Свойства логарифмов. Тренировочные упражнения

- ***Примеры***

Найдите значение выражения:

№1.	$\log_{\sqrt{6}}\frac{1}{6}$	**№2.**	$\log^3_{\frac{1}{32}}4$
№3.	$\sqrt{\left(-2\log_3\frac{1}{9}\right)}$	**№4.**	$6^{\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}}2}$
№5.	$\log_9\log_4\left(\sqrt[3]{4}\right)$	**№6.**	$\log_{\frac{16}{9}}\log_{27}81$
№7.	$\log^2_4\log_{\frac{1}{7}}\frac{1}{49}$	**№8.**	$27^{\frac{1}{3\log_{16}81}}$
№9.	$\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_2 3\cdot\log_3 4\right)$	**№10.**	$32^{\log_4 3-0{,}1\cdot\log_2 3}$
№11.	$\frac{\left(3^{\log^2_{\sqrt{3}}2}-4^{\log_{\sqrt{3}}2}\right)^2-1}{2}$	**№12.**	$\frac{3\log^2_3 45-2\log_3 45\cdot\log_3 5-\log^2_3 5}{3\log_3 45+\log_3 5}$

▪ ***Решение (примеры)*** Свойства логарифмов

№1. $\log_{\sqrt{6}}\frac{1}{6}=x,\ \ \sqrt{6}^{x}=\frac{1}{6},\ \ \left(6^{\frac{1}{2}}\right)^{x}=6^{-1},\ \ 6^{\frac{x}{2}}=6^{-1},\ \ \frac{x}{2}=-1,\ \ x=-2$

№2. $\log^{3}_{\frac{1}{32}}4=\left(\log_{2^{-5}}2^{2}\right)^{3}=\left(\frac{2}{-5}\right)^{3}=\frac{8}{-125}=\frac{8\cdot 8}{-125\cdot 8}=-0,064$

№3. $\sqrt{\left(-2\log_{3}\frac{1}{9}\right)}=\sqrt{\left(-2\cdot\log_{3}3^{-2}\right)}=\sqrt{(-2)\cdot(-2)}=\sqrt{4}=2$

№4. $6^{\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}}2}=?$

1) $\frac{1}{\sqrt{6}}==6^{-\frac{1}{2}};$ 2) $\log_{6^{-\frac{1}{2}}}2^{1}=\frac{1}{-\frac{1}{2}}\log_{6}2=-2\log_{6}2;$ 3) $6^{-2\log_{6}2}=\left(6^{\log_{6}2}\right)^{-2}=2^{-2}=\frac{1}{4}=0,25$

№5. $\log_{9}\log_{4}\left(\sqrt[3]{4}\right)=?$

1) $\log_{4}\sqrt[3]{4}=\log_{4}4^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{3};$ 2) $\log_{9}\frac{1}{3}=\log_{3^{2}}3^{-1}=\frac{-1}{2}\log_{3}3=-\frac{1}{2}=-0,5$

№6. $\log_{\frac{16}{9}}\log_{27}81=\log_{\left(\frac{4}{3}\right)^{2}}\log_{2^{3}}3^{4}=\log_{\left(\frac{4}{3}\right)^{2}}\frac{4}{3}=\frac{1}{2}=0,5$

№7. $\log^{2}_{4}\log_{\frac{1}{7}}\frac{1}{49}=\log^{2}_{4}\log_{7^{-1}}7^{-2}=\log^{2}_{4}\left(\frac{-2}{-1}\right)=\log^{2}_{4}2=\left(\log_{2^{2}}2^{1}\right)^{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}=\frac{1}{4}=0,25$

№8. $27^{\frac{1}{3\log_{16}81}}=?$

1) $3\log_{16}81=3\log_{2^{4}}3^{4}=3\cdot\frac{4}{4}\log_{2}3=3\log_{2}3$

2) $\frac{1}{3\log_{2}3}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\log_{2}3}=\frac{1}{3}\cdot\log_{3}2;$ 3) $27^{\frac{1}{3}\cdot\log_{3}2}=\left(3^{3}\right)^{\frac{1}{3}\cdot\log_{3}2}=3^{\log_{3}2}=2$

