

- ЕГЭ Профиль/*Задание №4*
- 11 класс /Алгебра /
Логарифмические выражения

Логарифмические выражения

1. Свойства логарифмов. Задание 4 ЕГЭ Профиль

2. Свойства логарифмов

3. Тренировочные упражнения. Свойства логарифмов

4. Преобразование логарифмических выражений. Задания повышенной сложности

Содержание сборника:

1. Свойства логарифмов. Задание 4 ЕГЭ Профиль	
▪ Примеры.....	2
▪ Решение (примеры).....	3
▪ Тест.....	5
▪ Ответы	6
2. Свойства логарифмов	
▪ Примеры.....	7
▪ Решение (примеры).....	8
▪ Тест.....	10
▪ Ответы.....	11
▪ Решение (тест).....	11
3. Тренировочные упражнения. Свойства логарифмов	
▪ Банк заданий.....	16
▪ Ответы и решение (банк заданий).....	18
4. Преобразование логарифмических выражений. Задания повышенной сложности	
▪ Банк заданий.....	27
▪ Ответы и решение (банк заданий).....	29
Справочный материал.....	37

1. Свойства логарифмов. Задание 4 ЕГЭ профиль

▪ Примеры

Найдите значение выражения:

№1. $(\log_5 625) \cdot (\log_8 512)$

№2. $9 \cdot 11^{\log_{11} 2}$

№3. $343^{\log_7 3}$

№4. $\log_{0,125} 64$

№5. $\log_{25} 3125$

№6. $\log_6 198 - \log_6 5,5$

№7. $\log_4 0,125 + \log_{0,5} 32$

№8. $\log_{0,6} 5 - \log_{0,6} 3$

№9. $\frac{\log_6 169}{\log_6 13}$

№10. $\frac{\log_3 14}{\log_{81} 14}$

№11. $\log_7 8 \cdot \log_8 49$

№12. $\frac{2^{\log_{11} 363}}{2^{\log_{11} 3}}$

№13. $(1 - \log_8 48)(1 - \log_6 48)$

№14. $104 \log_3 \sqrt[8]{3}$

№15. $\log_{\sqrt[4]{10}} 10$

№16. $\frac{\log_6 108}{2 + \log_6 3}$

№17. $\frac{\log_7 2}{\log_7 4} + \log_4 0,5$

№18. $\log_{2,5} 5 \cdot \log_5 0,4$

№19. $4^{\log_{16} 81}$

№20. $\log_{\sqrt{11}}^2 121$

№21. $9^{2 + \log_9 2}$

№22. $6^{2 \log_6 14}$

№23. $49^{\log_7 \sqrt{5}}$

№24. $\log_{16} \log_6 36$

№25. $\log_{\frac{1}{18}} \sqrt{18}$

№26. $\log_7 24,5 + \log_7 2$

№27. $\frac{\log_9 \sqrt[5]{17}}{\log_9 17}$

№28. $\frac{65}{9^{\log_9 5}}$

№29. $(5^{\log_7 3})^{\log_5 7}$

№30. $\log_a (a^6 b^{10})$, если $\log_a b = 8$

№31. $\log_a (a^3 b^8)$, если $\log_b a = \frac{1}{3}$

№32. $\log_a \frac{a^9}{b^2}$, если $\log_a b = 15$

▪ **Решение (примеры)**

1. Свойства логарифмов. Задание 4 ЕГЭ Профиль

$$\text{№1. } (\log_5 625) \cdot (\log_8 512) = \log_5 5^4 \cdot \log_8 8^3 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\text{№2. } 9 \cdot 11^{\log_{11} 2} = 9 \cdot 2 = 18$$

$$\text{№3. } 343^{\log_7 3} = (7^3)^{\log_7 3} = (7^{\log_7 3})^3 = 3^3 = 27$$

$$\text{№4. } \log_{0,125} 64 = x, \quad 0,125^x = 64, \quad \left(\frac{1}{8}\right)^x = 2^6, \quad 2^{-3x} = 2^6, \quad -3x = 6, \quad x = -2$$

$$\text{№5. } \log_{25} 3125 = x, \quad 25^x = 3125, \quad 5^{2x} = 5^5, \quad 2x = 5, \quad x = 2,5$$

$$\text{№6. } \log_6 198 - \log_6 5,5 = \log_6 \frac{198}{5,5} = \log_6 \frac{396}{11} = \log_6 36 = 2$$

$$\text{№7. } \log_4 0,125 + \log_{0,5} 32 = \log_{2^2} \frac{1}{8} + \log_{\frac{1}{2}} 2^5 = \log_{2^2} 2^{-3} + \log_{2^{-1}} 2^5 = -\frac{3}{2} - \frac{5}{1} = -6,5$$

$$\text{№8. } \log_{0,6} 5 - \log_{0,6} 3 = \log_{0,6} \frac{5}{3} = \log_{0,6} \left(\frac{3}{5}\right)^{-1} = \log_{0,6} (0,6)^{-1} = -1$$

$$\text{№9. } \frac{\log_6 169}{\log_6 13} = \log_{13} 169 = \log_{13} 13^2 = 2$$

$$\text{№10. } \frac{\log_3 14}{\log_{81} 14} = \frac{\log_{14} 81}{\log_{14} 3} = \log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$$

$$\text{№11. } \log_7 8 \cdot \log_8 49 = \log_7 49 = 2$$

$$\text{№12. } \frac{2^{\log_{11} 363}}{2^{\log_{11} 3}} = 2^{\log_{11} 363 - \log_{11} 3} = 2^{\log_{11} \frac{363}{3}} = 2^{\log_{11} 121} = 2^2 = 4$$

$$\begin{aligned} \text{№13. } (1 - \log_8 48)(1 - \log_6 48) &= (\log_8 8 - \log_8 48)(\log_6 6 - \log_6 48) = \log_8 \frac{8}{48} \cdot \log_6 \frac{6}{48} = \\ &= \log_8 \frac{1}{6} \cdot \log_6 \frac{1}{8} = \log_8 6^{-1} \cdot \log_6 8^{-1} = \log_8 6 \cdot \log_6 8 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{№14. } 104 \log_3 \sqrt[8]{3} = 104 \cdot \log_3 3^{\frac{1}{8}} = \frac{104}{8} = 13$$

$$\text{№15. } \log_{\sqrt[4]{10}} 10 = x, \quad (\sqrt[4]{10})^x = 10, \quad \left(10^{\frac{1}{4}}\right)^x = 10^1, \quad 10^{\frac{x}{4}} = 10^1, \quad \frac{x}{4} = 1, \quad x = 4$$

$$\text{№16. } \frac{\log_6 108}{2 + \log_6 3} = \frac{\log_6 108}{\log_6 36 + \log_6 3} = \frac{\log_6 108}{\log_6 108} = 1$$

$$\text{№17. } \frac{\log_7 2}{\log_7 4} + \log_4 0,5 = \log_4 2 + \log_4 0,5 = \log_4 1 = 0$$

$$\text{№18. } \log_{2,5} 5 \cdot \log_5 0,4 = \log_{2,5} 0,4 = \log_{\frac{5}{2}} \frac{2}{5} = \log_{\frac{5}{2}} \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} = -1$$

$$\text{№19. } 4^{\log_{16} 81} = 4^{\log_4 2^9} = 4^{\log_4 9} = 9$$

$$\text{№20. } \log_{\sqrt{11}}^2 121 = \left(\log_{11^2} 11^2\right)^2 = \left(\frac{2}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 4^2 = 16$$

$$\text{№21. } 9^{2+\log_9 2} = 9^2 \cdot 9^{\log_9 2} = 81 \cdot 2 = 162$$

$$\text{№22. } 6^{2\log_6 14} = \left(6^{\log_6 14}\right)^2 = 14^2 = 196$$

$$\text{№23. } 49^{\log_7 \sqrt{5}} = 7^{2\log_7 \sqrt{5}} = \left(7^{\log_7 \sqrt{5}}\right)^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$$

$$\text{№24. } \log_{16} \log_6 36 = \log_{16} 2 = \log_{2^4} 2^1 = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\text{№25. } \log_{\frac{1}{18}} \sqrt{18} = \log_{18^{-1}} 18^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} : (-1) = -0,5$$

$$\text{№26. } \log_7 24,5 + \log_7 2 = \log_7 (24,5 \cdot 2) = \log_7 49 = 2$$

$$\text{№27. } \frac{\log_9 \sqrt[5]{17}}{\log_9 17} = \log_{17} 17^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$\text{№28. } \frac{65}{9^{\log_9 5}} = \frac{65}{5} = 13$$

$$\text{№29. } \left(5^{\log_7 3}\right)^{\log_5 7} = \left(5^{\log_5 7}\right)^{\log_7 3} = 7^{\log_7 3} = 3$$

$$\text{№30. } \log_a (a^6 b^{10}) = \log_a a^6 + \log_a b^{10} = 6 + 10 \log_a b = 6 + 10 \cdot 8 = 86, \text{ если } \log_a b = 8$$

$$\text{№31. } \log_a (a^3 b^8) = \log_a a^3 + \log_a b^8 = 3 + 8 \cdot \frac{1}{\log_b a} = 3 + 8 \cdot 3 = 27, \text{ если } \log_b a = \frac{1}{3}$$

$$\text{№32. } \log_a \frac{a^9}{b^2} = \log_a a^9 - \log_a b^2 = 9 - 2 \log_a b = 9 - 2 \cdot 15 = -21, \text{ если } \log_a b = 15$$

