

Применение производной при решении задач с параметром

1. Рациональные функции
2. Тригонометрические функции
3. Показательная и логарифмическая функции

1. Рациональные функции

Примеры

№1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^3 + 4x^2 - ax + 6 = 0$ имеет единственный корень на отрезке $[-2; 2]$.

№2. Найдите все значения параметра b , при каждом из которых уравнение $x^3 + 2x^2 - x \log_2(b-1) + 4 = 0$ имеет единственное решение на отрезке $[-1; 2]$.

№3. Найти все значения параметра $a \in [-2; 3]$, при которых неравенство $ax^2 + 2(1-a)x + a - 3 < 0$ выполняется для любых $x \in [-4; 1]$.

№4. Найдите все значения параметра a , при которых все числа x из отрезка $[1; 5]$ удовлетворяют неравенству $3ax + 2\sqrt{3x+1} - 6x + a - 5 < 0$.

Тест 1. Рациональные функции

№1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^3 + 2x^2 - ax + 4 = 0$ имеет единственный корень на отрезке $[-1; 2]$.

№2. Найдите все значения параметра b , при каждом из которых уравнение $x^3 + 4x^2 - x \log_2(b-3) + 6 = 0$ имеет единственное решение на отрезке $[-2; 2]$.

№3. Найдите все значения a , для каждого из которых неравенство $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$
 а) выполняется для всех x ; б) выполняется для всех $x > 0$; в) выполняется для всех $x < 0$;
 г) выполняется для всех $-1 < x < 0$.

Ответы (тест) 1. Рациональные функции

№1	№2	№3
$a \leq -5, a = 7, a > 10$	$3 < b \leq \frac{385}{128}, b = 2051, b > 32771$	а) $a > 1$; б) $a > 1$; в) $a \geq 0$; г) $a \geq -\frac{1}{3}$

2. Тригонометрические функции

№1. Найти все значения p , при которых уравнение $4\sin x + 9 = p(1 + \operatorname{ctg}^2 x)$ имеет решение.

№2. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2\sin x + \cos x = a$ имеет ровно один корень на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

№3. Найдите все значения параметра k , при каждом из которых уравнение $\frac{1 + (2 - 2k)\sin t}{\cos t - \sin t} = 2k$ имеет хотя бы одно решение на интервале $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

№4. Найдите все значения параметра k , при каждом из которых уравнение $\frac{2 + (4 - 4k)\cos t}{4\cos t - \sin t} = 1$ не имеет решений на интервале $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$.

■ Тест 2. Тригонометрические функции

№1. Найти все значения p , при которых уравнение $8\sin^3 x = p - 7\cos 2x$ не имеет решений.

№2. Найти все значения параметра p , при которых уравнение $\cos^2 x + (p + 2)\cos x + 3p + 1 = 0$ не имеет корней.

№3. Найти все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $3\sin x + \cos x = a$ имеет ровно один корень на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

№4. Найдите все значения параметра k , при каждом из которых уравнение $\frac{2(k + 1)\cos t - k}{\sin t + \cos t} = 2$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

№5. Найдите все значения параметра k , при каждом из которых уравнение $\frac{2 - (4 - 4k)\sin t}{\cos t - 4\sin t} = 1$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $\left[-3\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

▪ **Ответы (тест)** 2. Тригонометрические функции

№1	№2	№3	№4	№5
$(-\infty; -15); (7; \infty)$	$(-\infty; -1); (0; \infty)$	$[\sqrt{2}; 2\sqrt{2}); \{\sqrt{10}\}$	$-2 \leq k < -2 + \sqrt{2},$ $-2 + \sqrt{2} < k \leq 0$	$\frac{1}{2} \leq k < 1 + \frac{\sqrt{17}}{2},$ $k > 1 + \frac{\sqrt{17}}{2}$

3. Показательная и логарифмическая функции

▪ **Примеры**

№1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{4^{-x^2} - a \cdot 2^{1-x^2} + a}{2^{1-x^2} - 1} = 3$ имеет хотя бы одно решение.

№2. Найти все значения параметра a , при которых неравенство $4^x - a \cdot 2^x - a + 3 \leq 0$ имеет хотя бы одно решение.

№3. Найдите все значения a , при которых неравенство $\frac{(3 - \cos^2 x) - a}{a + (4 \cdot 5^x + 2 \cdot 5^{-x})} \leq 0$ не имеет решений.

№4. Найдите все значения a , при которых неравенство $\frac{a - (\log_x 3 + 2\sqrt{5} \cdot \log_3 x - 6)}{(3 \cos \sqrt{x-9} - 5) - a} \leq 0$ не имеет решений.

▪ **Тест** 3. Показательная и логарифмическая функции

№1. Найдите все допустимые значения параметра a , при каждом из которых неравенство $\frac{(2^x + 5 \cdot 2^{-x}) - a}{a + 6} \leq 0$ не имеет решений.

№2. Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $\frac{x - (2^a + 2^{3-a})}{x - (\sin a - 1)} \leq 0$ выполнено хотя бы при одном x , принадлежащем промежутку $(6; 9]$.

▪ **Ответы (тест)** 3. Показательная и логарифмическая функции

№1	№2
$(-6; 2\sqrt{5})$	$(-\infty; 1); (2; \infty)$