

№2

$$6^{4x-10} = \frac{1}{36}$$

Решение:

$$6^{4x-10} = 6^{-2}$$
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Открытый банк задач ЕГЭ по  
Математике

<https://prof.mathege.ru/>

Примеры с решением

Тесты с ответами

## Тема 9. Показательная функция

### Задания 6, 7, 9, 11

#### Содержание сборника:

1. Задание 7. Свойства степеней с произвольным действительным показателем	2
2. Задание 6. Простейшие показательные уравнения	7
3. Задание 9. Прикладные задачи. Показательные уравнения или неравенства	10
4. Задание 11. График показательной функции	13
Справочный материал	17

# 1. Свойства степеней с произвольным действительным показателем

## Задание 7

### Примеры

Найдите значение выражения:

№1.	$121^{0,16} \cdot 11^{1,68}$	№2.	$35^{7,2} \cdot 7^{-6,2} : 5^{4,2}$
№3.	$\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}}$	№4.	$\frac{4^{4,3} \cdot 7^{3,3}}{28^{2,3}}$
№5.	$9^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{1}{3}}$	№6.	$0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}}$
№7.	$\frac{\left(2^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9}$	№8.	$a^{1,72} \cdot a^{0,04} \cdot a^{0,24}$ при $a = 14$
№9.	$\frac{a^{8,8}}{a^{6,8}}$ при $a = 0,6$	№10.	$\frac{a^{3,31}}{a^{1,48} \cdot a^{1,83}}$ при $a = \frac{1}{3}$
№11.	$\frac{a^{5,58} \cdot a^{2,9}}{a^{6,48}}$ при $a = 7$	№12.	$\frac{(289b)^{1,5} \cdot b^{2,3}}{b^{3,8}}$ при $b > 0$
№13.	$\frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{4}} \cdot n^{\frac{1}{12}}}$ при $n = 81$	№14.	$\frac{60n^{\frac{1}{18}}}{n^{\frac{1}{27}} \cdot n^{\frac{1}{54}}}$ при $n > 0$
№15.	$b^{\frac{1}{4}} \cdot \left(b^{\frac{1}{4}}\right)^3$ при $b = 7$	№16.	$8^{\sqrt{8}+6} \cdot 8^{-5-\sqrt{8}}$
№17.	$25^{2\sqrt{8}+3} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}}$	№18.	$\frac{10^{\sqrt{6}+1}}{0,1^{-\sqrt{6}}}$
№19.	$\frac{8^{\sqrt{\pi}} \cdot 2^{\sqrt{\pi}}}{16^{\sqrt{\pi}-2}}$	№20.	$7^{2\sqrt{5}-2} \cdot 7^{2-3\sqrt{5}} : 7^{-\sqrt{5}-1}$
№21.	$\frac{b^{10\sqrt{7}+3}}{\left(b^{\sqrt{7}}\right)^{10}}$ при $b = 0,5$	№22.	$\frac{\left(b^{\sqrt{2}}\right)^{3\sqrt{2}}}{b^7}$ при $b = 8$
№23.	$x \cdot 5^{4x-1} \cdot 25^{-2x}$ при $x = 0,1$	№24.	$2^{2x+3} : 4^x : x$ при $x = \frac{1}{7}$
№25.	$\frac{g(x-8)}{g(x-10)}$ , если $g(x) = 2^x$	№26.	$\frac{(36a)^{3,5}}{a^3 \sqrt{a}}$ при $a > 0$
№27.	$\frac{(16a)^{2,5}}{a^2 \sqrt{a}}$ при $a = \frac{\sqrt{7}}{6}$		

### Решение (примеры)

$$\text{№1. } 121^{0,16} \cdot 11^{1,68} = (11^2)^{0,16} \cdot 11^{1,68} = 11^{0,32+1,68} = 11^2 = 121$$

$$\text{№2. } 35^{7,2} \cdot 7^{-6,2} : 5^{4,2} = \frac{(5 \cdot 7)^{7,2} \cdot 7^{-6,2}}{5^{4,2}} = \frac{5^{7,2} \cdot 7^{7,2} \cdot 7^{-6,2}}{5^{4,2}} = 5^{7,2-4,2} \cdot 7^{7,2-6,2} = 5^3 \cdot 7 = 125 \cdot 7 = 875$$

$$\text{№3. } \frac{3^{6,5}}{9^{2,25}} = \frac{3^{6,5}}{(3^2)^{2,25}} = \frac{3^{6,5}}{3^{4,5}} = 3^2 = 9$$

$$\text{№4. } \frac{4^{4,3} \cdot 7^{3,3}}{28^{2,3}} = \frac{4^{4,3} \cdot 7^{3,3}}{(4 \cdot 7)^{2,3}} = \frac{4^{4,3} \cdot 7^{3,3}}{4^{2,3} \cdot 7^{2,3}} = 4^2 \cdot 7 = 16 \cdot 7 = 112$$

