

3. а) Решите уравнение $\log_3(2\sin^2 x) - 1 = 2\log_3 \cos x + \log_3 2$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

Решение:

а) ОДЗ: $\begin{cases} 2\sin^2 x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

- Тематические курсы/Уравнения/Комбинированные/ Логарифмические и тригонометрические
- Алгебра 11 / Логарифмические уравнения/ Логарифмические и тригонометрические
- ЕГЭ Профиль/ *Задание №13/* Комбинированные уравнения

Логарифмические уравнения, сводящиеся к тригонометрическим

1. В основании логарифма содержится выражение, не зависящее от переменной
2. В основании логарифма содержится выражение, зависящее от переменной
3. Уравнения, содержащие тригонометрическое, логарифмическое и иррациональное выражения
4. Логарифмические уравнения, сводящиеся к тригонометрическим.
 Задание 13 ЕГЭ Профиль

1. В основании логарифма содержится выражение, не зависящее от переменной

Примеры

№1. а) Решите уравнение $\log_4(\sin x + \sin 2x + 16) = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

№2. Решите уравнение $\log_{\frac{1}{2}}(2 \sin x) + \log_2(\sqrt{3} \cos x) = -1$.

№3. а) Решите уравнение $\log_3(2 \sin^2 x) - 1 = 2 \log_3 \cos x + \log_3 2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

№4. Решите уравнение $\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{31}(\sqrt{2} \cos x)} = 0$.

№5. Решите уравнение $1 + \sin^2(3\pi x) \cdot \log_{\frac{1}{2}}(5x - x^2 - 6) = \cos(6\pi x)$.

№6. Решите уравнение $\log_3(|2 \sin x| - |\cos x|) + \log_3 |\cos x| + \log_3 2 = 0$.

■ Тест 1. В основании логарифма число

Вариант 1

№1. а) Решите уравнение $\log_7(2\cos^2 x + 3\cos x - 1) = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

№2. а) Решите уравнение $4\log_2^2(\sin x) - 3\log_{0,5}(\sin^2 x) + 2 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

№3. а) Решите уравнение $2\log_2 \sin x + 1 = \log_2(\sin x + 1)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[4\pi; 5\pi]$.

№4. Решите уравнение $(2\sin^2 x + 11\sin x + 5) \cdot \log_{15}(-\cos x) = 0$.

№5. Решите уравнение $(10\cos^2 x - 7\cos x - 6) \cdot \log_8(-\sin x) = 0$.

№6. Решите уравнение $\frac{\sin x \cdot (2\sin x + 1)(\sqrt{2}\sin x - 1)}{\lg(\operatorname{tg} x)} = 0$.

Вариант 2

№1. Решите уравнение $\log_3(3\sin x) + \log_{\frac{1}{3}}(\cos x) = 1$.

№2. а) Решите уравнение $\log_4^2(\cos 2x) = \log_{\frac{1}{16}}(\cos 2x)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

№3. а) Решите уравнение $2\log_2 \cos x + 1 = \log_2(1 - \cos x)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; 3\pi]$.

№4. Решите уравнение $(2\cos^2 x + 11\cos x + 5) \cdot \log_{18}(\sin x) = 0$.

№5. Решите уравнение $(\sqrt{3}\sin x - 2\sin^2 x)\log_6(-\operatorname{tg} x) = 0$.

№6. Решите уравнение $\frac{4\sin^2 x - 3}{\ln(1 + \operatorname{tg} x)} = 0$.

▪ **Ответы (тест)** 1. В основании логарифма число

	Вариант 1	Вариант 2
№1.	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$; б) $-\frac{7\pi}{3}$.	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n$
№2.	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$ б) $-\frac{19\pi}{6}$, $-\frac{13\pi}{4}$	а) πk , $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$ б) 3π , $\frac{19\pi}{6}$, $\frac{23\pi}{6}$, 4π , $\frac{25\pi}{6}$
№3.	а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$; б) $\frac{9\pi}{2}$.	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$; б) $\frac{7\pi}{3}$.
№4.	$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $\pi + 2\pi n$	$\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
№5.	$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $-\frac{\pi}{4} + \pi m$
№6.	$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{3} + \pi n$

2. В основании логарифма содержится выражение, зависящее от переменной

▪ Примеры

№1. Решите уравнение $\log_{\cos x} \frac{4(1 - \sin x)}{3} = 2$.

