2x+1=3+8k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2x=8k \\ 2x=2+8k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x=4k \\ x=1+4k \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень:

$$k=-1 \qquad \begin{array}{l} x_1=-4 \\ x_2=1-4=-3 \end{array}$$

Ответ: -3.

---

3. **Найдите корень уравнения** $\sin\frac{\pi\left(8x-9\right)}{4}=-1$**. В ответе напишите наименьший положительный корень.**

Решение:

$$t=\frac{\pi(8x-9)}{4}$$

$$\sin t=-1$$

$$t=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$$

$$\frac{\pi(8x-9)}{4}=-\frac{\pi}{2}+2\pi k\,\Big|\cdot\frac{4}{\pi}$$

$$8x-9=-2+8k$$

$$8x=7+8k$$

$$x=\frac{7}{8}+k,\quad k\in\mathbb{Z}$$

Наименьший положительный корень:

$$k=0,\quad x=\frac{7}{8}=0{,}875$$

Ответ: 0,875.

4. **Найдите корень уравнения** $tg\dfrac{\pi(2x+1)}{6}=\sqrt{3}$ **. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.**

Решение:

$$t=\frac{\pi(2x+1)}{6}$$

$$tgt=\sqrt{3}$$

$$t=\frac{\pi}{3}+\pi k$$

$$\frac{\pi(2x+1)}{6}=\frac{\pi}{3}+\pi k \left| \cdot\frac{6}{\pi}\right.$$

$$2x+1=2+6k$$

$$2x=1+6k$$

$$x=\frac{1+6k}{2}, k\in\mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень:

$$k=-1,\quad x=\frac{1-6}{2}=-\frac{5}{2}=-2,5$$

Ответ: -2,5.

---

5. **Найдите корень уравнения** $tg\dfrac{\pi(x+8)}{6}=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ **. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.**

Решение:

$$t=\frac{\pi(x+8)}{6}$$

$$tgt=-\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$t=-\frac{\pi}{6}+\pi k$$

$$\frac{\pi(x+8)}{6}=-\frac{\pi}{6}+\pi k \left| \cdot\frac{6}{\pi}\right.$$

$$x+8=-1+6k$$

$$x=-9+6k,\ k\in\mathbb{Z}$$

Наибольший отрицательный корень:

$$k=0,\quad x=-9$$

$$k=1,\quad x=-9+6=-3$$

Ответ: -3

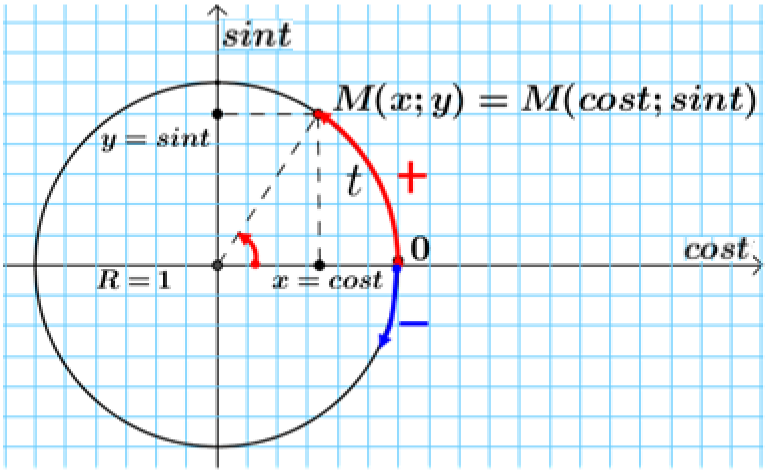
Для успешного решения простейших тригонометрических уравнений и их частных случаев воспользуемся тригонометрическим кругом. Его можно назвать «спасательным» кругом, т.к. он не даст вам утонуть в тригонометрическом океане понятий, значений, формул и т.д.