Вариант 1

Вариант 2

Найдите значение выражения:

№1.	$(\log_6 216) \cdot (\log_9 729)$	№1.	$(\log_7 343) \cdot (\log_2 8)$
№2.	$19 \cdot 12^{\log_{12} 10}$	№2.	$13 \cdot 8^{\log_8 3}$
№3.	$729^{\log_9 5}$	№3.	$49^{\log_7 11}$
№4.	$\log_{0,1} 100000$	№4.	$\log_{0,04} 3125$
№5.	$\log_{20} 0,05$	№5.	$\log_{25} 125$
№6.	$\lg 250 - \lg 2,5$	№6.	$\log_8 288 - \log_8 4,5$
№7.	$\lg 0,01 + \log_{0,5} 4$	№7.	$\log_8 64 + \log_{0,1} 0,01$
№8.	$\log_{0,2} 25 - \log_{0,2} 5$	№8.	$\log_{1,3} 10 - \log_{1,3} 13$
№9.	$\frac{\log_2 196}{\log_2 14}$	№9.	$\frac{\log_3 1331}{\log_3 11}$
№10.	$\frac{\log_3 2}{\log_{27} 2}$	№10.	$\frac{\log_7 9}{\log_{49} 9}$
№11.	$\log_5 2 \cdot \log_2 25$	№11.	$\log_4 11 \cdot \log_{11} 16$
№12.	$\frac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}}$	№12.	$\frac{4^{\log_{10} 300}}{4^{\log_{10} 3}}$
№13.	$(1 - \log_9 63)(1 - \log_7 63)$	№13.	$(1 - \log_6 24)(1 - \log_4 24)$
№14.	$75 \log_{11} \sqrt[3]{11}$	№14.	$133 \log_{13} \sqrt[3]{13}$
№15.	$\log_{\sqrt[4]{4}} 4$	№15.	$\log_{\sqrt[4]{12}} 12$
№16.	$\frac{\log_2 80}{3 + \log_2 10}$	№16.	$\frac{\log_2 96}{3 + \log_2 12}$
№17.	$\frac{\log_4 10}{\log_4 9} + \log_9 0,1$	№17.	$\frac{\log_7 5}{\log_7 8} + \log_8 0,2$
№18.	$\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$	№18.	$\log_{1,25} 5 \cdot \log_5 0,8$
№19.	$7^{\log_{49} 36}$	№19.	$6^{\log_{36} 16}$
№20.	$\log_{\sqrt{7}}^3 343$	№20.	$\log_{\sqrt[4]{14}}^2 2744$
№21.	$5^{3 + \log_5 2}$	№21.	$8^{2 + \log_8 13}$
№22.	$7^{5 \log_7 4}$	№22.	$6^{2 \log_6 8}$
№23.	$81^{\log_9 \sqrt{8}}$	№23.	$36^{\log_6 \sqrt{9}}$
№24.	$\log_3 \log_7 343$	№24.	$\log_5 \log_3 243$
№25.	$\log_{\frac{1}{24}} \sqrt{24}$	№25.	$\log_{\frac{1}{11}} \sqrt{5,5}$
№26.	$\log_3 6,75 + \log_3 4$	№26.	$\log_{11} 24,2 + \log_{11} 5$
№27.	$\frac{\log_5 \sqrt[4]{14}}{\log_5 14}$	№27.	$\frac{\log_2 \sqrt{3}}{\log_2 9}$
№28.	$\frac{56}{6^{\log_6 7}}$	№28.	$\frac{78}{5^{\log_5 6}}$

№29. $(7^{\log_5 2})^{\log_2 5}$

№29. $(3^{\log_5 7})^{\log_7 5}$

№30. $\log_a (a^3 b^4)$, если $\log_a b = -1$

№30. $\log_a (a^2 b^9)$, если $\log_a b = -4$

№31. $\log_a (ab^6)$, если $\log_b a = \frac{3}{20}$

№31. $\log_a (a^2 b^6)$, если $\log_b a = \frac{2}{11}$

№32. $\log_a \frac{a^2}{b^{10}}$, если $\log_a b = 3$

№32. $\log_a \frac{a^5}{b^8}$, если $\log_a b = -2$

▪ **Ответы (тест)**

1. Свойства логарифмов. Задание 4 ЕГЭ профиль

Вариант 1

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
9	190	125	-5	-1	2	-4	-1	2	3
№11	№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20
2	36	1	15	9	1	0	-1	6	216
№21	№22	№23	№24	№25	№26	№27	№28	№29	№30
250	1024	8	1	-0,5	3	0,25	8	7	-1
№31	№32								
41	-28								

Вариант 2

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
9	39	121	-2,5	1,5	2	4	-1	3	2
№11	№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20
2	16	1	19	7	1	0	-1	4	36
№21	№22	№23	№24	№25	№26	№27	№28	№29	№30
832	64	9	1	-0,5	2	0,25	13	3	-34
№31	№32								
35	21								

2. Свойства логарифмов

Примеры

Найдите значение выражения:

№1. $\log_{\sqrt{6}} \frac{1}{6}$

№2. $\log_{\frac{1}{32}}^3 4$

№3. $\sqrt{\left(-2\log_3 \frac{1}{9}\right)}$

№4. $6^{\frac{\log_1 2}{\sqrt{6}}}$

№5. $\log_9 \log_4 (\sqrt[3]{4})$

№6. $\log_{\frac{16}{9}} \log_{27} 81$

№7. $\log_4^2 \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49}$

№8. $27^{\frac{1}{3\log_{16} 81}}$

№9. $\log_{\frac{1}{4}} (\log_2 3 \cdot \log_3 4)$

№10. $32^{\log_4 3 - 0,1 \cdot \log_2 3}$

№11. $\frac{\left(3^{\log_{\sqrt{3}}^2 2} - 4^{\log_{\sqrt{5}} 2}\right)^2 - 1}{2}$

№12. $\frac{3\log_3^2 45 - 2\log_3 45 \cdot \log_3 5 - \log_3^2 5}{3\log_3 45 + \log_3 5}$

▪ **Решение (примеры)**

2. Свойства логарифмов

№1. $\log_{\sqrt{6}} \frac{1}{6} = x, \sqrt{6}^x = \frac{1}{6}, \left(6^{\frac{1}{2}}\right)^x = 6^{-1}, 6^{\frac{x}{2}} = 6^{-1}, \frac{x}{2} = -1, x = -2$

№2. $\log_{\frac{1}{32}}^3 4 = \left(\log_{2^{-5}} 2^2\right)^3 = \left(\frac{2}{-5}\right)^3 = \frac{8}{-125} = \frac{8 \cdot 8}{-125 \cdot 8} = -0,064$

№3. $\sqrt{\left(-2 \log_3 \frac{1}{9}\right)} = \sqrt{(-2 \cdot \log_3 3^{-2})} = \sqrt{(-2) \cdot (-2)} = \sqrt{4} = 2$

№4. $6^{\frac{\log_1 2}{\sqrt{6}}} = ?$

1) $\frac{1}{\sqrt{6}} = 6^{-\frac{1}{2}}$; 2) $\log_{6^{\frac{1}{2}}} 2^1 = \frac{1}{-\frac{1}{2}} \log_6 2 = -2 \log_6 2$; 3) $6^{-2 \log_6 2} = \left(6^{\log_6 2}\right)^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{4} = 0,25$