№2. а) Решите уравнение $\log_{\sin x} (\sin 2x + 3 \cos^2 x + \sin^2 x) = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; \pi\right]$.

№3. Решите уравнение $\log_{\frac{\pi x}{3}} \left(2\sqrt{2} \cos^2 \left(\frac{\pi x}{3} \right) + (\sqrt{2} - 2) \cos \left(\frac{\pi x}{3} \right) \right) = 0$.

№4. Решите уравнение $\log_{\frac{6-|x-3|}{9-\pi}} (1 - \sin 2x - 2 \sin x) = \log_{\frac{6-|x-3|}{9-\pi}} (-\cos x)$.

№5. Решите уравнение $2|\sin 3x| = -\sqrt{3} \log_{\lg 3x} \frac{-2|\cos 3x| \sin 3x}{1 - \cos 6x}$.

■ Тест 2. В основании логарифма выражение с переменной

Вариант 1

№1. Решите уравнение $\log_{\sin x} \frac{5(1 - \cos x)}{4} = 2$.

№2. Решите уравнение $\log_{(-3\sin x)} (\cos 2x - 3 \cos x) = 0$.

№3. Решите уравнение $2 \sin^2 x + 3 \sin 2x = \log_{\cos x} (\cos^2 x + \sin^2 x)$.

№4. а) Решите уравнение $\log_{\sin 2x} (tgx + ctgx) = 1 - \log_{\sin 2x} 2$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0; \pi]$.

№5. а) Решите уравнение $\log_{(-tgx)} \left(tg^2 x + \sqrt{3} \cdot ctg \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) + \sqrt{3} \right) = 1$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$.

№6. Решите уравнение $\log_{\frac{7-|2x-3|}{4-\pi}} (\sin 2x + 2 \cos x + 1) = \log_{\frac{7-|2x-3|}{4-\pi}} (-\sin x)$.

Вариант 2

№1. Решите уравнение $\log_{(-2\cos x)} (3 \sin x - \cos 2x) = 0$.

№2. Решите уравнение $\log_{ctgx} (\sin 2x + ctgx \cdot \sin x + 1) = 0$.

№3. Решите уравнение $\log_{\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)} \left(\sin\left(\frac{2\pi x}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) + 1 \right) = 0$.

№4. а) Решите уравнение $\log_{(-\cos x)} (3 + 3 \cdot \sin x - \cos^2(\pi - x)) = 2$;
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$.

№5. Решите уравнение $2|\sin x| = -\sqrt{3} \log_{tgx} \frac{-2|\cos x| \sin x}{1 - \cos 2x}$.

▪ **Ответы (тест)** 2. В основании логарифма выражение с переменной

	Вариант 1	Вариант 2
№1.	$\arccos \frac{1}{4} + 2\pi n$	$\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$
№2.	$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$
№3.	$-\arctg 3 + 2\pi k$	$-\frac{1}{2} + 6n$
№4.	а) $\frac{\pi}{8} + \pi k, \frac{3\pi}{8} + \pi k$; б) $\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}$.	а) $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; б) $-\frac{5\pi}{6}$.
№5.	а) $-\frac{\pi}{3} + \pi k$; б) $-\frac{4\pi}{3}$.	$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$
№6.	$\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{3}$	

3. Уравнения, содержащие тригонометрическое, логарифмическое и иррациональное выражение

Примеры

№1. Решите уравнение $\frac{(2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1) \sqrt{1 - 2 \sin x}}{\log_{2015}(-\operatorname{tg} x)} = 0$.

№2. Решите уравнение $\sqrt{\log_{1/3}(x-2)+2} \cdot (\cos 2x - 3 \cos x - 1) = 0$.

№3. а) Решите уравнение $\sqrt{2 \cos x + 1} \cdot \log_2(2 \sin x) = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

Тест 3. Уравнения, содержащие тригонометрическое, логарифмическое и иррациональное выражения

Вариант 1

№1. Решите уравнение $\frac{(3 \sin^2 x - 2 \sin x) \sqrt{\cos x + \frac{1}{2}}}{\log_{\cos x} \left(\sin x + \frac{1}{2} \right)} = 0$.

№2. Решите уравнение $\sqrt{\log_{1/2}(x-3)+1} \cdot (\cos 2x + 7 \cos x + 4) = 0$.

