Функции, содержащие тригонометрическое выражение

- ***Примеры***

№1. Найдите наименьшее значение функции $y = 5\cos x - 6x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

№2. Найдите наибольшее значение функции $y = 10\sin x - \frac{36}{\pi}x + 7$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6};0\right]$.

№3. Найдите наибольшее значение функции $y = 3tgx - 3x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};0\right]$.

№4. Найдите наибольшее значение функции $y = 7\cos x + 16x - 2$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

№5. Найдите наибольшее значение функции $y = 12\sin x - 6\sqrt{3}x + \sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

№6. Найдите наименьшее значение функции $y = -14x + 7tgx + \frac{7\pi}{2} + 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$.

№7. Найдите точку максимума функции $y = (2x-3)\cos x - 2\sin x + 5$, принадлежащую промежутку $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

▪ *Решение (примеры)* Функции, содержащие тригонометрическое выражение

№1. **Найдите наименьшее значение функции** $y=5\cos x-6x+4$ **на отрезке** $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Решение:

$D(y)=R$, $y'=-5\sin x-6$. Так как $-1\le\sin x\le1$, $-11\le-5\sin x-6\le-1$, то $y'<0$, значит $y(x)-$ убывает.

$\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$ $y_{наим}=y(0)=5\cos0-6\cdot0+4=5+4=9$.

Ответ: 9.

№2. **Найдите наибольшее значение функции** $y=10\sin x-\frac{36}{\pi}x+7$ **на отрезке** $\left[-\frac{5\pi}{6};0\right]$.

Решение:

$D(y)=R$, $y'=10\cos x-\frac{36}{\pi}$. Так как $\frac{36}{\pi}>11$, то $y'<0$, значит, $y(x)-$ убывает.

$\left[-\frac{5\pi}{6};0\right]$ $y_{наиб}=y\left(-\frac{5\pi}{6}\right)=10\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)-\frac{36}{\pi}\cdot\left(-\frac{5\pi}{6}\right)+7=10\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+30+7=32$.

Ответ: 32.

№3. **Найдите наибольшее значение функции** $y=3tgx-3x+5$ **на отрезке** $\left[-\frac{\pi}{4};0\right]$.

Решение:

$D(y)$: $\cos x\ne0$, $y'=\frac{3}{\cos^2 x}-3=3\left(\frac{1}{\cos^2 x}-1\right)=3\cdot tg^2x$. Так как $y'\ge0$, значит, $y(x)-$ не убывает.

$\left[-\frac{\pi}{4};0\right]$ $y_{наиб}=y(0)=3tg0-3\cdot0+5=5$.

Ответ: 5.

№4. **Найдите наибольшее значение функции** $y=7\cos x+16x-2$ **на отрезке** $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Решение:

$D(y)=R$, $y'=-7\sin x+16$. Так как $y'>0$, то $y(x)-$ возрастает.

$\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$ $y_{наиб}=y(0)=7\cos0+16\cdot0-2=7-2=5$.

Ответ: 5.

№5. **Найдите наибольшее значение функции** $y = 12\sin x - 6\sqrt{3}x + \sqrt{3}\pi + 6$ **на отрезке** $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

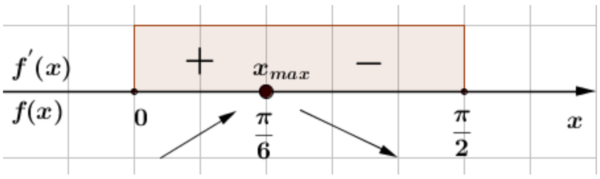
Решение:

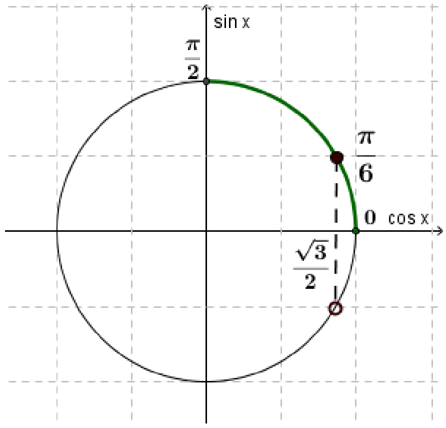
$D(y) = R$, $y' = 12\cos x - 6\sqrt{3}$.