№5. $\log_9 \log_4 \left(\sqrt[3]{4}\right) = ?$

1) $\log_4 \sqrt[3]{4} = \log_4 4^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$; 2) $\log_9 \frac{1}{3} = \log_{3^2} 3^{-1} = \frac{-1}{2} \log_3 3 = -\frac{1}{2} = -0,5$

№6. $\log_{\frac{16}{9}} \log_{27} 81 = \log_{\left(\frac{4}{3}\right)^2} \log_{2^3} 3^4 = \log_{\left(\frac{4}{3}\right)^2} \frac{4}{3} = \frac{1}{2} = 0,5$

№7. $\log_4^2 \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{49} = \log_4^2 \log_{7^{-1}} 7^{-2} = \log_4^2 \left(\frac{-2}{-1}\right) = \log_4^2 2 = \left(\log_{2^2} 2^1\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} = 0,25$

№8. $27^{\frac{1}{3 \log_{16} 81}} = ?$

1) $3 \log_{16} 81 = 3 \log_{2^4} 3^4 = 3 \cdot \frac{4}{4} \log_2 3 = 3 \log_2 3$

2) $\frac{1}{3 \log_2 3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\log_2 3} = \frac{1}{3} \cdot \log_3 2$; 3) $27^{\frac{1}{3 \log_2 3}} = \left(3^3\right)^{\frac{1}{3} \log_3 2} = 3^{\log_3 2} = 2$

№9. $\log_{\frac{1}{4}} (\log_2 3 \cdot \log_3 4) = \log_{2^{-2}} (\log_2 4) = \log_{2^{-2}} 2^1 = \frac{1}{-2} \log_2 2 = -\frac{1}{2} = -0,5$

№10. $32^{\log_4 3 - 0,1 \cdot \log_2 3} = 2^{5(\log_4 3 - 0,1 \cdot \log_2 3)} = 2^{5 \cdot \log_2 3 - 5 \cdot 0,1 \cdot \log_2 3} = 2^{\frac{5}{2} \log_2 3 - 0,5 \log_2 3} = 2^{2,5 \log_2 3 - 0,5 \log_2 3} = 2^{\log_2 3} = 2^{\log_2 3} = \left(2^{\log_2 3}\right)^2 = 3^2 = 9$

№11. $\frac{\left(3^{\log_{\sqrt{5}}^2 2} - 4^{\log_{\sqrt{5}} 2}\right)^2}{2} = ?$

1) $3^{\log_{\sqrt{5}}^2 2} = 3^{\left(\frac{\log_1 2}{\frac{1}{2}}\right)^2} = 3^{\left(\frac{1}{2} \log_3 2\right)^2} = 3^{(2 \log_3 2)^2} = 3^{4 \log_3^2 2} = \left(3^{\log_3 2}\right)^{4 \log_3 2} = \left(2^4\right)^{\log_3 2} = 16^{\log_3 2}$

2) $4^{\log_{\sqrt{5}} 2} = 4^{\frac{\log_1 2}{\frac{1}{2}}} = 4^{\frac{1}{2} \log_3 2} = \left(4^2\right)^{\log_3 2} = 16^{\log_3 2}$; 3) $\frac{\left(16^{\log_3 2} - 16^{\log_3 2}\right)^2 - 1}{2} = -\frac{1}{2} = -0,5$

№12. $\frac{3\log_3^2 45 - 2\log_3 45 \cdot \log_3 5 - \log_3^2 5}{3\log_3 45 + \log_3 5} = ?$

1) $3 \cdot \log_3^2 45 = 3 \cdot (\log_3 9 \cdot 5)^2 = 3 \cdot (\log_3 9 + \log_3 5)^2 = 3 \cdot (2 + \log_3 5)^2 =$
 $= 3 \cdot (4 + 4\log_3 5 + \log_3^2 5) = 12 + 12\log_3 5 + 3\log_3^2 5$

2) $2\log_3 45 \cdot \log_3 5 = 2(\log_3 9 \cdot 5) \cdot \log_3 5 = 2(2 + \log_3 5) \cdot \log_3 5 =$
 $= (4 + 2\log_3 5)\log_3 5 = 4\log_3 5 + 2\log_3^2 5$

3) $12 + 12\log_3 5 + 3\log_3^2 5 - 4\log_3 5 - 2\log_3^2 5 - \log_3^2 5 = 8\log_3 5 + 12 =$
 $= 4(2\log_3 5 + 3)$

4) $3(2 + \log_3 5) + \log_3 5 = 6 + 3\log_3 5 + \log_3 5 = 6 + 4\log_3 5 = 2(3 + 2\log_3 5)$

5) $\frac{4(2\log_3 5 + 3)}{2(2\log_3 5 + 2)} = 2$

Вариант 1

$$\text{№1. } \lg \left(16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}} + 36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}} \right)$$

$$\text{№2. } 2^{\log_3 5} \cdot 5^{3 \log_3 0,5} \cdot 4^{\log_9 25}$$

$$\text{№3. } \left((1 - \log_5^2 35) \log_{175} 5 + \log_5 35 \right) \cdot 2^{\log_2 5}$$

$$\text{№4. } \log_{\pi^3} \frac{\pi^2}{a^3 b^2} \text{ если } \log_{\pi^2} \frac{1}{a} = \log_{\pi^5} \frac{1}{b} = 1$$

$$\text{№5. } 2 \log_c a + 3 \log_c b, \text{ если } \log_c a^4 b^6 = -18, a > 0, b > 0.$$

$$\text{№6. } 6 \log_{\frac{a^3}{b}} \sqrt{\frac{a}{b}}, \text{ если } \log_a b = 4$$

$$\text{№7. } 2^a \cdot a^{\log_{\sqrt{2}-1}(2^{\sqrt{2}-1})}, \text{ если } a = (\sqrt{2}-1)^2$$

$$\text{№8. } \log_{16} 42 \cdot \log_7 8 - 3 \log_{49} \sqrt{6}$$

Вариант 2

Вариант 3

$$\text{№1. } \log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt{3}$$

$$\text{№1. } \log_{\frac{1}{16}} \frac{1}{4}$$

$$\text{№2. } \log_2 0,25$$

$$\text{№2. } \log_{25} 125$$

$$\text{№3. } \log_3^2 9$$

$$\text{№3. } \log_2^3 8$$

$$\text{№4. } \log_3^4 \frac{1}{9}$$

$$\text{№4. } \log_{0,5}^2 4$$

$$\text{№5. } \sqrt[3]{\log_2 256}$$

$$\text{№5. } \sqrt{\log_3 81}$$

$$\text{№6. } \left(\frac{1}{4} \right)^{\log_{\frac{1}{8}} 27}$$

$$\text{№6. } 3^{\log_{3\sqrt{5}} 8}$$

$$\text{№7. } \log_{\sqrt{2}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$$

$$\text{№7. } \log_{16}^3 \log_3 81$$

$$\text{№8. } \sqrt{7^{\frac{2}{\log_{25} 7}}}$$

$$\text{№8. } 3^{\frac{3}{\log_{\sqrt{6}} 3}}$$

$$\text{№9. } 25^{\frac{1}{2 \log_{49} 25}}$$

$$\text{№9. } 4^{\frac{2}{-\log_5 4}}$$

$$\text{№10. } \log_3 64 \cdot \log_2 \frac{1}{27}$$

$$\text{№10. } \log_2 (\log_{\sqrt{2}} 9 \cdot \log_{\sqrt{3}} 2)$$

$$\text{№11. } 49^{1-\log_7 14} + 5^{-\log_5 4}$$

$$\text{№11. } 81^{\frac{-\log_{\frac{1}{2}} 3 \cdot \log_{\frac{1}{3}} 4 + 2,5}{3}}$$

$$\text{№12. } 0,8 \cdot (1 + 9^{\log_3 8})^{\log_{65} 5}$$

$$\text{№12. } 0,7 \cdot \left(2 + (\sqrt{3})^{\log_3 \frac{1}{16}} \right)^{\log_9 3}$$

$$\text{№13. } 5^{\frac{1}{\log_3 5}} \cdot 5^{\log_5^2 4} - 3 \cdot 4^{\log_5 4} + \lg 0,01$$

$$\text{№13. } 4^{\log_2 3} \cdot 3^{\log_3^2 2} - 9 \cdot 2^{\log_3 2} + 2^{\log_4 9}$$

$$\text{№14. } \left(3^{\frac{1+\frac{1}{2 \log_4 3}}{1}} + 8^{\frac{1}{3 \log_9 2}} + 1 \right)^{0,5}$$

$$\text{№14. } 9^{\log_{\sqrt{5}} \sqrt[4]{3}} + 3 \cdot 2^{\log_2^2 3} - 3^{\log_2 3} \cdot \log_2 8$$

$$\text{№15. } \frac{\log_5^2 7\sqrt{5} + 2 \log_5^2 7 - 3 \log_3 7\sqrt{5} \cdot \log_5 7}{\log_5 7\sqrt{5} - \log_5 49}$$

$$\text{№15. } \frac{\log_2^2 18 - 4 \log_2^2 3 + 3 \log_2 18 + 6 \log_2 3}{\log_2 18 + 2 \log_2 3}$$