№3. а) Решите уравнение $\sqrt{2 \cos \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) + 1} \cdot \log_3 \left(2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \right) = 0$;

б) Укажите корни этого уравнения из отрезка $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Вариант 2

№1. Решите уравнение $\frac{\log_5(-2 \cos x)}{\sqrt{5 \operatorname{tg} x}} = 0$.

№2. Решите уравнение $\sqrt{\log_2(x^2 - x - 5)} + \sqrt{\log_{1/3} \cos \pi x} = 0$.

№3. Решите уравнение $\sqrt{2 \sin x - 1} \cdot \log_7(-2 \cos x) = 0$.

- **Ответы (тест)** 3. Уравнения, содержащие тригонометрическое, логарифмическое и иррациональное выражения

	Вариант 1	Вариант 2
№1.	$\arcsin \frac{2}{3} + 2\pi k$	$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$
№2.	$\frac{4\pi}{3}, 5$	-2
№3.	а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{3} + 2\pi n$; б) $-\frac{13\pi}{6}, -\frac{5\pi}{3}$.	$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

4. Логарифмические уравнения, сводящиеся к тригонометрическим. Задание 13 ЕГЭ Профиль

Примеры

№1. а) Решите уравнение $\log_{13}(\cos 2x - 9\sqrt{2} \cos x - 8) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

№2. а) Решите уравнение $\log_9(3^{2x} + 5\sqrt{2} \sin x - 6 \cos^2 x - 2) = x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

№3. а) Решите уравнение $2 \log_3^2(2 \cos x) - 5 \log_3(2 \cos x) + 2 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

№4. а) Решите уравнение $\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

№5. а) Решите уравнение $\frac{3 \cos^2 x - \sin^2 x - 2}{\log_4(-\cos x)} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

№6. а) Решите уравнение $\log_2\left(\cos x - \frac{1}{2}\right) + \log_2\left(\cos x + \frac{1}{2}\right) = -1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

№7. а) Решите уравнение $5^{2(\log_2(\sin x))^2} = \frac{5}{5^{\log_2(\sin x)}}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

№8. а) Решите уравнение $(-2 \cos^2 x - 3 \sin x + 3) \log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{6} \cos x) = 0$.

б) Указать корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-5\pi; -3\pi]$.

№9. а) Решите уравнение $(2 \cos^2 x - (\sqrt{3} - 2) \cos x - \sqrt{3}) \cdot \log_5(-\sqrt{2} \sin x) = 0$.

б) Указать корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

№10. а) Решите уравнение $\log_2(\sin 2x) = \log_2(\sqrt{2} \cos x)$.

б) Указать корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

▪ **Ответы (примеры)** Логарифмические уравнения, сводящиеся к тригонометрическим
Задание 13 ЕГЭ Профиль

№1	№2	№3	№4	№5	№6
а) $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$ б) $-\frac{5\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi k$; а) $\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$ б) $-\frac{7\pi}{4}; -\frac{5\pi}{4}$	а) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k$ б) $\frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, а) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m$ б) $\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}$	а) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ б) $\frac{19\pi}{6}$	а) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k$; б) $-\frac{13\pi}{6}, -\frac{11\pi}{6}$
№7	№8	№9	№10		
а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ б) $\frac{13\pi}{6}$	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $\pm \arccos \frac{\sqrt{6}}{6} + 2\pi n$ б) $-4\pi - \arccos \frac{\sqrt{6}}{6}$, $-4\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{23\pi}{6}$, $-4\pi + \arccos \frac{\sqrt{6}}{6}$.	а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$ б) $\frac{7\pi}{4}, \frac{11\pi}{6}$.	а) $\frac{\pi}{4} + 2\pi k$ б) $\frac{\pi}{4}$.		