№9. $\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_{2}3\cdot\log_{3}4\right)=\log_{2^{-2}}\left(\log_{2}4\right)=\log_{2^{-2}}2^{1}=\frac{1}{-2}\log_{2}2=-\frac{1}{2}=-0,5$

№10. $32^{\log_{4}3-0,1\cdot\log_{2}3}=2^{5(\log_{4}3-0,1\cdot\log_{2}3)}=2^{5\cdot\log_{2^{2}}3-5\cdot 0,1\cdot\log_{2}3}=2^{\frac{5}{2}\log_{2}3-0,5\log_{2}3}=2^{2,5\cdot\log_{2}3-0,5\log_{2}3}=2^{2\log_{2}3}=$

$=\left(2^{\log_{2}3}\right)^{2}=3^{2}=9$

№11. $\frac{\left(3^{\log^{2}_{\sqrt{3}}2}-4^{\log_{\sqrt{3}}2}\right)^{2}-1}{2}=?$

1) $3^{\log^{2}_{\sqrt{3}}2}=3^{\left(\log_{\frac{1}{3^{2}}}2\right)^{2}}=3^{\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\log_{3}2\right)^{2}}=3^{(2\log_{3}2)^{2}}=3^{4\cdot\log^{2}_{3}2}=\left(3^{\log_{3}2}\right)^{4\log_{3}2}=\left(2^{4}\right)^{\log_{3}2}=16^{\log_{3}2}$

2) $4^{\log_{\sqrt{3}}2}=4^{\log_{\frac{1}{3^{2}}}2}=4^{\frac{1}{\frac{1}{2}}\log_{3}2}=\left(4^{2}\right)^{\log_{3}2}=16^{\log_{3}2};$ 3) $\frac{\left(16^{\log_{3}2}-16^{\log_{3}2}\right)^{2}-1}{2}=-\frac{1}{2}=-0,5$

№12. $\dfrac{3\log_3^2 45 - 2\log_3 45 \cdot \log_3 5 - \log_3^2 5}{3\log_3 45 + \log_3 5} = ?$

1) $3 \cdot \log_3^2 45 = 3 \cdot \left(\log_3 9 \cdot 5\right)^2 = 3 \cdot \left(\log_3 9 + \log_3 5\right)^2 = 3 \cdot \left(2 + \log_3 5\right)^2 =$

$= 3 \cdot \left(4 + 4\log_3 5 + \log_3^2 5\right) = 12 + 12\log_3 5 + 3\log_3^2 5$

2) $2\log_3 45 \cdot \log_3 5 = 2\left(\log_3 9 \cdot 5\right) \cdot \log_3 5 = 2\left(2 + \log_3 5\right) \cdot \log_3 5 =$

$= \left(4 + 2\log_3 5\right)\log_3 5 = 4\log_3 5 + 2\log_3^2 5$

3) $12 + 12\log_3 5 + 3\log_3^2 5 - 4\log_3 5 - 2\log_3^2 5 - \log_3^2 5 = 8\log_3 5 + 12 =$

$= 4\left(2\log_3 5 + 3\right)$

4) $3\left(2 + \log_3 5\right) + \log_3 5 = 6 + 3\log_3 5 + \log_3 5 = 6 + 4\log_3 5 = 2\left(3 + 2\log_3 5\right)$

5) $\dfrac{4\left(2\log_3 5 + 3\right)}{2\left(2\log_3 5 + 2\right)} = 2$

▪ ***Тест*** Свойства логарифмов

Вариант 1

№1. $\lg\left(16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}}+36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}}\right)$

№2. $2^{\log_3 5}\cdot 5^{3\log_3 0{,}5}\cdot 4^{\log_9 25}$

№3. $\left(\left(1-\log_5^2 35\right)\log_{175}5+\log_5 35\right)\cdot 2^{\log_2 5}$

№4. $\log_{\pi^3}\dfrac{\pi^2}{a^3b^2}$ если $\log_{\pi^2}\dfrac{1}{a}=\log_{\pi^5}\dfrac{1}{b}=1$