$y' = 0$, $12\cos x - 6\sqrt{3} = 0$

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Заданному отрезку принадлежит только корень $\frac{\pi}{6}$.





$$y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 12\cos\frac{\pi}{3} - 6\sqrt{3} = 6 - 6\sqrt{3} < 0$$

$$y_{наиб} = y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 12\sin\frac{\pi}{6} - 6\sqrt{3}\cdot\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}\pi + 6 = 12$$

Ответ: 12.

№6. **Найдите наименьшее значение функции** $y = -14x + 7tgx + \frac{7\pi}{2} + 11$ **на отрезке** $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

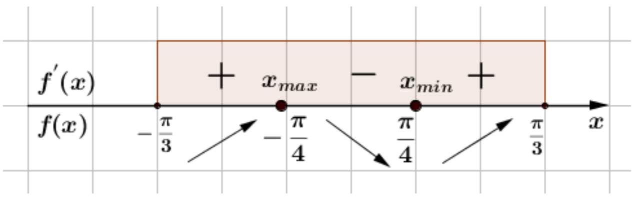
Решение:

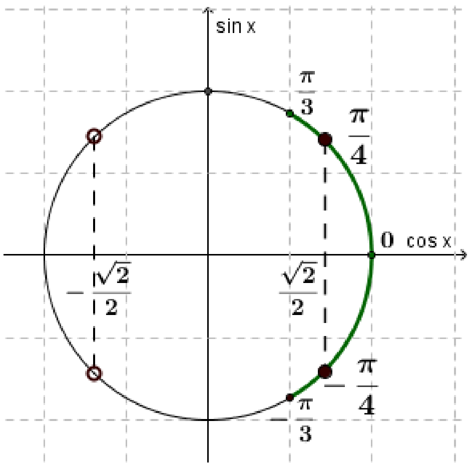
$D(y)$: $\cos x \neq 0$, $y' = -14 + \frac{7}{\cos^2 x}$.

$y' = 0$, $-14 + \frac{7}{\cos^2 x} = 0$

$$\cos x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Заданному отрезку принадлежат только корни $\pm\frac{\pi}{4}$.





$$y'(0) = -14 + \frac{7}{\cos^2 0} = -14 + 7 < 0$$

$$y\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -14\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 7\cdot tg\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{7\pi}{2} + 11$$

$$= \frac{14\pi}{3} - 7\sqrt{3} + \frac{7\pi}{2} + 11 > 18$$

$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = -14\cdot\frac{\pi}{4} + 7\cdot tg\frac{\pi}{4} + \frac{7\pi}{2} + 11 = 18$ - наименьшее.

Ответ: 18.

№7. **Найдите точку максимума функции** $y=(2x-3)\cos x-2\sin x+5$**, принадлежащую промежутку** $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$**.**

Решение:

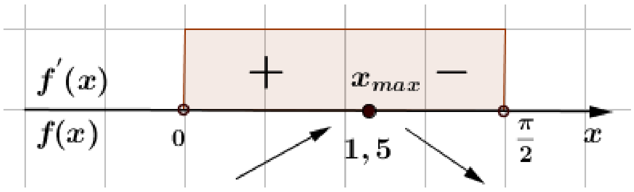
$D(y)=R$,

$y'=2\cos x-(2x-3)\sin x-2\cos x$

$y'=-(2x-3)\sin x$.