▪ **Ответы (тест)**

2. Свойства логарифмов

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3	
№1.	2	№1.	-1,5	№1.	0,5
№2.	1	№2.	-2	№2.	1,5
№3.	5	№3.	4	№3.	27
№4.	4	№4.	16	№4.	4
№5.	-9	№5.	2	№5.	2
№6.	9	№6.	9	№6.	4
№7.	2	№7.	2	№7.	0,125
№8.	0,75	№8.	25	№8.	6
		№9.	7	№9.	0,04
		№10.	-18	№10.	3
		№11.	0,5	№11.	9
		№12.	4	№12.	2,1
		№13.	-2	№13.	3
		№14.	4	№14.	3
		№15.	0,5	№15.	4

▪ **Решение (тест)**

2. Свойства логарифмов

Вариант 1

№1. $\lg \left(16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}} + 36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}} \right) = 2$

1) $16^{\frac{\log_3 6}{\log_3 4}} = 4^{2 \log_4 6} = (4^{\log_4 6})^2 = 6^2 = 36$; 2) $36^{\frac{\log_2 8}{\log_2 6}} = 36^{\log_6 8} = 6^{2 \log_6 8} = (6^{\log_6 8})^2 = 8^2 = 64$

3) $\lg(36 + 64) = \lg 100 = 2$

№2. $2^{\log_3 5} \cdot 5^{3 \log_3 0,5} \cdot 4^{\log_9 25} = 1$

1) $2^{\log_3 5} = 5^{\log_3 2}$; 2) $4^{\log_9 25} = 4^{\log_3 25^2} = 4^{\log_3 5^2} = 4^{\log_3 5} = 5^{\log_3 4}$

3) $5^{\log_3 2} \cdot 5^{3 \log_3 0,5} \cdot 5^{\log_3 4} = 5^{\log_3 2 + 3 \log_3 2^{-1} + \log_3 2^2} = 5^{\log_3 2 - 3 \log_3 2 + 2 \log_3 2} = 5^0 = 1$

№3. $\left((1 - \log_5^2 35) \log_{175} 5 + \log_5 35 \right) \cdot 2^{\log_2 5} = 5$

1) $1 - \log_5^2 35 = (1 - \log_5 35)(1 + \log_5 35) = (\log_5 5 - \log_5 35)(\log_5 5 + \log_5 35) =$
 $= \log_5 \frac{5}{35} \cdot \log_5 (5 \cdot 35) = \log_5 \frac{1}{7} \cdot \log_5 175 = -\log_5 7 \cdot \log_5 175$;

2) $-\log_5 7 \cdot \log_5 175 \cdot \log_{175} 5 = -\log_5 7$; 3) $\log_5 35 - \log_5 7 = \log_5 \frac{35}{7} = \log_5 5 = 1$

4) $2^{\log_2 5} = 5$; 5) $1 \cdot 5 = 5$

№4. $\log_{\pi^3} \frac{\pi^2}{a^3 b^2}$ если $\log_{\pi^2} \frac{1}{a} = \log_{\pi^5} \frac{1}{b} = 1$

1) $\log_{\pi^2} \frac{1}{a} = 1 \Leftrightarrow \pi^2 = \frac{1}{a} \Leftrightarrow a = \pi^{-2}$; $\log_{\pi^5} \frac{1}{b} = 1 \Leftrightarrow \pi^5 = \frac{1}{b} \Leftrightarrow b = \pi^{-5}$

2) $\log_{\pi^3} \frac{\pi^2}{a^3 b^2} = \log_{\pi^3} \pi^2 - \log_{\pi^3} (a^3 b^2) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \log_{\pi} \left((\pi^{-2})^3 \cdot (\pi^{-5})^2 \right) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \log_{\pi} (\pi^{-6} \cdot \pi^{-10}) =$
 $= \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \log_{\pi} \pi^{-16} = \frac{2}{3} + \frac{16}{3} = \frac{18}{3} = 6$

№5. $2\log_c a + 3\log_c b$, если $\log_c a^4 b^6 = -18$, $a > 0$, $b > 0$.

$$\log_c a^4 b^6 = -18; \log_c a^4 + \log_c b^6 = -18; 4\log_c a + 6\log_c b = -18; 2\log_c a + 3\log_c b = -9$$

№6. $6\log_{\frac{a^3}{b}} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}$, если $\log_a b = 4$

$$6 \cdot \frac{\log_a \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}}{\log_a \frac{a^3}{b}} = 6 \cdot \frac{\log_a a^{\frac{1}{2}} - \log_a b^{\frac{1}{2}}}{\log_a a^3 - \log_a b} = 6 \cdot \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \log_a b}{2 - \log_a b} = 6 \cdot \frac{\frac{1}{2}(1-4)}{3-4} = 3 \cdot \frac{-3}{-1} = 3 \cdot 3 = 9$$

№7. $2^a \cdot a^{\log_{\sqrt{2}-1}(2^{\sqrt{2}-1})}$, если $a = (\sqrt{2}-1)^2$

$$2^{(\sqrt{2}-1)^2} \cdot (\sqrt{2}-1)^{2 \cdot \log_{\sqrt{2}-1}(2^{\sqrt{2}-1})} = 2^{(\sqrt{2}-1)^2} \cdot \left((\sqrt{2}-1)^{\log_{\sqrt{2}-1}(2^{\sqrt{2}-1})} \right)^2 = 2^{(\sqrt{2}-1)^2} \cdot (2^{\sqrt{2}-1})^2 = 2^{2-2\sqrt{2}+1} \cdot 2^{2\sqrt{2}-2} = 2^{3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-2} = 2^1 = 2$$

№8. $\log_{16} 42 \cdot \log_7 8 - 3\log_{49} \sqrt{6} = 0,75$

1) $\log_{16} 42 = \frac{\log_7 42}{\log_7 16} = \frac{\log_7 7 \cdot 6}{\log_7 2^4} = \frac{1 + \log_7 6}{4\log_7 2}$; 2) $\log_7 8 = 3\log_7 2$

3) $\frac{1 + \log_7 6}{4\log_7 2} \cdot 3\log_7 2 = \frac{3}{4}(1 + \log_7 6)$; 4) $\log_{49} \sqrt{6} = \log_{7^2} 6^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}\log_7 6$

5) $\frac{3}{4}(1 + \log_7 6) - 3 \cdot \frac{1}{4}\log_7 6 = \frac{3}{4} + \frac{3}{4}\log_7 6 - \frac{3}{4}\log_7 6 = \frac{3}{4} = 0,75$

Вариант 2

№1. $\log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt{3} = \log_{3^{-1}} \left(3^1 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \right) = \log_{3^{-1}} 3^{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{-1} = -1,5$ или

$$\log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt{3} = x, \left(\frac{1}{3} \right)^x = 3\sqrt{3}, 3^{-x} = 3^1 \cdot 3^{\frac{1}{2}}, 3^{-x} = 3^{\frac{3}{2}}, -x = \frac{3}{2}, x = -1,5$$

№2. $\log_2 0,25 = x$, $2^x = 0,25$, $2^x = \frac{1}{4}$, $2^x = 2^{-2}$, $x = -2$