№5. $2\log_c a+3\log_c b$, если $\log_c a^4b^6=-18,\ \ a>0,\ \ b>0.$

№6. $6\log_{\frac{a^3}{b}}\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}$, если $\log_a b=4$

№7. $2^a\cdot a^{\log_{\sqrt{2}-1}\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)}$, если $a=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$

№8. $\log_{16}42\cdot\log_7 8-3\log_{49}\sqrt{6}$

Вариант 2

№1. $\log_{\frac{1}{3}}3\sqrt{3}$

№2. $\log_2 0{,}25$

№3. $\log_3^2 9$

№4. $\log_3^4\dfrac{1}{9}$

№5. $\sqrt[3]{\log_2 256}$

№6. $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{8}}27}$

№7. $\log_{\sqrt{2}}\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{9}$

№8. $\sqrt{7^{\frac{2}{\log_{25}7}}}$

№9. $25^{\frac{1}{2\log_{49}25}}$

№10. $\log_3 64\cdot\log_2\dfrac{1}{27}$

№11. $49^{1-\log_7 14}+5^{-\log_5 4}$

№12. $0{,}8\cdot\left(1+9^{\log_3 8}\right)^{\log_{65}5}$

№13. $5^{\frac{1}{\log_3 5}}\cdot 5^{\log_5^2 4}-3\cdot 4^{\log_5 4}+\lg 0{,}01$

№14. $\left(3^{1+\frac{1}{2\log_4 3}}+8^{\frac{1}{3\log_9 2}}+1\right)^{0{,}5}$

№15. $\dfrac{\log_5^2 7\sqrt{5}+2\log_5^2 7-3\log_3 7\sqrt{5}\cdot\log_5 7}{\log_5 7\sqrt{5}-\log_5 49}$

Вариант 3

№1. $\log_{\frac{1}{16}}\dfrac{1}{4}$

№2. $\log_{25}125$

№3. $\log_2^3 8$

№4. $\log_{0,5}^2 4$

№5. $\sqrt{\log_3 81}$

№6. $3^{\log_{3\sqrt{3}}8}$

№7. $\log_{16}^3\log_3 81$

№8. $3^{\frac{3}{\log_{3\sqrt{6}}3}}$

№9. $4^{-\frac{2}{\log_5 4}}$

№10. $\log_2\left(\log_{\sqrt{2}}9\cdot\log_{\sqrt{3}}2\right)$

№11. $81^{-\log_{\frac{1}{2}}3\cdot\log_{\frac{1}{3}}4+2{,}5}$

№12. $0{,}7\cdot\left(2+\left(\sqrt{3}\right)^{\log_3\frac{1}{16}}\right)^{\log_9\frac{3}{4}}$

№13. $4^{\log_2 3}\cdot 3^{\log_3^2 2}-9\cdot 2^{\log_3 2}+2^{\log_4 9}$

№14. $9^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt[4]{3}}+3\cdot 2^{\log_2^2 3}-3^{\log_2 3}\cdot\log_2 8$

№15. $\dfrac{\log_2^2 18-4\log_2^2 3+3\log_2 18+6\log_2 3}{\log_2 18+2\log_2 3}$

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

- ***Ответы (тест)*** Свойства логарифмов

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3	
№1.	*2*	№1.	*-1,5*	№1.	*0,5*
№2.	*1*	№2.	*-2*	№2.	*1,5*
№3.	*5*	№3.	*4*	№3.	*27*
№4.	*4*	№4.	*16*	№4.	*4*
№5.	*-9*	№5.	*2*	№5.	*2*
№6.	*9*	№6.	*9*	№6.	*4*
№7.	*2*	№7.	*2*	№7.	*0,125*
№8.	*0,75*	№8.	*25*	№8.	*6*
		№9.	*7*	№9.	*0,04*
		№10.	*-18*	№10.	*3*
		№11.	*0,5*	№11.	*9*
		№12.	*4*	№12.	*2,1*
		№13.	*-2*	№13.	*3*
		№14.	*4*	№14.	*3*
		№15.	*0,5*	№15.	*4*

▪ ***Решение (тест)*** Свойства логарифмов

Вариант 1

№1. $\lg\left(16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}}+36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}}\right)=2$