▪ **Тест** **Логарифмические уравнения, сводящиеся к тригонометрическим.**
Задание 13 ЕГЭ Профиль

- №1. а) Решите уравнение $\log_8(7\sqrt{3}\sin x - \cos 2x - 10) = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

- №2. а) Решите уравнение $\log_3\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin 2x + 81\right) = 4$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

- №3. а) Решите уравнение $\log_4(2^{2x} - \sqrt{3}\cos x - 6\sin^2 x) = x$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

- №4. а) Решите уравнение $2\log_3^2(2\sin x) - 7\log_3(2\sin x) + 3 = 0$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

- №5. а) Решите уравнение $\frac{\log_2^2(\cos x) + \log_2(\cos x)}{2\sin x + \sqrt{3}} = 0$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

- №6. а) Решите уравнение $\frac{2\cos^2 x - \sqrt{3}\cos x}{\log_4(\sin x)} = 0$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

- №7. а) Решите уравнение $\log_2\left(\cos x - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + \log_2\left(\cos x + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = -3$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

- №8. а) Решите уравнение $(-6\sin^2 x - 11\cos x + 10)\log_7(0,3\sin x) = 0$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

№9. а) Решите уравнение $(2 \sin^2 x - (\sqrt{3} + 2) \sin x + \sqrt{3}) \cdot \log_{\frac{2}{7}}(\sqrt{2} \cos x) = 0$.

б) Указать корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 3\pi]$.

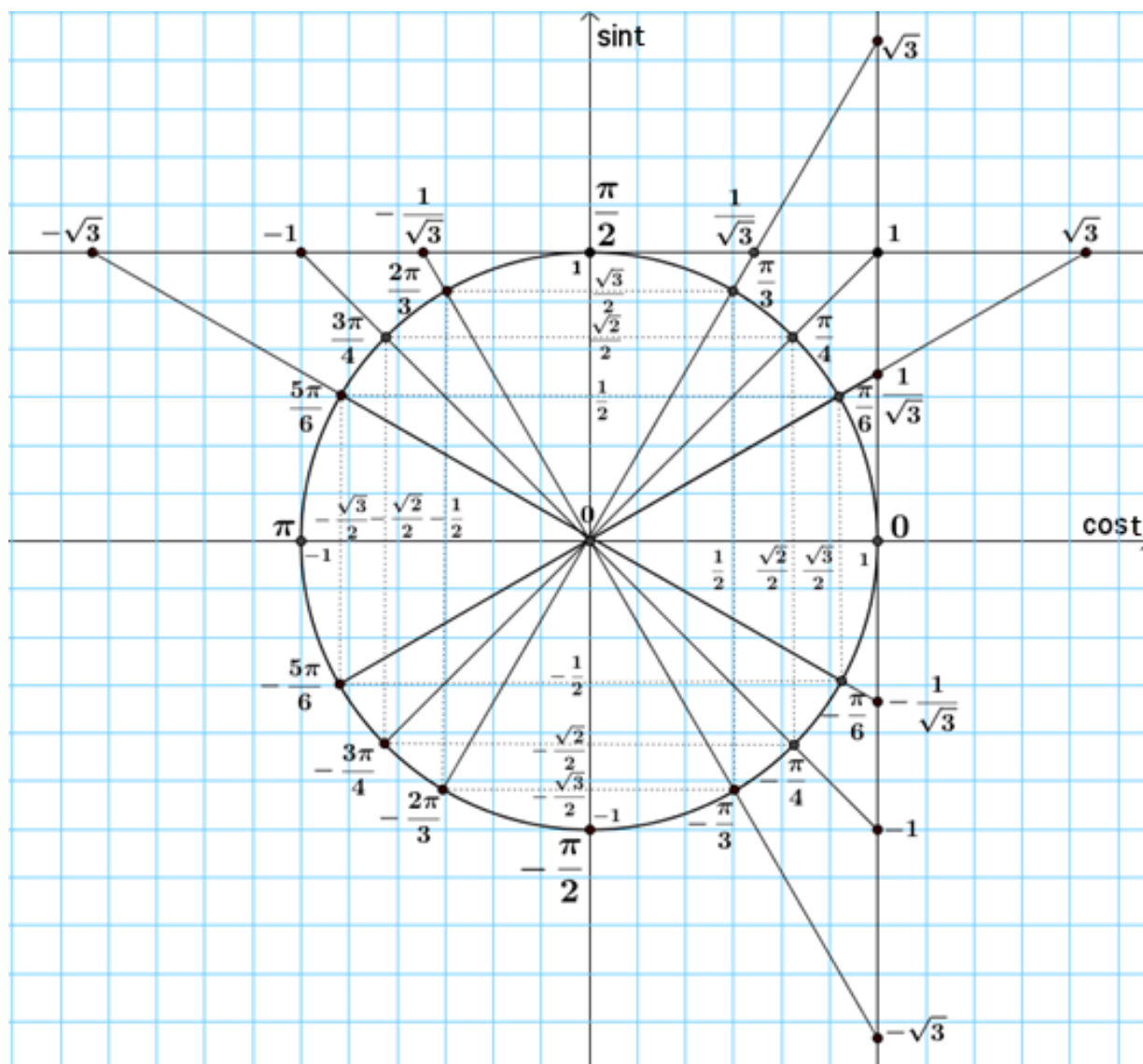
№10. а) Решите уравнение $\log_3(\sin 2x) = \log_3(\sqrt{3} \cos x)$.