№3. $\log_3^2 9 = (\log_3 9)^2 = (\log_3 3^2)^2 = 2^2 = 4$

№4. $\log_3^4 \frac{1}{9} = (\log_3 3^{-2})^4 = (-2)^4 = 16$

№5. $\sqrt[3]{\log_2 256} = \sqrt[3]{\log_2 2^8} = \sqrt[3]{8} = 2$

№6. $\left(\frac{1}{4} \right)^{\log_{\frac{1}{8}} 27} = 9$

1) $\log_{\frac{1}{8}} 27 = \log_{2^{-3}} 3^3 = \frac{3}{-3} \log_2 3 = -1 \cdot \log_2 3$; 2) $\left(\frac{1}{4} \right)^{-1 \cdot \log_2 3} = (2^{-2})^{-\log_2 3} = 2^{2\log_2 3} = (2^{\log_2 3})^2 = 9$

№7. $\log_{\sqrt{2}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = ?$; 1) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = \log_{3^{-1}} 3^{-2} = \frac{-2}{-1} = 2$; 2) $\log_{\sqrt{2}} 2 = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^1 = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

№8. $\sqrt{7^{\frac{2}{\log_{25} 7}}} = \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{\log_{25} 7}} = 7^{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\log_{25} 7}} = 7^{\frac{1}{\log_{25} 7}}$

1) $\log_{25} 7 = \log_{5^2} 7^1 = \frac{1}{2} \log_5 7$; 2) $\frac{1}{\frac{1}{2} \log_5 7} = \frac{2}{\log_5 7} = 2 \cdot \log_7 5$; 3) $7^{2 \log_7 5} = (7^{\log_7 5})^2 = 5^2 = 25$

№9. $25^{\frac{1}{2 \log_{49} 25}} = 7$

1) $\log_{49} 25 = \log_{7^2} 5^2 = \log_7 5$; 2) $\frac{1}{2 \log_7 5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\log_7 5} = \frac{1}{2} \cdot \log_5 7$; 3) $25^{\frac{1}{2} \log_5 7} = (5^2)^{\frac{1}{2} \log_5 7} = 7$

№10. $\log_3 64 \cdot \log_2 \frac{1}{27} = \log_3 2^6 \cdot \log_2 3^{-3} = 6 \cdot \log_3 2 \cdot (-3) \cdot \log_2 3 = -18 \cdot \log_3 2 \cdot \log_2 3 = -18$

№11. $49^{1 - \log_7 14} + 5^{-\log_5 4} = 0,5$

1) $1 - \log_7 14 = \log_7 7 - \log_7 14 = \log_7 \frac{7}{14} = \log_7 \frac{1}{2} = \log_7 2^{-1} = -\log_7 2$

2) $49^{-\log_7 2} = 7^{-2 \cdot \log_7 2} = (7^{\log_7 2})^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

3) $5^{-\log_5 4} = (5^{\log_5 4})^{-1} = 4^{-1} = \frac{1}{4}$; 4) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$

№12. $0,8 \cdot (1 + 9^{\log_3 8})^{\log_{65} 5} = 4$

1) $9^{\log_3 8} = 3^{2 \log_3 8} = (3^{\log_3 8})^2 = 8^2 = 64$; 2) $0,8(1 + 64)^{\log_{65} 5} = 0,8 \cdot 65^{\log_{65} 5} = 0,8 \cdot 5 = 4$

№13. $5^{\frac{1}{\log_3 5}} \cdot 5^{\log_5^2 4} - 3 \cdot 4^{\log_5 4} + \lg 0,01 = ?$

1) $5^{\frac{1}{\log_3 5}} = 5^{\log_5 3} = 3$; 2) $5^{\log_5^2 4} = (5^{\log_5 4})^{\log_5 4} = 4^{\log_5 4}$; 3) $\lg 0,01 = \lg 10^{-2} = -2$;

4) $3 \cdot 4^{\log_5 4} - 3 \cdot 4^{\log_5 4} - 2 = -2$

№14. $\left(3^{1 + \frac{1}{2 \log_4 3}} + 8^{\frac{1}{3 \log_9 2}} + 1\right)^{0,5} = 4$

1) $\frac{1}{2 \log_4 3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\log_4 3} = \frac{1}{2} \cdot \log_3 4$; 2) $3^{1 + \frac{1}{2} \log_3 4} = 3 \cdot 3^{\frac{1}{2} \log_3 4} = 3 \cdot (3^{\log_3 4})^{\frac{1}{2}} = 3 \cdot 4^{\frac{1}{2}} = 3 \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$

3) $\frac{1}{3 \log_9 2} = \frac{1}{3} \cdot \log_2 9$; 4) $8^{\frac{1}{3} \log_2 9} = (2^3)^{\frac{1}{3} \log_2 9} = 2^{\log_2 9} = 9$; 5) $(6 + 9 + 1)^{0,5} = 16^{0,5} = \sqrt{16} = 4$

$$\text{№15. } \frac{\log_5^2 7\sqrt{5} + 2\log_5^2 7 - 3\log_3 7\sqrt{5} \cdot \log_5 7}{\log_5 7\sqrt{5} - \log_5 49} = 0,5$$

$$1) \log_5^2 7\sqrt{5} = (\log_5 7\sqrt{5})^2 = (\log_5 7 + \log_5 \sqrt{5})^2 = \left(\log_5 7 + \log_5 5^{\frac{1}{2}}\right)^2 =$$

$$= \left(\log_5 7 + \frac{1}{2}\right)^2 = (0,5 + \log_5 7)^2 = 0,25 + \log_5 7 + \log_5^2 7$$

$$2) 3 \cdot \log_3 7\sqrt{5} \cdot \log_5 7 = 3 \cdot (0,5 + \log_5 7) \cdot \log_5 7 = (1,5 + 3\log_5 7) \cdot \log_5 7 = 1,5\log_5 7 + 3\log_5^2 7$$

$$3) 0,25 + \log_5 7 + \log_5^2 7 + 2\log_5^2 7 - 1,5\log_5 7 - 3\log_5^2 7 = 0,25 - 0,5\log_5 7 = 0,5(0,5 - \log_5 7)$$

$$4) \log_5 7\sqrt{5} - \log_5 49 = \log_5 7 + \log_5 5^{\frac{1}{2}} - \log_5 7^2 - \log_5 7 - 2\log_5 7 + \frac{1}{2} = 0,5 - \log_5 7$$

$$5) \frac{0,5(0,5 - \log_5 7)}{0,5 - \log_5 7} = 0,5$$

Вариант 3

$$\text{№1. } \log_{\frac{1}{16}} 4 = \log_{4^{-2}} 4^{-1} = \frac{-1}{-2} \log_4 4 = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\text{№2. } \log_{25} 125 = \log_{5^2} 5^3 = \frac{3}{2} \log_5 5 = 1,5$$

$$\text{№3. } \log_2^3 8 = (\log_2 2^3) = 3^3 = 27$$

$$\text{№4. } \log_{0,5}^2 4 = \left(\log_{\frac{1}{2}} 4\right)^2 = (\log_{2^{-1}} 2^2)^2 = \left(\frac{2}{-1} \log_2 2\right)^2 = (-2)^2 = 4$$

$$\text{№5. } \sqrt{\log_3 81} = \sqrt{\log_3 3^4} = \sqrt{4} = 2$$

$$\text{№6. } 3^{\log_3 \sqrt{8}} = 4$$

$$1) 3\sqrt{3} = 3^1 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{2}}; \quad 2) \log_{\frac{3}{3^2}} 2^3 = \frac{3}{3} \log_3 2 = 2 \cdot \log_3 2; \quad 3) 3^{2\log_3 2} = (3^{\log_3 2})^2 = 2^2 = 4$$

$$\text{№7. } \log_{16}^3 \log_3 81 = \log_{16}^3 \log_3 3^4 = \log_{16}^3 4 = (\log_{4^2} 4^1)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} = 0,125$$

$$\text{№8. } 3^{\frac{3}{\log_{\sqrt[3]{6}} 3}} = 6$$

$$1) \log_{\sqrt[3]{6}} 3 = \log_{\frac{1}{6^{\frac{1}{3}}}} 3^1 = \frac{1}{\frac{1}{3}} \log_6 3 = 3 \log_6 3; \quad 2) \frac{3}{3 \log_6 3} = \frac{1}{\log_6 3} = \log_3 6; \quad 3) 3^{\log_3 6} = 6$$

$$\text{№9. } 4^{\frac{2}{\log_5 4}} = 4^{-2 \cdot \log_4 5} = (4^{\log_4 5})^{-2} = 5^{-2} = \frac{1}{25} = 0,04$$