1) $16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}}=4^{2\log_4 6}=\left(4^{\log_4 6}\right)^2=6^2=36$; 2) $36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}}=36^{\log_6 8}=6^{2\log_6 8}=\left(6^{\log_6 8}\right)^2=8^2=64$

3) $\lg(36+64)=\lg 100=2$

№2. $2^{\log_3 5}\cdot 5^{3\log_3 0{,}5}\cdot 4^{\log_9 25}=1$

1) $2^{\log_3 5}=5^{\log_3 2}$; 2) $4^{\log_9 25}=4^{\log_{3^2} 5^2}=4^{\log_3 5}=5^{\log_3 4}$

3) $5^{\log_3 2}\cdot 5^{3\log_3 0{,}5}\cdot 5^{\log_3 4}=5^{\log_3 2+3\log_3 2^{-1}+\log_3 2^2}=5^{\log_3 2-3\log_3 2+2\log_3 2}=5^0=1$

№3. $\left(\left(1-\log_5^2 35\right)\log_{175} 5+\log_5 35\right)\cdot 2^{\log_2 5}=5$

1) $1-\log_5^2 35=\left(1-\log_5 35\right)\left(1+\log_5 35\right)=\left(\log_5 5-\log_5 35\right)\left(\log_5 5+\log_5 35\right)=$

$=\log_5\frac{5}{35}\cdot\log_5(5\cdot 35)=\log_5\frac{1}{7}\cdot\log_5 175=-\log_5 7\cdot\log_5 175;$

2) $-\log_5 7\cdot\log_5 175\cdot\log_{175} 5=-\log_5 7$; 3) $\log_5 35-\log_5 7=\log_5\frac{35}{7}=\log_5 5=1$

4) $2^{\log_2 5}=5$; 5) $1\cdot 5=5$

№4. $\log_{\pi^3}\frac{\pi^2}{a^3b^2}$ если $\log_{\pi^2}\frac{1}{a}=\log_{\pi^5}\frac{1}{b}=1$

1) $\log_{\pi^2}\frac{1}{a}=1\Leftrightarrow\pi^2=\frac{1}{a}\Leftrightarrow a=\pi^{-2}$; $\log_{\pi^2}\frac{1}{b}=1\Leftrightarrow\pi^2=\frac{1}{b}\Leftrightarrow b=\pi^{-2}$

2) $\log_{\pi^3}\frac{\pi^2}{a^3b^2}=\log_{\pi^3}\pi^2-\log_{\pi^3}\left(a^3b^2\right)=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\log_\pi\left(\left(\pi^{-2}\right)^3\cdot\left(\pi^{-2}\right)^2\right)=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\cdot\log_\pi\left(\pi^{-6}\cdot\pi^{-4}\right)=$

$=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\log_\pi\pi^{-10}=\frac{2}{3}+\frac{10}{3}=\frac{12}{3}=4$

№5. $2\log_c a+3\log_c b$, если $\log_c a^4b^6=-18,\ a>0,\ b>0.$

$\log_6 a^4b^6=-18;\ \log_c a^4+\log_c b^6=-18;\ 4\log_c a+6\log_c b=-18;\ 2\log_c a+3\log_c b=-9$

№6. $6\log_{\frac{a^3}{b}}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}$, если $\log_a b=4$

$6\cdot\frac{\log_a\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}}{\log_a\frac{a^3}{b}}=6\cdot\frac{\log_a a^{\frac{1}{2}}-\log_a b^{\frac{1}{2}}}{\log_a a^3-\log_a b}=6\cdot\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cdot\log_a b}{2-\log_a b}=6\cdot\frac{\frac{1}{2}(1-4)}{3-4}=3\cdot\frac{-3}{-1}=3\cdot 3=9$

№7. $2^a\cdot a^{\log_{\sqrt{2}-1}\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)}$, если $a=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$

$2^{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}\cdot\left(\sqrt{2}-1\right)^{2\cdot\log_{\sqrt{2}-1}\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)}=2^{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}\cdot\left(\left(\sqrt{2}-1\right)^{\log_{\sqrt{2}-1}\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)}\right)^2=2^{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}\cdot\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)^2=2^{2-2\sqrt{2}+1}\cdot 2^{2\sqrt{2}-2}=$