$$\text{№5. } 9^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{1}{3}} = 9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{2}{3}} = 9^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = 9^1 = 9$$

$$\text{№6. } 0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot (5 \cdot 4)^{\frac{6}{7}} = \frac{4^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 5^{\frac{6}{7}} \cdot 4^{\frac{6}{7}}}{5^{\frac{1}{7}}} = 4^{\frac{1}{7} + \frac{6}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7} + \frac{6}{7} - \frac{1}{7}} = 4 \cdot 5 = 20$$

$$\text{№7. } \frac{\left(2^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9} = \frac{\left(2^{\frac{3}{5}}\right)^{15} \cdot \left(5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{(2 \cdot 5)^9} = \frac{2^9 \cdot 5^{10}}{2^9 \cdot 5^9} = 5$$

$$\text{№8. } a^{1,72} \cdot a^{0,04} \cdot a^{0,24} = a^{1,72+0,04+0,24} = a^2 = 14^2 = 196 \text{ при } a = 14$$

$$\text{№9. } \frac{a^{8,8}}{a^{6,8}} = a^{8,8-6,8} = a^2 = 0,6^2 = 0,36 \text{ при } a = 0,6$$

$$\text{№10. } \frac{a^{3,31}}{a^{1,48} \cdot a^{1,83}} = \frac{a^{3,31}}{a^{3,31}} = a^0 = 1 \text{ при } a = \frac{1}{3}$$

$$\text{№11. } \frac{a^{5,58} \cdot a^{2,9}}{a^{6,48}} = a^{5,58-6,48+2,9} = a^{-0,9+2,9} = a^2 = 7^2 = 49 \text{ при } a = 7$$

$$\text{№12. } \frac{(289b)^{1,5} \cdot b^{2,3}}{b^{3,8}} = (17^2 b)^{1,5} \cdot b^{2,3-3,8} = 17^{2 \cdot 1,5} \cdot b^{1,5} \cdot b^{-1,5} = 17^3 = 4913 \text{ при } b > 0$$

$$\text{№13. } \frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{4}} \cdot n^{\frac{1}{12}}} = n^{\frac{5}{6} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}} = n^{\frac{10-3-1}{12}} = n^{\frac{6}{12}} = n^{\frac{1}{2}} = 81^{\frac{1}{2}} = (9^2)^{\frac{1}{2}} = 9 \text{ при } n = 81$$

$$\text{№14. } \frac{60n^{\frac{1}{18}}}{n^{\frac{1}{27}} \cdot n^{\frac{1}{54}}} = 60 \cdot n^{\frac{1}{18} - \frac{1}{27} - \frac{1}{54}} = 60 \cdot n^{\frac{3-2-1}{54}} = 60 \cdot n^0 = 60 \text{ при } n > 0$$

$$\text{№15. } b^{\frac{1}{4}} \cdot \left(b^{\frac{1}{4}}\right)^3 = b^{\frac{1}{4}} \cdot b^{\frac{3}{4}} = b^{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = b = 7 \text{ при } b = 7$$

$$\text{№16. } 8^{\sqrt{8}+6} \cdot 8^{-5-\sqrt{8}} = 8^{\sqrt{8}+6+(-5-\sqrt{8})} = 8$$

$$\text{№17. } 25^{2\sqrt{8}+3} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}} = (5^2)^{2\sqrt{8}+3} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}} = 5^{4\sqrt{8}+6-3-4\sqrt{8}} = 5^3 = 125$$

$$\text{№18. } \frac{10^{\sqrt{6}+1}}{0,1^{-\sqrt{6}}} = \frac{10^{\sqrt{6}+1}}{(10^{-1})^{-\sqrt{6}}} = \frac{10^{\sqrt{6}+1}}{10^{\sqrt{6}}} = 10^{\sqrt{6}+1-\sqrt{6}} = 10$$

$$\text{№19. } \frac{8^{\sqrt{\pi}} \cdot 2^{\sqrt{\pi}}}{16^{\sqrt{\pi}-2}} = \frac{(8 \cdot 2)^{\sqrt{\pi}}}{16^{\sqrt{\pi}-2}} = \frac{16^{\sqrt{\pi}}}{16^{\sqrt{\pi}-2}} = 16^{\sqrt{\pi} - (\sqrt{\pi}-2)} = 16^2 = 256$$

$$\text{№20. } 7^{2\sqrt{5}-2} \cdot 7^{2-3\sqrt{5}} : 7^{-\sqrt{5}-1} = 7^{2\sqrt{5}-2+2-3\sqrt{5}-(-\sqrt{5}-1)} = 7^{-\sqrt{5}+\sqrt{5}+1} = 7$$

$$\text{№21. } \frac{b^{10\sqrt{7}+3}}{(b^{\sqrt{7}})^{10}} = \frac{b^{10\sqrt{7}+3}}{b^{10\sqrt{7}}} = b^{10\sqrt{7}+3-10\sqrt{7}} = b^3 = (0,5)^3 = 0,125 \text{ при } b = 0,5$$