№10. $\log_2(\log_{\sqrt{2}} 9 \cdot \log_{\sqrt{3}} 2) = 3$

1) $\log_{\sqrt{2}} 9 \cdot \log_{\sqrt{3}} 2 = \log_{\frac{1}{2^2}} 3^2 \cdot \log_{\frac{1}{3^2}} 2^1 = \frac{2}{1} \log_2 3 \cdot \frac{1}{2} \log_3 2 = 4 \log_2 3 \cdot 2 \log_3 2 = 8 \log_2 3 \cdot \log_3 2 = 8$

2) $\log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$

№11. $81^{\frac{-\log_1 3 \cdot \log_1 4 + 2,5}{2 \cdot 3}} = 9$

1) $-\log_{2^{-1}} 3 \cdot \log_{3^{-1}} 2^2 = -(-1) \log_2 3 \cdot \left(\frac{2}{-1}\right) \log_3 2 = -2 \log_2 3 \cdot \log_3 2 = -2$

2) $81^{-2+2,5} = (3^4)^{0,5} = 3^2 = 9$

№12. $0,7 \cdot \left(2 + (\sqrt{3})^{\log_3 \frac{1}{16}}\right)^{\log_9 3} = 2,1$

1) $\sqrt{3}^{\log_3 \frac{1}{16}} = 3^{\frac{1}{2} \log_3 4^{-2}} = 3^{\frac{1}{2} (-2) \log_3 4} = 3^{-1 \cdot \log_3 4} = 3^{\log_3 \frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$

2) $\left(2 + \frac{1}{4}\right)^{\log_9 3} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\log_9 3} = 3$; 3) $0,7 \cdot 3 = 2,1$

№13. $4^{\log_2 3} \cdot 3^{\log_3 2} - 9 \cdot 2^{\log_3 2} + 2^{\log_4 9} = 3$

1) $4^{\log_2 3} = 2^{2 \cdot \log_2 3} = (2^{\log_2 3})^2 = 3^2 = 9$; 2) $3^{\log_3 2} = (3^{\log_3 2})^{\log_3 2} = 2^{\log_3 2}$

3) $2^{\log_4 9} = 2^{\log_2 3^2} = 2^{\log_2 3} = 3$; 4) $9 \cdot 2^{\log_3 2} - 9 \cdot 2^{\log_3 2} + 3 = 3$

№14. $9^{\log_{\sqrt{3}} \sqrt[4]{3}} + 3 \cdot 2^{\log_2^2 3} - 3^{\log_2 3} \cdot \log_2 8 = 3$

1) $9^{\log_{\sqrt{3}} \sqrt[4]{3}} = 3^{2 \log_{\frac{1}{3^2}} 3^{\frac{1}{4}}} = 3^{2 \cdot \left(\frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 2}\right)} = 3^{2 \cdot \frac{1}{2}} = 3$; 2) $3 \cdot 2^{\log_2^2 3} = 3 \cdot (2^{\log_2 3})^{\log_2 3} = 3 \cdot 3^{\log_2 3}$

3) $\log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$; 4) $3 + 3 \cdot 3^{\log_2 3} - 3 \cdot 3^{\log_2 3} = 3$

№15. $\frac{\log_2^2 18 - 4 \log_2^2 3 + 3 \log_2 18 + 6 \log_2 3}{\log_2 18 + 2 \log_2 3} = 4$

1) $\log_2^2 18 - 4 \log_2^2 3 = (\log_2 18 - 2 \log_2 3)(\log_2 18 + 2 \log_2 3) =$
 $= (\log_2 18 - \log_2 9)(\log_2 18 + \log_2 3^2) = \log_2 \frac{18}{9} \cdot \log_2 (18 \cdot 9) = \log_2 2 \cdot \log_2 (9^2 \cdot 2) =$
 $= \log_2 2 + \log_2 9^2 = 1 + 2 \log_2 9$

2) $3 \log_2 18 + 6 \log_2 3 = 3(\log_2 18 + 2 \log_2 3) = 3(\log_2 (2 \cdot 9) + \log_2 9) = 3(1 + \log_2 9 + \log_2 9) =$
 $= 3(1 + 2 \log_2 9)$

3) $1 + 2 \log_2 9 + 3(1 + 2 \log_2 9) = 4(1 + 2 \log_2 9)$

4) $\log_2 18 + 2 \log_2 3 = \log_2 2 + \log_2 9 + \log_2 9 = 1 + 2 \log_2 9$; 5) $\frac{4(1 + 2 \log_2 9)}{1 + 2 \log_2 9} = 4$

3. Тренировочные упражнения. Свойства логарифмов

■ Банк заданий

Найдите значение выражения:

№1. $(0,01)^{\lg 0,2-0,5} + (\sqrt{10})^{\lg 25+2}$

№2. $(0,2)^{0,5 \cdot \log_5 4 - \log_{25} 16}$

№3. $3^{(0,5 \cdot \log_9 16 + \log_3 6)}$

№4. $25^{1,5 \log_5 3 + 4 \log_{625} 7}$

№5. $3 \cdot \left(\frac{\sqrt{10}}{10} \right)^{\lg 9-2}$

№6. $8^{\left(\frac{2}{3} \log_2 27 - \frac{1}{2} \log_2 9 \right)}$

№7. $49^{1-\log_7 2} + (0,2)^{\frac{2}{\log_2 5}}$

№8. $(0,5)^{\log_1 9 + 2 \log_2 \frac{1}{3}}$

№9. $81^{\frac{1}{\log_5 3}} - 27^{\frac{1}{\log_6 3}} + 9^{\frac{1}{\log_7 3}}$

№10. $\left(25^{\frac{1}{\log_5 5}} + 16^{\frac{1}{\log_{\sqrt{8}} 2}} \right) : 49^{\frac{1}{\log_{\sqrt{8}} 7}}$

№11. $8^{\frac{2}{3} \log_2 27 + \frac{1}{2} \log_1 9}$

№12. $\left(81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2}$

№13. $27^{\log_{\sqrt{8}} \sqrt[3]{3}} + 4 \cdot 5^{\log_5^2 2} - 2^{\log_5 2} \cdot \log_2 16$

№14. $\log_{\sqrt[3]{5}} \left(125 \cdot \sqrt[4]{5} \cdot 3^{\log_1 \sqrt[3]{25}} \right)$

№15. $\log_{\sqrt[4]{4}} \left(\frac{1}{16} \sqrt[2]{2} \cdot 5^{\log_{0,04} \sqrt[3]{8}} \right)$

№16. $\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{7}}} \left(\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt{56} \cdot 8^{\log_{0,5} \sqrt[3]{49} - 0,5} \right)$

№17. $\frac{\left(5^{\log_{\sqrt{8}} (3+\sqrt{2})} - 49^{\log_7 (3-\sqrt{2})} \right) 2^{\log_3 7 \sqrt{3}}}{7^{\log_3 6}}$

№18. $\frac{3^{\log_5 20}}{5^{\log_5 3 + \log_2 3}} + 25^{\log_5 \left(2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)} + 2^{\log_{\sqrt{2}} \left(2 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)}$

№19. $5^{\log_{\frac{1}{5}} 2} + \log_{\sqrt{2}} \frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{7}} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{10 + 2\sqrt{21}}$

№20. $9^{\log_3 \cos \frac{\pi}{6} - \log_2 \sin \frac{\pi}{6}}$

№21. $2^{\log_1 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} + 3 \log_4 \sin \frac{5\pi}{6}}$

№22. $\frac{\log_3 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} + \log_1 \cos \frac{\pi}{4}}{625}$

№23. Найдите $y = 9^b$, если
 $b = 0,5 \cdot (\log_{0,2} 5 + \log_3 2 + 1)$

№24. Найдите a , если
 $3 \cdot \log_8 a = (\log_5 2 - \log_{0,2} 4)^{-1} + \log_2 \sqrt[3]{25}$.

№25. Найдите $y = 8^b$, если
 $b = \left[0,5 \cdot (\log_3 16 + \log_{\sqrt{3}} 2) \right]^{-1}$

№26. Вычислить M и N , если
 $M = 3^{4 \log_9 \sin \frac{8\pi}{3}}$; $N = 5^{3 \log_{\sqrt{5}} \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}}$. В ответе
записать меньшее число.