$=2^{3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-2}=2^1=2$

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№8. $\log_{16} 42 \cdot \log_7 8 - 3\log_{49} \sqrt{6} = 0,75$

1) $\log_{16} 42 = \dfrac{\log_7 42}{\log_7 16} = \dfrac{\log_7 7 \cdot 6}{\log_7 2^4} = \dfrac{1+\log_7 6}{4\log_7 2}$; 2) $\log_7 8 = 3\log_7 2$

3) $\dfrac{1+\log}{4\log_7 2} \cdot 3\log_7 2 = \dfrac{3}{4}\left(1+\log_7 6\right)$; 4) $\log_{49} \sqrt{6} = \log_{7^2} 6^{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{4}\log_7 6$

5) $\dfrac{3}{4}\left(1+\log_7 6\right) - 3 \cdot \dfrac{1}{4}\log_7 6 = \dfrac{3}{4} + \dfrac{3}{4}\log_7 6 - \dfrac{3}{4}\log_7 6 = \dfrac{3}{4} = 0,75$

Вариант 2

№1. $\log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt{3} = \log_{3^{-1}}\left(3^1 \cdot 3^{\frac{1}{2}}\right) = \log_{3^{-1}} 3^{\frac{3}{2}} = \dfrac{\frac{3}{2}}{-1} = -1,5$ или

$\log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt{3} = x,\ \left(\dfrac{1}{3}\right)^x = 3\sqrt{3},\ 3^{-x} = 3^1 \cdot 3^{\frac{1}{2}},\ 3^{-x} = 3^{\frac{3}{2}},\ -x = \dfrac{3}{2},\ x = -1,5$

№2. $\log_2 0,25 = x,\ 2^x = 0,25,\ 2^x = \dfrac{1}{4},\ 2^x = 2^{-2},\ x = -2$

№3. $\log_3^2 9 = \left(\log_3 9\right)^2 = \left(\log_3 3^2\right)^2 = 2^2 = 4$

№4. $\log_3^4 \dfrac{1}{9} = \left(\log_3 3^{-2}\right)^4 = \left(-2\right)^4 = 16$

№5. $\sqrt[3]{\log_2 256} = \sqrt[3]{\log_2 2^8} = \sqrt[3]{8} = 2$

№6. $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{8}} 27} = 9$

1) $\log_{\frac{1}{8}} 27 = \log_{2^{-3}} 3^3 = \dfrac{3}{-3}\log_2 3 = -1 \cdot \log_2 3$; 2) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1 \cdot \log_2 3} = \left(2^{-2}\right)^{-\log_2 3} = 2^{2\log_2 3} = \left(2^{\log_2 3}\right)^2 = 9$

№7. $\log_{\sqrt{2}} \log_{\frac{1}{3}} \dfrac{1}{9} = ?$; 1) $\log_{\frac{1}{3}} \dfrac{1}{9} = \log_{3^{-1}} 3^{-2} = \dfrac{-2}{-1} = 2$; 2) $\log_{\sqrt{2}} 2 = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^1 = \dfrac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

№8. $\sqrt{7}^{\frac{2}{\log_{25} 7}} = \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{\log_{25} 7}} = 7^{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\log_{25} 7}} = 7^{\frac{1}{\log_{25} 7}}$

1) $\log_{25} 7 = \log_{5^2} 7^1 = \dfrac{1}{2}\log_5 7$; 2) $\dfrac{1}{\frac{1}{2}\log_5 7} = \dfrac{2}{\log_5 7} = 2 \cdot \log_7 5$; 3) $7^{2\log_7 5} = \left(7^{\log_7 5}\right)^2 = 5^2 = 25$

№9. $25^{\frac{1}{2\log_{49} 25}} = 7$

1) $\log_{49} 25 = \log_{7^2} 5^2 = \log_7 5$; 2) $\dfrac{1}{2\log_7 5} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{\log_7 5} = \dfrac{1}{2} \cdot \log_5 7$; 3) $25^{\frac{1}{2} \cdot \log_5 7} = \left(5^2\right)^{\frac{1}{2}\log_5 7} = 7$