$$\text{№22. } \frac{(b^{\sqrt{2}})^{3\sqrt{2}}}{b^7} = \frac{b^{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}}{b^7} = b^{6-7} = b^{-1} = 8^{-1} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ при } b = 8$$

$$\text{№23. } x \cdot 5^{4x-1} \cdot 25^{-2x} = x \cdot 5^{4x-1} \cdot (5^2)^{-2x} = x \cdot 5^{4x-1} \cdot 5^{-4x} = x \cdot 5^{4x-1-4x} = x \cdot 5^{-1} = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02 \text{ при } x = 0,1$$

$$\text{№24. } 2^{2x+3} : 4^x : x = 2^{2x+3} : 2^{2x} : x = 2^{2x+3-2x} : x = 2^3 : x = 8 : \frac{1}{7} = 8 \cdot 7 = 56 \text{ при } x = \frac{1}{7}$$

$$\text{№25. } \frac{g(x-8)}{g(x-10)} = \frac{2^{x-8}}{2^{x-10}} = 2^{x-8-(x-10)} = 2^2 = 4, \text{ если } g(x) = 2^x$$

$$\text{№26. } \frac{(36a)^{3,5}}{a^3 \sqrt{a}} = \frac{(6^2)^{3,5} \cdot a^{3,5}}{a^3 \cdot a^{\frac{1}{2}}} = \frac{6^7 \cdot a^{3,5}}{a^{3,5}} = 279936 \text{ при } a > 0$$

$$\text{№27. } \frac{(16a)^{2,5}}{a^2 \sqrt{a}} = \frac{(4^2)^{2,5} \cdot a^{2,5}}{a^2 \cdot a^{\frac{1}{2}}} = \frac{4^5 \cdot a^{2,5}}{a^{2,5}} = 2^{10} = 1024 \quad \text{при } a = \frac{\sqrt{7}}{6}$$

■ Тест 1. Свойства степеней с произвольным действительным показателем

Вариант 1

Вариант 2

Найдите значение выражения:

- №1.  $3^{0,01} \cdot 27^{0,33}$   
 №2.  $12^{3,2} \cdot 6^{-2,2} : 2^{2,2}$   
 №3.  $\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}}$   
 №4.  $\frac{2^{4,2} \cdot 6^{7,2}}{12^{6,2}}$   
 №5.  $5^{\frac{2}{9}} \cdot 25^{\frac{7}{18}}$   
 №6.  $2,5^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 10^{\frac{2}{3}}$   
 №7.  $\frac{\left(3^{\frac{4}{7}} \cdot 2^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{6^{12}}$   
 №8.  $a^{0,54} \cdot a^{0,91} \cdot a^{0,55}$  при  $a = 3$   
 №9.  $\frac{a^{3,7}}{a^{1,2}}$  при  $a = 4$   
 №10.  $\frac{a^{6,91}}{a^{3,1} \cdot a^{3,81}}$  при  $a = \frac{1}{6}$   
 №11.  $\frac{a^{4,69} \cdot a^{2,18}}{a^{4,87}}$  при  $a = 23$   
 №12.  $\frac{42n^{\frac{1}{6}}}{n^{\frac{1}{15}} \cdot n^{\frac{1}{10}}}$  при  $n > 0$   
 №13.  $\frac{(4b)^{2,5} \cdot b^{0,8}}{b^{3,3}}$  при  $b > 0$   
 №14.  $\frac{n^{\frac{7}{10}}}{n^{\frac{1}{6}} \cdot n^{\frac{1}{30}}}$  при  $n = 36$   
 №15.  $b^{\frac{2}{7}} \cdot \left(b^{\frac{6}{7}}\right)^2$  при  $b = 2$   
 №16.  $9^{\sqrt{11}+6} \cdot 9^{-3-\sqrt{11}}$   
 №17.  $3^{2\sqrt{2}+1} \cdot 9^{2-\sqrt{2}}$   
 №18.  $\frac{2^{\sqrt{11}+1}}{0,5^{-\sqrt{11}}}$   
 №19.  $\frac{5^{\sqrt{6}} \cdot 2^{\sqrt{6}}}{10^{\sqrt{6}-2}}$   
 №20.  $2^{3\sqrt{3}-1} \cdot 2^{1+2\sqrt{3}} : 2^{5\sqrt{3}-1}$