№27. Найдите числа A и B , если
 $A = \log_{0,25} \sqrt[3]{4 \cos^2 \frac{19\pi}{4} + 6 \operatorname{tg} \frac{9\pi}{4}}$,
 $B = \log_{\sqrt[2]{2}} \sqrt[20]{\sin \frac{17\pi}{6}}$. В ответе запишите
большее число.

№28. $\frac{\log_2 56}{\log_{224} 2} - \frac{\log_2 448}{\log_{28} 2}$

№29. $\log_3 12 - \log_3 7 \cdot \log_5 4 \cdot \log_7 5$

№30. $\log_3 36 - \log_3 6 \cdot \log_{13} 4 \cdot \log_6 13$

№31.	$\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 8}{\log_7 5 \cdot \log_5 2 \cdot \log_3 7} + 2$	№32.	$2 - \log_4 5 \left(\frac{\log_5 4}{\log_4 8} + \frac{2 \log_8 4}{\log_4 5} \right)$
№33.	$\left(\frac{\log_6 3}{\log_5 7} + \frac{\log_7 5}{\log_3 6} \right) \log_5 7 + \log_6 24$	№34.	$\log_6 8 \left(\frac{2 \log_3 5}{\log_6 8} - \frac{\log_8 6}{\log_5 3} \right) - \log_3 225$
№35.	$\frac{\log_7^2 14 + (\log_7 14) \cdot (\log_7 2) - 2 \log_7^2 2}{\log_7 14 + 2 \log_7 2}$	№36.	$(\log_5 2 + \log_2 5 + 2)(\log_5 2 - \lg 2) \cdot \log_2 5 - \log_5 50$
№37.	$\frac{\log_5^2 15 - \log_5^3 3 + 2 \log_5 15 + 2 \log_5 3}{\log_5 15 + \log_5 3}$	№38.	$\frac{\sqrt{\log_2 48 - 4 \sqrt{\log_2 3 - 3}} - 3}{\sqrt{\log_2 6 + 2 \sqrt{\log_2 3}}} - 1$
№39.	$\frac{\sqrt{4 \log_2 10 - 12 \sqrt{\log_2 5 + 5}} - \sqrt{4 \log_2 10 - 4 \sqrt{\log_2 5 - 3}}}{-}$	№40.	$\frac{\log_8 24 + \log_3 24}{\log_3 \sqrt{24} \cdot \log_8 24}$
№41.	$\frac{\log_3 74}{\log_{225} 74} - 2 \log_3 5$	№42.	$\frac{\log_3 324}{\log_{135} 3} - \frac{\log_3 405}{\log_{108} 3} + \log_3 (2, 4)$
№43.	$\left(\frac{\log_2 12 \cdot \log_4 8}{\log_7 3} + \frac{\log_3 7 \cdot \log_2 12}{\log_8 4} + \frac{\log_4 8 \cdot \log_3 7}{\log_{12} 2} \right) \cdot \frac{\log_7 3}{\log_2 12} - \log_{16} 64$		
№44.	$\frac{\log_2 12 + \frac{1}{\log_{12} 2}}{\log_7 4} \cdot \log_7 2 - \log_2 6$	№45.	$\left(\frac{2 \cdot \log_6 9}{\log_4 5} - \frac{\log_5 4}{\log_6 9} \right) \cdot \frac{1}{\log_5 4} + 2 \cdot \log_6 2$
№46.	Найдите $\log_{abc} x$, если $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$, $\log_c x = 6$.	№47.	Найдите $\log_c x$, если $\log_a x = \frac{1}{2}$, $\log_b x = \frac{1}{4}$, $\log_{abc} x = 1$.
№48.	Найдите $\left(\log_{\frac{a}{b}} c + \log_{ab} c \right) \cdot (\log_c^2 b - \log_c^2 a) + (\log_b \sqrt{c})^{-1}$, если $a = 0,15$; $b = 1,2$; $c = 4$.		
№49.	Найдите $a^{\left(\log_a^2 b^3 + \frac{3}{\log_c a^2} + 3 \cdot \log_c (bc) \cdot \log_a \sqrt{c} \right)}$, если $a = 11$, $b = \sqrt[6]{3}$, $c = \sqrt[6]{12}$.		
№50.	Найдите $\frac{\log_a^2 (bc) - \left(\frac{\log_a b^2}{\log_c a} + 2 \log_a^2 c \right)}{\log_a b - \log_a c}$, если $a = 3$, $b = 2,5$, $c = 3,6$.		
№51.	Найдите $\log_{a\sqrt{b}} \frac{\sqrt{b}}{a^2} + \log_{b\sqrt{a}} (a\sqrt{b}) + \frac{1}{4} \log_{\sqrt{a}} a^2$, если $\log_a (ab) = 3$.		
№52.	Найдите $3 \cdot \log_{\frac{a^3}{b}} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}} + \log_{\frac{a^3}{b}} b$, если $\log_{ab} \frac{a}{b} = -\frac{1}{3}$.		
№53.	Найдите $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{b}} + \frac{1}{4} \log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}} (b\sqrt{a}) = ?$, если $\log_{\sqrt{ab}} \left(\frac{a}{b} \right)^2 = -\frac{4}{3}$.		

▪ **Ответы (банк заданий)** 3. Тренировочные упражнения. Свойства логарифмов

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
300	2	12	1323	10	27	12,5	27	458	3
№11	№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20
27	19	3	7,75	-7,75	2,5	3	9	6	6,75
№21	№22	№23	№24	№25	№26	№27	№28	№29	№30
0,25	0,2	2	5	3	0,75	-0,45	3	1	2
№31	№32	№33	№34	№35	№36	№37	№38	№39	№40
5	0	3	-1	1	-1	3	-3	-2	2
№41	№42	№43	№44	№45	№46	№47	№48	№49	№50
2	1	3	1	2	1	-0,2	3	6	2
№51	№52	№53							
0,85	1,5	-0,625							

▪ **Решение (банк заданий)** 3. Тренировочные упражнения. Свойства логарифмов

$$\begin{aligned} \text{№1. } (0,01)^{\lg 0,2-0,5} + (\sqrt{10})^{\lg 25+2} &= \left(\frac{1}{100}\right)^{\lg 0,2-0,5} + \left(10^{\frac{1}{2}}\right)^{\lg 25+2} = 10^{-2(\lg 0,2-0,5)} + 10^{\frac{1}{2}(\lg 25+2)} = \\ &= 10^{\lg 0,2^{-2}+1} + 10^{\lg 25^{\frac{1}{2}}+1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \cdot 10 + 5 \cdot 10 = 250 + 50 = 300 \end{aligned}$$

$$\text{№2. } (0,2)^{0,5 \cdot \log_5 4 - \log_{25} 16} = 0,2^{\log_5 2 - \log_{25} 16} = 5^{-\log_5 2 + \log_{25} 16} = 5^{\log_5 2^{-1} \cdot 5^{\log_{25} 16}} = \frac{1}{4} \cdot 4 = 2$$

$$\text{№3. } 3^{(0,5 \cdot \log_9 16 + \log_3 6)} = 3^{\log_9 4} \cdot 3^{\log_3 6} = 4^{\log_9 3} \cdot 6 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 = 12$$

$$\begin{aligned} \text{№4. } 25^{1,5 \log_5 3 + 4 \log_{625} 7} &= 5^{2(1,5 \log_5 3 + 4 \log_{625} 7)} = 5^{\log_5 3^3 + 8 \log_{625} 7} = 27 \cdot 5^{\log_{625} 7^8} = 27 \cdot 5^{\log_{5^4} 7^8} = 27 \cdot 5^{\frac{8}{4} \log_5 7} = \\ &= 27 \cdot 5^{\log_5 49} = 27 \cdot 49 = 1323 \end{aligned}$$

$$\text{№5. } 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right)^{\lg 9-2} = 3 \cdot \left(10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{-1}\right)^{\lg 9-2} = 3 \cdot \left(10^{-\frac{1}{2}}\right)^{\lg 9-2} = 3 \cdot 10^{\lg 9 \cdot \frac{1}{2} + 1} = 3 \cdot 10 \cdot 10^{\lg \frac{1}{3}} = 10$$