$y'=0$, $-(2x-3)\sin x=0$

На заданном интервале $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ $\sin x>0$, значит, $-(2x-3)=0 \Leftrightarrow x=1{,}5$ и этот корень принадлежит $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.



Точка максимума $x_{\max}=1{,}5$.

Ответ: 1,5.

▪ *Тест* Функции, содержащие тригонометрическое выражение

№1 Найдите наименьшее значение функции $y = 71\cos x - 73x + 49$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

№2 Найдите наибольшее значение функции $y = 12\sin x - \frac{66}{\pi}x + 14$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6};0\right]$.

№3 Найдите наибольшее значение функции $y = 14tgx - 14x + 30$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};0\right]$.

№4 Найдите наибольшее значение функции $y = 4\cos x - 20x + 7$ на отрезке $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$.

№5 Найдите наибольшее значение функции $y = 24\sqrt{3}\sin x - 12\sqrt{3}x + 4\sqrt{3}\pi + 5$ на отрезке $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

№6 Найдите наименьшее значение функции $y = -6x + 3tgx + 1{,}5\pi + 10$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$.

№7 Найдите точку максимума функции $y = (4x - 6)\cos x - 4\sin x + 10$, принадлежащую промежутку $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

▪ *Ответы (тест)* Функции, содержащие тригонометрическое выражение

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
120	***63***	***30***	***11***	***41***	***13***	***1,5***

▪ *Решение (тест)* Функции, содержащие тригонометрическое выражение

№1. **Найдите наименьшее значение функции** $y = 71\cos x - 73x + 49$ **на отрезке** $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Решение:

$D(y) = R$, $y' = -71\sin x - 73$. Так как $-1 \le \sin x \le 1$, $-144 \le -71\sin x - 73 \le -2$, то $y' < 0$, значит $y(x) -$ убывает.

$\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$ $y_{наим} = y(0) = 71\cos 0 - 73\cdot 0 + 49 = 71 + 49 = 120$. ***Ответ: 120.***

№2. **Найдите наибольшее значение функции** $y = 12\sin x - \frac{66}{\pi}x + 14$ **на отрезке** $\left[-\frac{5\pi}{6};0\right]$.

Решение:

$D(y) = R$, $y' = 12\cos x - \frac{66}{\pi}$. Так как $\frac{66}{\pi} > 21$, то $y' < 0$, значит, $y(x) -$ убывает.

$\left[-\frac{5\pi}{6};0\right]$ $y_{наиб} = y\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 12\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) - \frac{66}{\pi}\cdot\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + 14 = 12\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + 55 + 14 = 63$. ***Ответ: 63.***

№3. **Найдите наибольшее значение функции** $y = 14tgx - 14x + 30$ **на отрезке** $\left[-\frac{\pi}{4};0\right]$.

Решение:

$D(y)$: $\cos x \ne 0$, $y' = \frac{14}{\cos^2 x} - 14 = 14\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) = 14\cdot tg^2 x$. Так как $y' \ge 0$, значит, $y(x) -$ не убывает.

$\left[-\frac{\pi}{4};0\right]$ $y_{наиб} = y(0) = 14tg0 - 14\cdot 0 + 30 = 30$. ***Ответ: 30.***

№4. **Найдите наибольшее значение функции** $y = 4\cos x - 20x + 7$ **на отрезке** $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение:

$D(y) = R$, $y' = -4\sin x - 20$. Так как $y' < 0$, то $y(x) -$ убывает.

$\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$ $y_{наиб} = y(0) = 4\cos 0 - 20\cdot 0 + 7 = 4 + 7 = 11$. ***Ответ:***

11.