- №1.  $7^{0,26} \cdot 49^{0,37}$   
 №2.  $21^{0,6} \cdot 7^{1,4} : 3^{-0,4}$   
 №3.  $\frac{8^{6,5}}{64^{2,25}}$   
 №4.  $\frac{4^{1,4} \cdot 5^{3,4}}{20^{2,4}}$   
 №5.  $8^{\frac{4}{5}} \cdot 64^{\frac{1}{10}}$   
 №6.  $0,12^{\frac{1}{9}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \cdot 15^{\frac{8}{9}}$   
 №7.  $\frac{\left(5^{\frac{4}{7}} \cdot 9^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{45^{12}}$   
 №8.  $a^{0,67} \cdot a^{0,56} \cdot a^{0,77}$  при  $a = 23$   
 №9.  $\frac{a^{1,9}}{a^{3,9}}$  при  $a = 10$   
 №10.  $\frac{a^{4,73}}{a^{2,12} \cdot a^{2,61}}$  при  $a = \frac{5}{8}$   
 №11.  $\frac{a^{5,69} \cdot a^3}{a^{6,69}}$  при  $a = 10$   
 №12.  $\frac{13n^{\frac{1}{15}}}{n^{\frac{1}{40}} \cdot n^{\frac{1}{24}}}$  при  $n > 0$   
 №13.  $\frac{(256b)^{1,5} \cdot b^{2,2}}{b^{3,7}}$  при  $b > 0$   
 №14.  $\frac{n^{\frac{1}{2}}}{n^{\frac{1}{4}} \cdot n^{\frac{1}{12}}}$  при  $n = 64$   
 №15.  $b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{9}{10}}\right)^2$  при  $b = 8$   
 №16.  $4^{\sqrt{2}+2} \cdot 4^{2-\sqrt{2}}$   
 №17.  $64^{\sqrt{5}+1} \cdot 8^{-1-2\sqrt{5}}$   
 №18.  $\frac{0,5^{\sqrt{8}+1}}{2^{-\sqrt{8}}}$   
 №19.  $\frac{6^{\sqrt{5}} \cdot 2^{\sqrt{5}}}{12^{\sqrt{5}-2}}$   
 №20.  $5^{4\sqrt{5}+3} \cdot 5^{1+2\sqrt{5}} : 5^{6\sqrt{5}+3}$

$$\text{№21. } \frac{b^{6\sqrt{2}+1}}{(b^{\sqrt{2}})^6} \text{ при } b = 0,5$$

$$\text{№22. } \frac{(b^{\sqrt{3}})^{6\sqrt{3}}}{b^{15}} \text{ при } b = 0,5$$

$$\text{№23. } x \cdot 2^{-4x-2} \cdot 4^{2x} \text{ при } x = 2$$

$$\text{№24. } 5^{3x+1} : 125^x : x \text{ при } x = \frac{1}{13}$$

$$\text{№25. } \frac{g(x+2)}{g(x+4)}, \text{ если } g(x) = 10^x$$

$$\text{№26. } \frac{(49a)^{2,5}}{a^2\sqrt{a}} \text{ при } a > 0$$

$$\text{№21. } \frac{b^{4\sqrt{8}+3}}{(b^{\sqrt{8}})^4} \text{ при } b = 2$$

$$\text{№22. } \frac{(b^{\sqrt{2}})^{3\sqrt{2}}}{b^4} \text{ при } b = 0,5$$

$$\text{№23. } x \cdot 4^{-6x+3} \cdot 64^{2x} \text{ при } x = 5$$

$$\text{№24. } 8^{2x+1} : 64^x : x \text{ при } x = \frac{1}{20}$$

$$\text{№25. } \frac{g(x-5)}{g(x-4)}, \text{ если } g(x) = 10^x$$

$$\text{№26. } \frac{(169a)^{1,5}}{a\sqrt{a}} \text{ при } a > 0$$

## ▪ Ответы (тест)

### 1. Свойства степеней

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12
Вар.1	3	12	49	1,5	5	10	4	9	32	1	529	42
Вар.2	7	147	64	1,25	8	15	81	529	0,01	1	100	13

	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20	№21	№22	№23	№24
Вар.1	32	6	4	729	243	2	100	2	0,5	0,125	0,5	65
Вар.2	4096	2	64	256	8	0,5	144	5	8	0,25	320	160

	№25	№26
Вар.1	0,01	16807
Вар.2	0,1	2197

## 2. Простейшие показательные уравнения

### Задание 6

#### Примеры

Решите уравнения:

№1

$$8^{-2-x} = 512$$

№2

$$6^{4x-10} = \frac{1}{36}$$

№3

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-14} = \frac{1}{64}$$

№4

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{1-x} = 216$$

№5

$$36^{x-7} = \frac{1}{6}$$

№6

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x+4} = 256^x$$

№7

$$5^{3+x} = 125^{2x}$$

№8

$$9^{5+2x} = 0,81 \cdot 10^{5+2x}$$

▪ **Решение (примеры)**

**2. Простейшие показательные уравнения**

№1

$$8^{-2-x} = 512$$

$$(2^3)^{-2-x} = 2^9$$

$$2^{3(-2-x)} = 2^9$$

$$3(-2-x) = 9$$

$$-6 - 3x = 9$$

$$-3x = 9 + 6$$

$$-3x = 15$$

$$x = 15 : (-3)$$

$$\underline{x = -5}$$

Ответ: -5.