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№10. $\log_3 64\cdot\log_2\frac{1}{27}=\log_3 2^6\cdot\log_2 3^{-3}=6\cdot\log_3 2\cdot(-3)\cdot\log_2 3=-18\cdot\log_3 2\cdot\log_2 3=-18$

№11. $49^{1-\log_7 14}+5^{-\log_5 4}=0,5$

1) $1-\log_7 14=\log_7 7-\log_7 14=\log_7\frac{7}{14}=\log_7\frac{1}{2}=\log_7 2^{-1}=-\log_7 2$

2) $49^{-\log_7 2}=7^{-2\cdot\log_7 2}=\left(7^{\log_7 2}\right)^{-2}=2^{-2}=\frac{1}{4}$

3) $5^{-\log_5 4}=\left(5^{\log_5 4}\right)^{-1}=4^{-1}=\frac{1}{4}$; 4) $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=0,5$

№12. $0,8\cdot\left(1+9^{\log_3 8}\right)^{\log_{65}5}=4$

1) $9^{\log_3 8}=3^{2\log_3 8}=\left(3^{\log_3 8}\right)^2=8^2=64$; 2) $0,8(1+64)^{\log_{65}5}=0,8\cdot 65^{\log_{65}5}=0,8\cdot 5=4$

№13. $5^{\frac{1}{\log_3 5}}\cdot 5^{\log_5^2 4}-3\cdot 4^{\log_5 4}+\lg 0,01=?$

1) $5^{\frac{1}{\log_3 5}}=5^{\log_5 3}=3$; 2) $5^{\log_5^2 4}=\left(5^{\log_5 4}\right)^{\log_5 4}=4^{\log_5 4}$; 3) $\lg 0,01=\lg 10^{-2}=-2$;

4) $3\cdot 4^{\log_5 4}-3\cdot 4^{\log_5 4}-2=-2$

№14. $\left(3^{1+\frac{1}{2\log_4 3}}+8^{\frac{1}{3\log_9 2}}+1\right)^{0,5}=4$

1) $\frac{1}{2\log_4 3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\log_4 3}=\frac{1}{2}\cdot\log_3 4$; 2) $3^{1+\frac{1}{2}\cdot\log_3 4}=3\cdot 3^{\frac{1}{2}\log_3 4}=3\cdot\left(3^{\log_3 4}\right)^{\frac{1}{2}}=3\cdot 4^{\frac{1}{2}}=3\cdot\sqrt{4}=3\cdot 2=6$

3) $\frac{1}{3\log_9 2}=\frac{1}{3}\cdot\log_2 9$; 4) $8^{\frac{1}{3}\log_2 9}=\left(2^3\right)^{\frac{1}{3}\cdot\log_2 9}=2^{\log_2 9}=9$; 5) $(6+9+1)^{0,5}=16^{0,5}=\sqrt{16}=4$

№15. $\frac{\log_5^2 7\sqrt{5}+2\log_5^2 7-3\log_3 7\sqrt{5}\cdot\log_5 7}{\log_5 7\sqrt{5}-\log_5 49}=0,5$

1) $\log_5^2 7\sqrt{5}=\left(\log_5 7\sqrt{5}\right)^2=\left(\log_5 7+\log_5\sqrt{5}\right)^2=\left(\log_5 7+\log_5 5^{\frac{1}{2}}\right)^2=$

$=\left(\log_5 7+\frac{1}{2}\right)^2=(0,5+\log_5 7)^2=0,25+\log_5 7+\log_5^2 7$

2) $3\cdot\log_3 7\sqrt{5}\cdot\log_5 7=3\cdot(0,5+\log_5 7)\cdot\log_5 7=(1,5+3\log_5 7)\cdot\log_5 7=1,5\log_5 7+3\log_5^2 7$

3) $0,25+\log_5 7+\log_5^2 7+2\log_5^2 7-1,5\log_5 7-3\log_5^2 7=0,25-0,5\log_5 7=0,5(0,5-\log_5 7)$

4) $\log_5 7\sqrt{5}-\log_5 49=\log_5 7+\log_5 5^{\frac{1}{2}}-\log_5 7^2-\log_5 7-2\log_5 7+\frac{1}{2}=0,5-\log_5 7$