Пусть точка $M(x;y)$ *принадлежит единичной окружности, тогда*

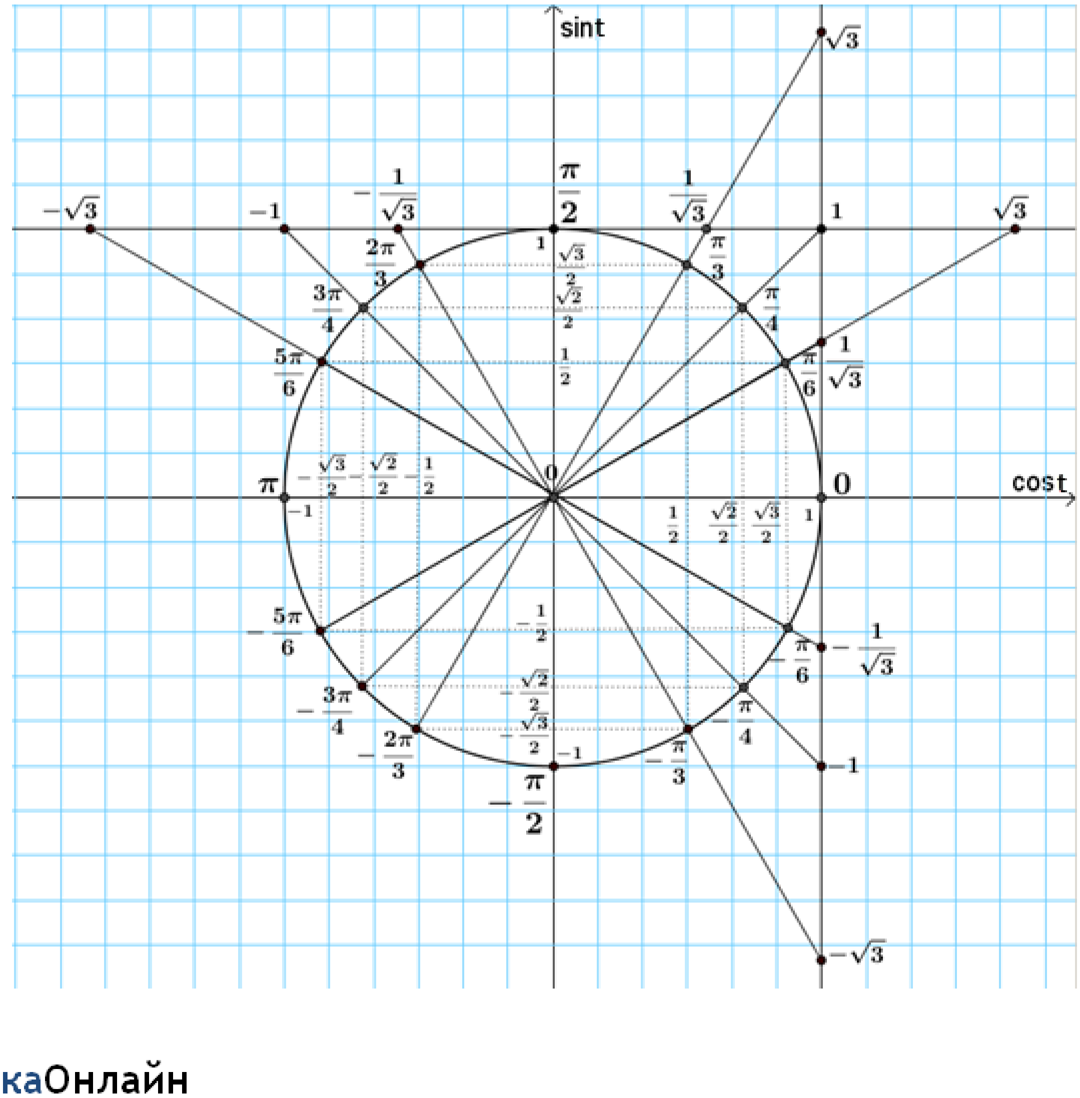
$M(x;y)=M(\cos t;\sin t)$, *где* t – *путь, пройденный по окружности от начала отсчета.*