№2

$$6^{4x-10} = \frac{1}{36}$$

$$6^{4x-10} = 6^{-2}$$

$$4x - 10 = -2$$

$$4x = -2 + 10$$

$$4x = 8$$

$$\underline{x = 2}$$

Ответ: 2.

№3

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-14} = \frac{1}{64}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-14} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$4x - 14 = 6$$

$$4x = 6 + 14$$

$$4x = 20$$

$$\underline{x = 5}$$

Ответ: 5.

№4

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{1-x} = 216$$

$$(6^{-1})^{1-x} = 6^3$$

$$6^{-1+x} = 6^3$$

$$-1 + x = 3$$

$$x = 3 + 1$$

$$\underline{x = 4}$$

Ответ: 4.

№5

$$36^{x-7} = \frac{1}{6}$$

$$(6^2)^{x-7} = 6^{-1}$$

$$6^{2(x-7)} = 6^{-1}$$

$$2(x-7) = -1$$

$$2x - 14 = -1$$

$$2x = -1 + 14$$

$$2x = 13$$

$$\underline{x = 6,5}$$

Ответ: 6,5.

№6

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x+4} = 256^x$$

$$(4^{-1})^{x+4} = 4^{4x}$$

$$4^{-x-4} = 4^{4x}$$

$$-x - 4 = 4x$$

$$-4 = 4x + x$$

$$5x = -4$$

$$x = -\frac{4}{5}$$

$$\underline{x = -0,8}$$

Ответ: -0,8.

№7

$$5^{3+x} = 125^{2x}$$

$$5^{3+x} = 5^{3 \cdot 2x}$$

$$3 + x = 6x$$

$$3 = 6x - x$$

$$5x = 3$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$\underline{x = 0,6}$$

Ответ: 0,6.

№8

$$9^{5+2x} = 0,81 \cdot 10^{5+2x}$$

$$\frac{9^{5+2x}}{10^{5+2x}} = 0,81$$

$$\left(\frac{9}{10}\right)^{5+2x} = 0,9^2$$

$$(0,9)^{5+2x} = 0,9^2$$

$$5 + 2x = 2$$

$$2x = 2 - 5$$

$$2x = -3$$

$$\underline{x = -1,5}$$

Ответ: -1,5.



▪ **Тест** 2. Простейшие показательные уравнения

**Вариант 1**

Решите уравнения:

№1.  $4^{-1-x} = 64$

№2.  $5^{-3-x} = 125$

№3.  $3^{3x-7} = \frac{1}{81}$

№4.  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-5} = 81^x$

№5.  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-7} = \frac{1}{81}$

№6.  $7^{1-x} = 49^{2x}$

№7.  $\left(\frac{1}{9}\right)^{-2-x} = 9$

№8.  $7^{1-2x} = 3,5 \cdot 2^{1-2x}$

№9.  $7^{3-x} = 1,96 \cdot 5^{3-x}$

**Вариант 2**

Решите уравнения:

№1.  $32^{x-3} = \frac{1}{2}$

№2.  $49^{x-7} = \frac{1}{7}$

№3.  $\left(\frac{1}{14}\right)^{x-3} = 14^x$

№4.  $7^{3x-14} = \frac{1}{49}$

№5.  $4^{7+2x} = 64^x$

№6.  $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-6} = \frac{1}{64}$

№7.  $\left(\frac{1}{9}\right)^{-5-x} = 729$

№8.  $3^{1-3x} = 1,5 \cdot 2^{1-3x}$

№9.  $5^{3+x} = 6,25 \cdot 2^{3+x}$

▪ **Ответы (тест)** 2. Простейшие показательные уравнения

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9
Вар.1	-4	-6	1	1	11	0,2	-1	0	1
Вар.2	2,8	6,5	1,5	4	7	9	-2	0	-1

### 3. Прикладные задачи. Показательные уравнения или неравенства.

#### Задание 9

##### Примеры

- №1. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  – начальная масса изотопа,  $t$  – время, прошедшее от начального момента,  $T$  – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 40 мг. Период его полураспада составляет 10 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг.
- 
- №2. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 2 \cdot 10^2 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$ , где  $p$  – давление в газе в паскалях,  $V$  – объём газа в кубических метрах,  $k = \frac{5}{3}$ . Найдите, какой объём  $V$  (в куб. м) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $6,25 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .
- 
- №3. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = \text{const}$ , где  $p$  (Па) – давление в газе,  $V$  – объём газа в кубических метрах,  $a$  – положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  уменьшение вчетверо объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 8 раз?
- 
- №4. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  – давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях,  $V_1$  и  $V_2$  – объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 268,8 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

## Решение (примеры)

## 3. Прикладные задачи

№1. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  – начальная масса изотопа,  $t$  – время, прошедшее от начального момента,  $T$  – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 40 мг. Период его полураспада составляет 10 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг.

Решение:

$$m_0 = 40, \quad T = 10, \quad m = 5$$

$$5 = 40 \cdot 2^{-\frac{t}{10}}, \quad 2^{-3} = 2^{-\frac{t}{10}}, \quad -3 = -\frac{t}{10}, \quad t = 30$$

Ответ: 30.