б) Указать корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$.

▪ **Ответы (тест)** **Логарифмические уравнения, сводящиеся к тригонометрическим**
Задание 13 ЕГЭ Профиль

№1	№2	№3	№4	№5	№6
а) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k,$ $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ б) $\frac{7\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}$	а) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \pi k$ $-\frac{10\pi}{3}, -3\pi,$ б) $\frac{8\pi}{3}, -2\pi$	а) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ б) $\frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}$	а) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k,$ $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ б) $\frac{2\pi}{3}$	а) $2\pi k, \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ б) $0, \frac{\pi}{3}$	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi m$ б) $-\frac{11\pi}{6}$
№7	№8	№9	№10		
а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ б) $\frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$	а) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k$ б) $-\frac{5\pi}{3}$	а) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k,$ $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n$ б) $\frac{7\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}, \frac{7\pi}{3}$	а) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k$ б) $-\frac{5\pi}{3}$		

✓ Тригонометрическая окружность



✓ Основные тригонометрические формулы

1. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
2. $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
3. $\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
4. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$
5. $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$
6. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$
7. $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$
8. $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$
9. $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$
10. $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$
11. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
12. $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$
13. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$
14. $1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$
15. $1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$
16. $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$
17. $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$
18. $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$
19. $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
20. $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
21. $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$
22. $\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$
23. $\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$
24. $\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$
25. $\left| \cos \frac{\alpha}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$
26. $\left| \sin \frac{\alpha}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$
27. $\left| \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$
28. $\sin 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$
29. $\cos 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$
30. $a \cdot \cos x + b \cdot \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi), \sin \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \cos \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

- ✓ Уравнение вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ называют *логарифмическим*, где $a > 0, a \neq 1$ и $f(x) > 0, g(x) > 0$

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \text{ и } a > 0, a \neq 1$$

✓ *Свойства логарифмов*

1. $a^c = b \Leftrightarrow c = \log_a b$ ($b > 0, a > 0, a \neq 1$) 2. $a^{\log_a b} = b$, $b > 0$ 3. $\log_a a = 1$ 4. $\log_a 1 = 0$

5. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
($x > 0, y > 0, a > 0, a \neq 1$)

5.1. $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$
($x \neq 0, y \neq 0, xy > 0, a > 0, a \neq 1$)

6. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
($x > 0, y > 0, a > 0, a \neq 1$)

6.1. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a |x| - \log_a |y|$
($x \neq 0, y \neq 0, xy > 0, a > 0, a \neq 1$)

7. $\log_a (x^k) = k \log_a x$
($x > 0, a > 0, a \neq 1$)

7.1. $\log_a (x^{2k}) = 2k \log_a |x|$
($x \neq 0, a > 0, a \neq 1$)

8. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
 $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$

8.1 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ или $\log_c b = \log_c a \cdot \log_a b$
($a > 0, b > 0, c > 0, a \neq 1, c \neq 1$)

Определение: Областью определения уравнения $f(x) = g(x)$ или областью допустимых значений переменной (ОДЗ) называют множество тех значений переменной x , при которых одновременно имеют смысл выражения $f(x)$ и $g(x)$.

- ✓ Наиболее часто встречающиеся действия, приводящие к расширению области определения уравнения:
- 1) Освобождение в процессе решения уравнения от знаменателей, содержащих переменную величину;
 - 2) Освобождение в процессе решения уравнения от знаков корней четной степени;
 - 3) Освобождение в процессе решения от знаков логарифма
- ✓ Ограничений для переменной, входящей в выражение не так много - их всего пять и можно запомнить, разместив на пальцах ладони.