$\cos t = x$ *(абсцисса точки единичной окружности)*

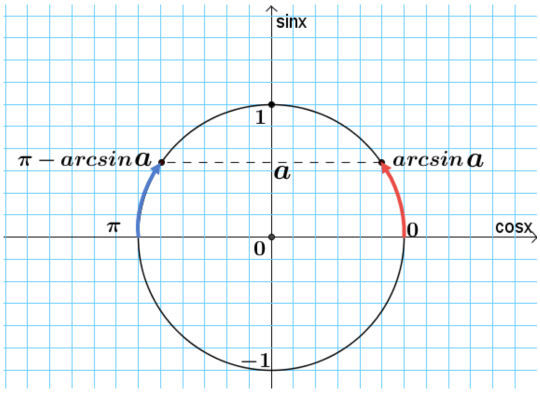
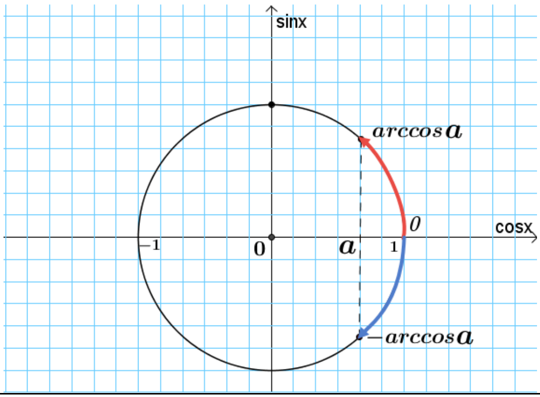
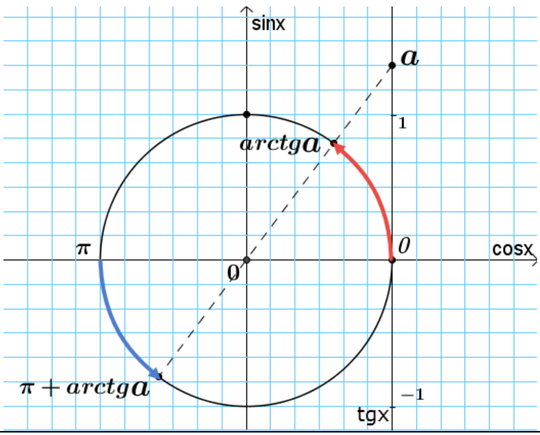
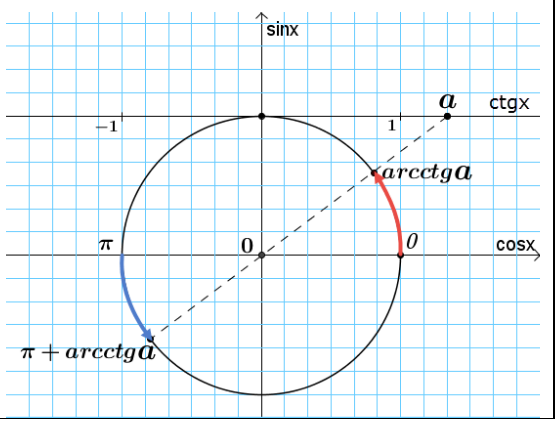
$\sin t = y$ *(ордината точки единичной окружности)*



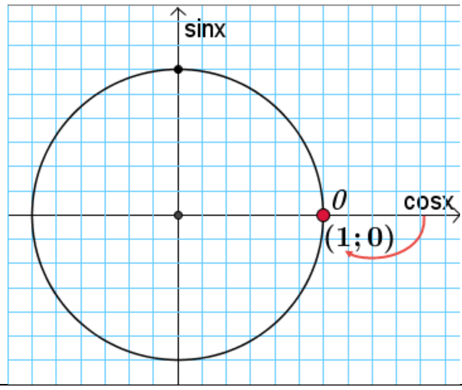
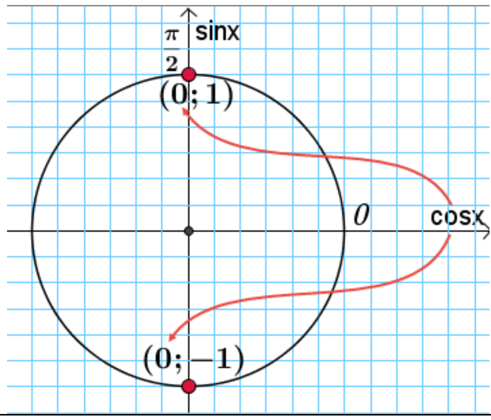
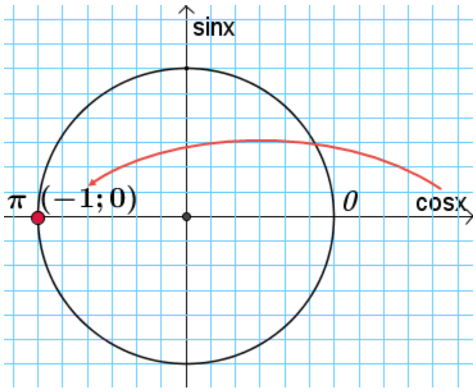
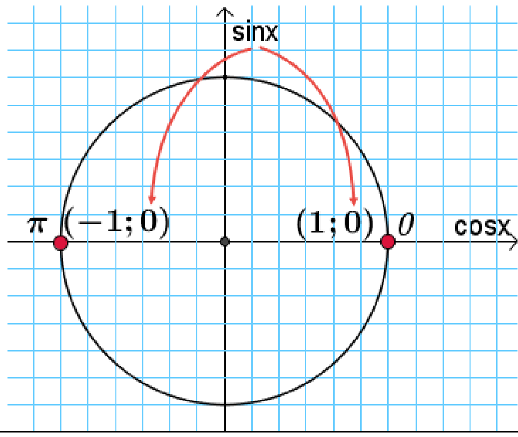
- ***Тригонометрический круг***