№5. **Найдите наибольшее значение функции** $y = 24\sqrt{3}\sin x - 12\sqrt{3}x + 4\sqrt{3}\pi + 5$ **на отрезке** $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

Решение:

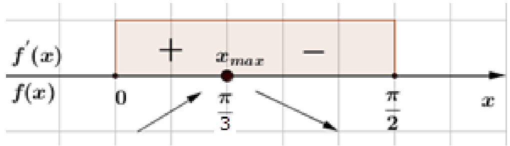
$D(y) = R$, $y' = 24\sqrt{3}\cos x - 12\sqrt{3}$.

$$y' = 0,\ 24\sqrt{3}\cos x - 12\sqrt{3} = 0,\ \cos x = \frac{1}{2}$$

Заданному отрезку принадлежит только корень $\frac{\pi}{3}$.

$$y_{наиб} = y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 24\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3} - 12\sqrt{3}\cdot\frac{\pi}{3} + 4\sqrt{3}\pi + 5 = 41$$

$$y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 24\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6} - 12\sqrt{3} = 36 - 12\sqrt{3} > 0$$



Ответ: 41.

№6. **Найдите наименьшее значение функции** $y = -6x + 3tgx + 1{,}5\pi + 10$ **на отрезке** $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$**.**

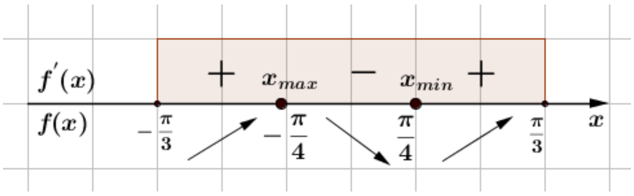
Решение:

$D(y)$: $\cos x \neq 0$, $y' = -6 + \frac{3}{\cos^2 x}$.

$$y' = 0,\ -6 + \frac{3}{\cos^2 x} = 0$$

$$\cos x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

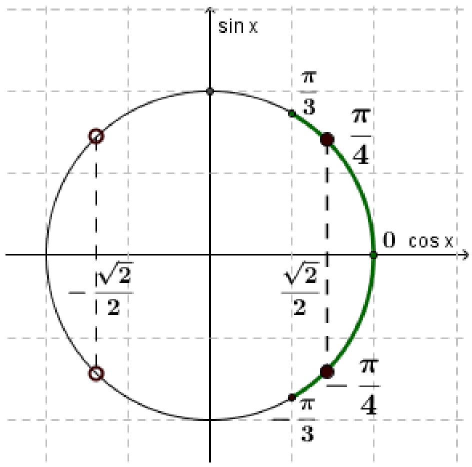
Заданному отрезку принадлежат только корни $\pm\frac{\pi}{4}$.



$$y\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -6\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 3\cdot tg\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 1{,}5\pi + 10$$

$$= 2\pi - 3\sqrt{3} + 1{,}5\pi + 10 > 15$$

$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = -6\cdot\frac{\pi}{4} + 3\cdot tg\frac{\pi}{4} + 1{,}5\pi + 10 = 13$ - наименьшее.



$$y'(0) = -6 + \frac{3}{\cos^2 0} = -6 + 3 < 0$$

Ответ: 13.

№7. **Найдите точку максимума функции** $y=(4x-6)\cos x-4\sin x+10$**, принадлежащую промежутку** $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$**.**

Решение:

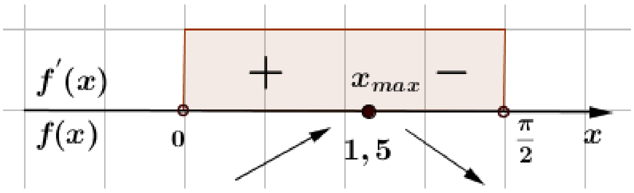
$D(y)=R$,

$y'=4\cos x-(4x-6)\sin x-4\cos x$

$y'=-(4x-6)\sin x$.

$y'=0$, $-(4x-6)\sin x=0$

На заданном интервале $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ $\sin x>0$, значит, $-(4x-6)=0 \Leftrightarrow x=1{,}5$ и этот корень принадлежит $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.



Точка максимума $x_{\max}=1{,}5$.

Ответ: 1,5.