5) $\frac{0,5(0,5-\log_5 7)}{0,5-\log_5 7}=0,5$

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

Вариант 3

№1. $\log_{\frac{1}{16}}\frac{1}{4}=\log_{4^{-2}}4^{-1}=\frac{-1}{-2}\log_4 4=\frac{1}{2}=0,5$

№2. $\log_{25}125=\log_{5^2}5^3=\frac{3}{2}\log_5 5=1,5$

№3. $\log_2^3 8=\left(\log_2 2^3\right)=3^3=27$

№4. $\log_{0,5}^2 4=\left(\log_{\frac{1}{2}}4\right)^2=\left(\log_{2^{-1}}2^2\right)^2=\left(\frac{2}{-1}\log_2 2\right)^2=(-2)^2=4$

№5. $\sqrt{\log_3 81}=\sqrt{\log_3 3^4}=\sqrt{4}=2$

№6. $3^{\log_{3\sqrt{3}}8}=4$

1) $3\sqrt{3}=3^1\cdot 3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{3}{2}}$; 2) $\log_{3^{\frac{3}{2}}}2^3=\frac{3}{\frac{3}{2}}\log_3 2=2\cdot\log_3 2$; 3) $3^{2\log_3 2}=\left(3^{\log_3 2}\right)^2=2^2=4$

№7. $\log_{16}^3\log_3 81=\log_{16}^3\log_3 3^4=\log_{16}^3 4=\left(\log_{4^2}4^1\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}=0,125$

№8. $3^{\frac{3}{\log_{3\sqrt{6}}3}}=6$

1) $\log_{3\sqrt{6}}3=\log_{6^{\frac{1}{3}}}3^1=\frac{1}{\frac{1}{3}}\log_6 3=3\log_6 3$; 2) $\frac{3}{3\log_6 3}=\frac{1}{\log_6 3}=\log_3 6$; 3) $3^{\log_3 6}=6$

№9. $4^{-\frac{2}{\log_5 4}}=4^{-2\cdot\log_4 5}=\left(4^{\log_4 5}\right)^{-2}=5^{-2}=\frac{1}{25}=0,04$

№10. $\log_2\left(\log_{\sqrt{2}}9\cdot\log_{\sqrt{3}}2\right)=3$

1) $\log_{\sqrt{2}}9\cdot\log_{\sqrt{3}}2=\log_{2^{\frac{1}{2}}}3^2\cdot\log_{3^{\frac{1}{2}}}2^1=\frac{2}{\frac{1}{2}}\log_2 3\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}}\log_3 2=4\log_2 3\cdot 2\log_3 2=8\log_2 3\cdot\log_3 2=8$

2) $\log_2 8=\log_2 2^3=3$

№11. $81^{-\log_{\frac{1}{2}}3\cdot\log_{\frac{1}{3}}4+2,5}=9$

1) $-\log_{2^{-1}}3\cdot\log_{3^{-1}}2^2=-(-1)\log_2 3\cdot\left(\frac{2}{-1}\right)\log_3 2=-2\log_2 3\cdot\log_3 2=-2$

2) $81^{-2+2,5}=\left(3^4\right)^{0,5}=3^2=9$

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

№12. $0,7\cdot\left(2+\left(\sqrt{3}\right)^{\log_3\frac{1}{16}}\right)^{\log_{\frac{9}{4}}3}=2,1$

1) $\sqrt{3}^{\log_3\frac{1}{16}}=3^{\frac{1}{2}\log_3 4^{-2}}=3^{\frac{1}{2}\cdot(-2)\log_3 4}=3^{-1\cdot\log_3 4}=3^{\log_3\frac{1}{4}}=\frac{1}{4}$

2) $\left(2+\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{9}{4}}3}=\left(\frac{9}{4}\right)^{\log_{\frac{9}{4}}3}=3$; 3) $0,7\cdot 3=2,1$