№2. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 2 \cdot 10^2 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$ , где  $p$  – давление в газе в паскалях,  $V$  – объём газа в кубических метрах,  $k = \frac{5}{3}$ . Найдите, какой объём  $V$  (в куб. м) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $6,25 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

Решение:

$$6,25 \cdot 10^5 \cdot V^{\frac{5}{3}} = 2 \cdot 10^2, \quad 625 \cdot 10 \cdot V^{\frac{5}{3}} = 2, \quad V^{\frac{5}{3}} = \frac{1}{5^5} \uparrow^{\frac{3}{5}}, \quad V = \frac{1}{125} = 0,008$$

Ответ: 0,008.

№3. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = \text{const}$ , где  $p$  (Па) – давление в газе,  $V$  – объём газа в кубических метрах,  $a$  – положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  уменьшение вчетверо объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 8 раз?

Решение:

Пусть  $p_1$  и  $V_1$  – начальные значения,  $p_2$  и  $V_2$  – конечные значения давления и объёма газа.

По условию  $\frac{V_1}{V_2} = 4$ , а  $p_2 \geq 8p_1$ . Выразим из уравнения  $p$ :  $p = \frac{\text{const}}{V^a}$

$$p_2 \geq 8p_1, \quad \frac{\text{const}}{V_2^a} \geq 8 \cdot \frac{\text{const}}{V_1^a}, \quad \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^a \geq 8, \quad 4^a \geq 8, \quad 2^{2a} \geq 2^3, \quad 2a \geq 3, \quad a \geq 1,5, \quad a_{\text{наим}} = 1,5$$

Ответ: 1,5.

№4. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  – давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях,  $V_1$  и  $V_2$  – объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 268,8 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах

Решение:

$$p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$$

$$1 \cdot 268,8^{1,4} = 128 \cdot V_2^{1,4}, \quad \left(\frac{268,8}{V_2}\right)^{1,4} = 128$$

$$\left(\frac{268,8}{V_2}\right)^{\frac{7}{5}} = 2^7 \quad \left| \uparrow^{\frac{5}{7}} \right.$$

$$\frac{268,8}{V_2} = 2^5, \quad V_2 = \frac{268,8}{32}, \quad V_2 = 8,4$$

Ответ: 8,4.

▪ Тест 3. Прикладные задачи

№1. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  – начальная масса изотопа,  $t$  – время, прошедшее от начального момента,  $T$  – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 100 мг. Период его полураспада составляет 2 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 12,5 мг.

№2. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 2 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$ , где  $p$  – давление в газе в паскалях,  $V$  – объём газа в кубических метрах,  $k = \frac{4}{3}$ . Найдите, какой объём  $V$  (в куб. м) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $1,25 \cdot 10^6 \text{ Па}$ .

№3. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = \text{const}$ , где  $p$  (Па) – давление в газе,  $V$  – объём газа в кубических метрах,  $a$  – положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  уменьшение в 16 раз объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 2 раза?

№4. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  – давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях,  $V_1$  и  $V_2$  – объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 48 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

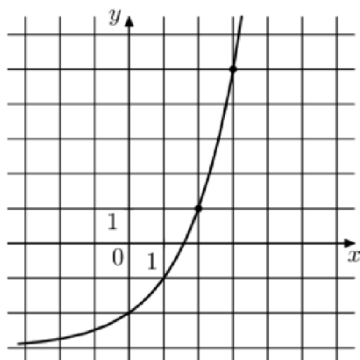
▪ Ответы (тест) 3. Прикладные задачи

№1	№2	№3	№4
6	0,008	0,25	1,5

## 4. График показательной функции.

### Задание 11

1. На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^x + b$ . Найдите  $f(6)$ .



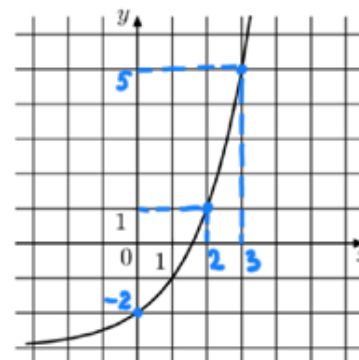
Решение:

$(0; -2)$  и  $(2; 1)$

$$\begin{cases} -2 = a^0 + b \\ 1 = a^2 + b \end{cases};$$

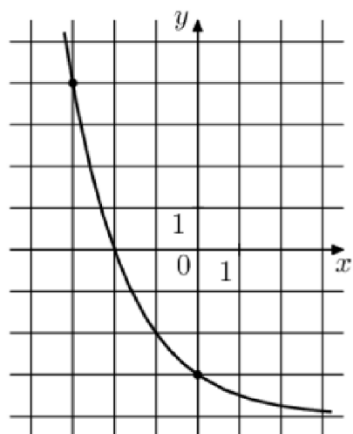
$$\begin{cases} -2 = 1 + b \\ 1 = a^2 + b \end{cases}; \begin{cases} b = -3 \\ a^2 = 4 \end{cases}; \begin{cases} b = -3 \\ a = 2 \quad (a > 0) \end{cases}$$

$$f(x) = 2^x - 3; \quad f(6) = 2^6 - 3 = 61$$



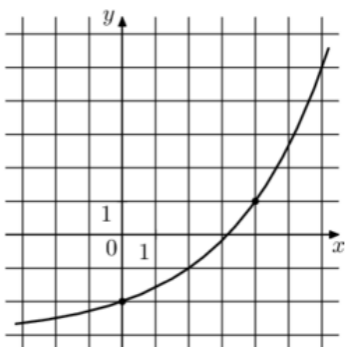
Ответ: 61.

2. На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^x + b$ . Найдите  $f(-5)$ .



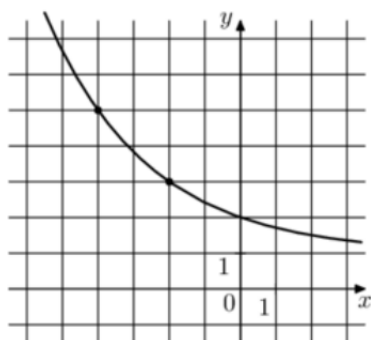
Ответ: 28.

3. На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^x + b$ . Найдите  $f(10)$ .



Ответ: 29.

4. На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^x + b$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 17$ .



Решение:

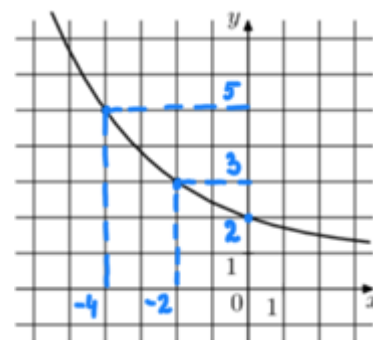
$$(0; 2) \text{ и } (-2; 3)$$

$$\begin{cases} 2 = a^0 + b \\ 3 = a^{-2} + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 = 1 + b \\ 3 = a^{-2} + b \end{cases}; \begin{cases} b = 1 \\ a^{-2} = 2 \end{cases}; \begin{cases} b = 1 \\ a = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (a > 0)$$

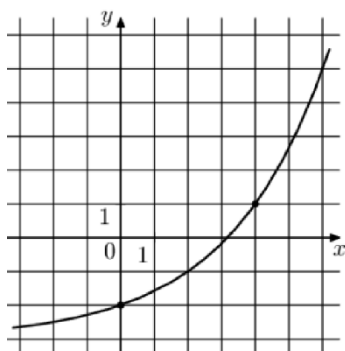
$$f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x + 1; \quad f(x) = 17$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x + 1 = 17, \quad 2^{-\frac{x}{2}} = 16, \quad -\frac{x}{2} = 4, \quad x = -8$$



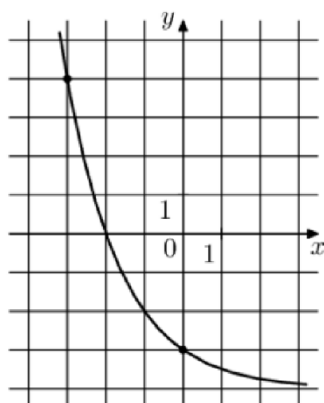
Ответ: -8.

5. На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^x + b$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 13$ .



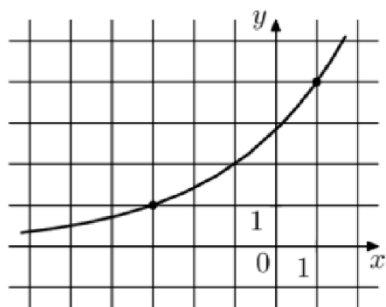
Ответ: 8.

6. На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^x + b$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 12$ .



Ответ: -4.

7. На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^{x+b}$ . Найдите  $f(-7)$ .



Решение:

$$(-3;1) \text{ и } (1;4)$$

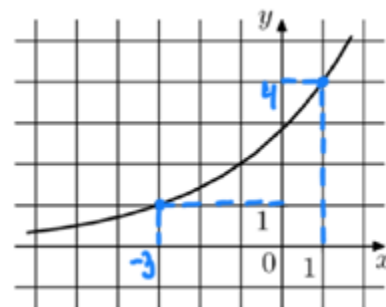
$$\begin{cases} 1 = a^{-3+b} \\ 4 = a^{1+b} \end{cases} \quad | \quad : \uparrow \quad \begin{cases} 1 = a^{-3+b} \\ 4 = a^{1+b-(-3+b)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = a^{-3+b} \\ a^4 = 4 \end{cases} ; \quad \begin{cases} \sqrt{2}^0 = (\sqrt{2})^{-3+b} \\ a = \sqrt{2} \quad (a > 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = -3 + b \\ a = \sqrt{2} \end{cases} ; \quad \begin{cases} b = 3 \\ a = \sqrt{2} \end{cases}$$