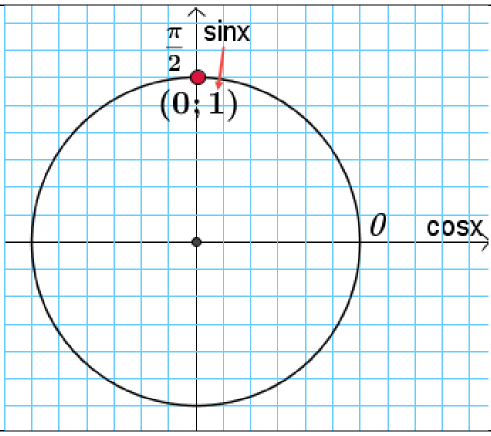


- ***Простейшие тригонометрические уравнения***

Уравнение	Формулы решений	Решение по кругу
$\sin x = a$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ \ n \in Z$ или $\left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + 2\pi k \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi k \end{array}\right.,\ \ k \in Z$ $-1 \le a \le 1$, $\arcsin(-a) = -\arcsin a$	
$\cos x = a$	$x = \pm\arccos a + 2\pi k,\ \ k \in Z$ $-1 \le a \le 1$, $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$	
$tgx = a$	$x = arctga + \pi k,\ \ k \in Z$ $a \in R$, $arctg(-a) = -arctga$	
$ctgx = a$	$x = arcctga + \pi k,\ \ k \in Z$ $a \in R$, $arcctg(-a) = \pi - arcctga$	

✓ *Частные случаи решения простейших тригонометрических уравнений*

Уравнение	Формулы решений	Решение по кругу
$\cos x = 1$ *Найдем на круге точку, абсцисса которой равна 1*	$x = 2\pi k$ *На круге одна точка с такой абсциссой, еще раз попадаем на нее через целое число кругов* $2\pi k$ *.*	
$\cos x = 0$ $(ctgx = 0)$ *Найдем на круге точки, абсциссы которых равны 0.*	$x = \dfrac{\pi}{2} + \pi k$ *На круге две точки с такой абсциссой, попадаем на них через полкруга* πk *.*	
$\cos x = -1$ *Найдем на круге точку, абсцисса которой равна -1.*	$x = \pi + 2\pi k$ *На круге одна точка с такой абсциссой, еще раз попадаем на нее через целое число кругов* $2\pi k$ *.*	
$\sin x = 0$ $(tgx = 0\ )$ *Найдем на круге точки, ординаты которых равны 0.*	$x = \pi k$ *На круге две точки с такой ординатой, попадаем на них через полкруга* πk *.*	
$\sin x = 1$		

Найдем на круге точку, ордината которой равна 1.	$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$ *На круге одна точка с такой ординатой, еще раз попадаем на нее через целое число кругов* $2\pi k$ *.*	
$\sin x=-1$ *Найдем на круге точку, ордината которой равна 1.*	$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$ *На круге одна точка с такой ординатой, еще раз попадаем на нее через целое число кругов* $2\pi k$ *.*