№13. $4^{\log_2 3}\cdot 3^{\log_3^2 2}-9\cdot 2^{\log_3 2}+2^{\log_4 9}=3$

1) $4^{\log_2 3}=2^{2\cdot\log_2 3}=\left(2^{\log_2 3}\right)^2=3^2=9$; 2) $3^{\log_3^2 2}=\left(3^{\log_3 2}\right)^{\log_3 2}=2^{\log_3 2}$

3) $2^{\log_4 9}=2^{\log_{2^2}3^2}=2^{\log_2 3}=3$; 4) $9\cdot 2^{\log_3 2}-9\cdot 2^{\log_3 2}+3=3$

№14. $9^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt[4]{3}}+3\cdot 2^{\log_2^2 3}-3^{\log_2 3}\cdot\log_2 8=3$

1) $9^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt[4]{3}}=3^{2\log_{3^{\frac{1}{2}}}3^{\frac{1}{4}}}=3^{2\cdot\left(\frac{1}{4}:\frac{1}{2}\right)}=3^{2\cdot\frac{1}{2}}=3$; 2) $3\cdot 2^{\log_2^2 3}=3\cdot\left(2^{\log_2 3}\right)^{\log_2 3}=3\cdot 3^{\log_2 3}$

3) $\log_2 8=\log_2 2^3=3$; 4) $3+3\cdot 3^{\log_2 3}-3\cdot 3^{\log_2 3}=3$

№15. $\dfrac{\log_2^2 18-4\log_2^2 3+3\log_2 18+6\log_2 3}{\log_2 18+2\log_2 3}=4$

1) $\log_2^2 178-4\log_2^2 3=\left(\log_2 18-2\log_2 3\right)\left(\log_2 18+2\log_2 3\right)=$

$=\left(\log_2 18-\log_2 9\right)\left(\log_2 18+\log_2 3^2\right)=\log_2\frac{18}{9}\cdot\log_2\left(18\cdot 9\right)=\log_2 2\cdot\log_2\left(9^2\cdot 2\right)=$

$=\log_2 2+\log_2 9^2=1+2\log_2 9$

2) $3\log_2 18+6\log_2 3=3\left(\log_2 18+2\log_2 3\right)=3\left(\log_2\left(2\cdot 9\right)+\log_2 9\right)=3\left(1+\log_2 9+\log_2 9\right)=$

$=3\left(1+2\log_2 9\right)$

3) $1+2\log_2 9+3\left(1+2\log_2 9\right)=4\left(1+2\log_2 9\right)$

4) $\log_2 18+2\log_2 3=\log_2 2+\log_2 9+\log_2 9=1+2\log_2 9$; 5) $\dfrac{4\left(1+2\log_2 9\right)}{1+2\log_2 9}=4$

МатематикаОнлайн
ВАШ ОНЛАЙН УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
www.mathcourse.ru

✓ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1. *Логарифм - это показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b.*

$$a^c = b \Leftrightarrow c = \log_a b$$

$$b > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$$

2. *Основное логарифмическое тождество:* $a^{\log_a b} = b,\quad b > 0$

3. $\log_a a = 1$

4. $\log_a 1 = 0$

5. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y;\quad x > 0,\ y > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

6. $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|;\quad x \neq 0,\ y \neq 0,\ xy > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

7. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y;\quad x > 0,\ y > 0,\quad a > 0,\ a \neq 1$

8. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a |x| - \log_a |y|;\quad x \neq 0,\ y \neq 0,\ xy > 0\quad a > 0,\ a \neq 1$

9. $\log_a \left(x^k\right) = k \log_a x;\quad x > 0,\quad a > 0,\quad a \neq 1$

10. $\log_a \left(x^{2k}\right) = 2k \log_a |x|;\quad x \neq 0,\quad a > 0,\quad a \neq 1$

11. $\log_{a^m} x^n = \frac{n}{m} \log_a x;\quad x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

12. *Формула перехода к новому основанию* $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ *или* $\log_c b = \log_c a \cdot \log_a b$

$$a > 0,\ b > 0,\ c > 0\quad a \neq 1,\ c \neq 1$$

13. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a};\qquad a > 0,\quad b > 0,\quad a \neq 1,\quad b \neq 1$

14. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a};\qquad a > 0,\ b > 0,\ c > 0,\ b \neq 1$