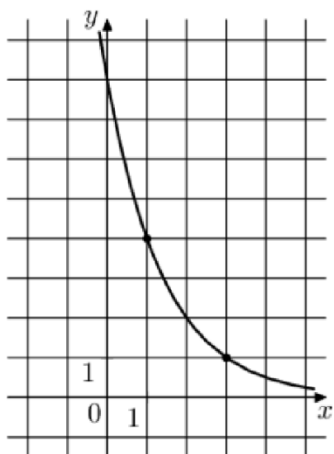
$$f(x) = (\sqrt{2})^{x+3} ; f(-7) = (\sqrt{2})^{-7+3} =$$

$$= (\sqrt{2})^{-4} = 0,25$$



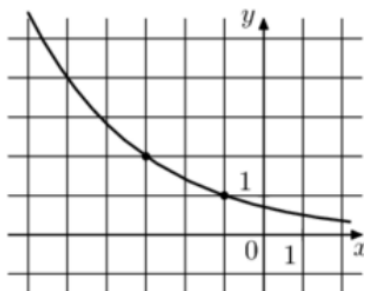
Ответ: 0,25.

8. На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^{x+b}$ . Найдите  $f(-2)$ .



Ответ: 32.

9. На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^{x+b}$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 8$ .



Решение:

$$(-1; 1) \text{ и } (-3; 2)$$

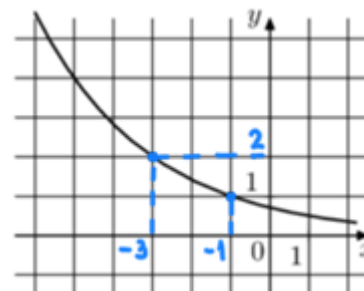
$$\begin{cases} 1 = a^{-1+b} \\ 2 = a^{-3+b} \end{cases} \quad | \quad : \uparrow \quad \begin{cases} 1 = a^{-1+b} \\ 2 = a^{-3+b-(-1+b)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = a^{-1+b} \\ a^{-2} = 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^0 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-1+b} \\ a = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (a > 0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = -1 + b \\ a = (\sqrt{2})^{-1} \end{cases}; \quad \begin{cases} b = 1 \\ a = (\sqrt{2})^{-1} \end{cases}$$

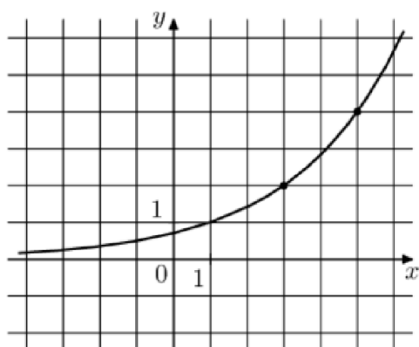
$$f(x) = (\sqrt{2})^{-x-1}; \quad f(x) = 8$$

$$(\sqrt{2})^{-x-1} = 2^3, \quad \frac{-x-1}{2} = 3, \quad x = -7$$



Ответ: -7.

10. На рисунке изображен график функции  $f(x) = a^{x+b}$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 0,125$ .



Ответ: -5.



✓ **Свойства степеней**

$$\begin{array}{cccc}
 a^0 = 1 & a^{-1} = \frac{1}{a} & a^{-n} = \frac{1}{a^n} & \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \\
 a^n \cdot a^m = a^{n+m} & \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} & (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n & \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \\
 (a^n)^m = a^{n \cdot m} & \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} & & 
 \end{array}$$

✓ **Таблица степеней**

$2^1 = 2$	$4^1 = 4$	$3^1 = 3$	$5^1 = 5$
$2^2 = 4$	$4^2 = (2^2)^2 = 2^4 = 16$	$3^2 = 9$	$5^2 = 25$
$2^3 = 8$	$4^3 = 2^6 = 64$	$3^3 = 27$	$5^3 = 125$
$2^4 = 16$	$4^4 = 2^8 = 256$	$3^4 = 81$	$5^4 = 625$
$2^5 = 32$	$4^5 = 2^{10} = 1024$	$3^5 = 243$	$6^1 = 6$
$2^6 = 64$		$3^6 = 729$	$6^2 = 36$
$2^7 = 128$	$8^2 = (2^3)^2 = 2^6 = 64$		$6^3 = 216$
$2^8 = 256$	$8^3 = 2^9 = 512$	$9^2 = (3^2)^2 = 3^4 = 81$	
$2^9 = 512$		$9^3 = 3^6 = 729$	$7^1 = 7$
$2^{10} = 1024$			$7^2 = 49$
			$7^3 = 343$

✓ **Уравнение вида  $a^{f(x)} = a^{g(x)}$  называют показательным, где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ .**

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x).$$