$$\text{№6. } 8^{\left(\frac{2}{3} \log_2 27 - \frac{1}{2} \log_2 9\right)} = 2^{3 \cdot \frac{2}{3} \log_2 27 - \frac{3}{2} \log_2 9} = 2^{\log_2 27^2 - \log_2 9^{\frac{3}{2}}} = \frac{27^2}{(3^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{27^2}{27} = 27$$

$$\begin{aligned} \text{№7. } 49^{1-\log_7 2} + (0,2)^{\frac{2}{\log_2 5}} &= 49 \cdot 7^{-2 \log_7 2} + \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{\log_2 5}} = \\ &= 49 \cdot 7^{\log_7 \frac{1}{4}} + 5^{-2 \log_5 2} = \frac{49}{4} + 5^{\log_5 \frac{1}{4}} = \frac{49}{4} + \frac{1}{4} = \frac{50}{4} = 12,5 \end{aligned}$$

$$\text{№8. } (0,5)^{\log_{\frac{1}{4}} 9 + 2 \log_2 \frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\left(\frac{1}{2}\right)^2} 3^2 + \log_2 \frac{1}{9}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 3} \cdot (2^{-1})^{\log_2 \frac{1}{9}} = 3 \cdot 2^{\log_9} = 3 \cdot 9 = 27$$

$$\text{№9. } 81^{\frac{1}{\log_3 3}} - 27^{\frac{1}{\log_6 3}} + 9^{\frac{1}{\log_7 3}} = 3^{4 \log_3 5} - 3^{3 \log_3 6} + 3^{2 \log_3 7} = 5^4 - 6^3 + 7^2 = 625 - 216 + 49 = 458.$$

$$\text{№10. } \left(25^{\frac{1}{\log_3 5}} + 16^{\frac{1}{\log_{\sqrt{5}} 2}}\right) : 49^{\frac{1}{\log_{\sqrt{6}} 7}} = \left(25^{\log_5 3} + 16^{\log_2 \sqrt{3}}\right) : 49^{\log_7 \sqrt{6}} = \left(5^{\log_5 9} + 2^{\log_2 9}\right) : 7^{\log_7 6} = (9+9) : 6 = 3$$

$$\text{№11. } 8^{\frac{2}{3}\log_2 27 + \frac{1}{2}\log_1 9} = 2^{2\log_2 27 + \frac{3}{2}\log_1 9} = 3^6 \cdot 2^{-\log_2 9^{\frac{3}{2}}} = 3^6 \cdot 3^{-3} = 3^3 = 27$$

$$\begin{aligned} \text{№12. } & \left(81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2} = \left(3^{4\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\log_3 2^2\right)} + 5^{2\log_5 2^3} \right) \cdot 7^{2\log_7 2} = \left(3^{1-2\log_3 2} + 5^{2\log_5 2} \right) \cdot 4 = \\ & = \left(\frac{3}{4} + 4 \right) \cdot 4 = 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№13. } & 27^{\log_{\sqrt{5}} \sqrt[3]{3}} + 4 \cdot 5^{\log_5 2^2} - 2^{\log_5 2} \cdot \log_2 16 = 3^{3\log_{\sqrt{5}} \sqrt[3]{3}} + 4 \cdot 5^{\log_5 2 \cdot \log_5 2} - 4 \cdot 2^{\log_5 2} = \\ & = 3^{\log_{\sqrt{5}} (\sqrt[3]{3})^3} + 4 \cdot 2^{\log_5 2} - 4 \cdot 2^{\log_5 2} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№14. } & \log_{\sqrt[3]{5}} \left(125 \cdot \sqrt[4]{5} \cdot 3^{\log_1 \sqrt[3]{25}} \right) = \log_{\frac{1}{5^{\frac{1}{3}}}} 5^3 + \log_{\frac{1}{5^{\frac{1}{3}}}} 5^{\frac{1}{4}} + \log_{\sqrt[3]{5}} \left(3^{\log_1 \sqrt[3]{25}} \right) = 3 : \frac{1}{3} + \frac{1}{4} : \frac{1}{3} + \log_{\sqrt[3]{5}} \left(3^{\log_3^{-1} 5^{\frac{2}{3}}} \right) = \\ & = 9 + \frac{3}{4} + \log_{\frac{1}{5^{\frac{1}{3}}}} 3^{\log_3 5^{\frac{2}{3}}} = 9,75 + \log_{\frac{1}{5^{\frac{1}{3}}}} 5^{-\frac{2}{3}} = 9,75 - \frac{2}{3} : \frac{1}{3} = 9,75 - 2 = 7,75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№15. } & \log_{\sqrt[4]{4}} \left(\frac{1}{16} \sqrt[4]{2} \cdot 5^{\log_{0,04} \sqrt[4]{8}} \right) = \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}} \frac{1}{16} + \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}} 2^{\frac{1}{4}} + \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}} 5^{\log_{\frac{1}{25}} 2^{\frac{3}{4}}} = -4 : \frac{1}{2} + \frac{1}{4} : \frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}} 5^{\log_5^{-2} 2^{\frac{3}{4}}} = \\ & = -8 + \frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}} 5^{4 \cdot (-2)\log_5 2} = -7,5 + \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}} 2^{-\frac{3}{8}} = -7,5 - \frac{3}{8} : \frac{1}{2} = -7,5 - \frac{3}{4} = -7,75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№16. } & \log_{\frac{1}{\sqrt[3]{7}}} \left(\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt{56} \cdot 8^{\log_{0,5} \sqrt[3]{49} - 0,5} \right) = \log_{\frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}} 7^{\frac{2}{3}} + \log_{\frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}} 7^{\frac{1}{2}} + \log_{\frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}} 8^{\frac{1}{2}} + \log_{\frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}} 8^{\log_{\frac{1}{2}} 7^{\frac{3}{2}}} + \log_{\frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}} 8^{-\frac{1}{2}} = \\ & = \frac{2}{3} : \left(-\frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} : \left(-\frac{1}{3} \right) + \frac{3}{2} : \left(-\frac{1}{3} \right) \log_7 2 + \log_{\frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}} 2^{\log_2^{-1} 7^2} + \left(-\frac{3}{2} \right) : \left(-\frac{1}{3} \right) \log_7 2 = \\ & = -2 - \frac{3}{2} - \frac{9}{2} \log_7 2 + \frac{9}{2} \log_7 2 + \log_{\frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}} 2^{-2\log_2 7} = -3,5 + \log_{\frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}} 2^{\log_2 7^{-2}} = -3,5 + \log_{\frac{1}{7^{\frac{1}{3}}}} 7^{-2} = \\ & = -3,5 + (-2) : \left(-\frac{1}{3} \right) = -3,5 + 6 = 2,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№17. } & \frac{\left(5^{\log_{\sqrt{5}} (3+\sqrt{2})} - 49^{\log_7 (3-\sqrt{2})} \right) 2^{\log_3 7 \sqrt{3}}}{7^{\log_3 6}} - \frac{3}{7} = \frac{\left(5^{2\log_5 (3+\sqrt{2})} - 7^{2\log_7 (3-\sqrt{2})} \right) \cdot 2^{\log_3 3^2 + \log_3 7}}{7^{\log_3 3 \cdot 2}} - \frac{3}{7} = \\ & = \frac{\left((3+\sqrt{2})^2 - (3-\sqrt{2})^2 \right) 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\log_3 7}}{7 \cdot 7^{\log_3 2}} - \frac{3}{7} = \frac{(3+\sqrt{2}-3+\sqrt{2})(3+\sqrt{2}+3-\sqrt{2}) \sqrt{2} \cdot 7^{\log_3 2}}{7 \cdot 7^{\log_3 2}} - \frac{3}{7} = \\ & = \frac{12\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{7} - \frac{3}{7} = \frac{24-3}{7} = \frac{21}{7} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№18. } & \frac{3^{\log_5 20}}{5^{\log_5 3 + \log_2 3}} + 25^{\log_5 \left(2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)} + 2^{\log_{\sqrt{2}} \left(2 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)} = \frac{3^{\log_5 5 \cdot 4}}{4^{\log_5 3} \cdot 2^{\log_2 9}} + 5^{\log_5 \left(2 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2} + 2^{\log_2 \left(2 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2} = \\ & = \frac{3 \cdot 3^{\log_5 4}}{3^{\log_5 4} \cdot 9} + 4 + \frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + 4 - \frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} = 8 + 1 = 9 \end{aligned}$$

№19. $5^{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{2}} + \log_{\sqrt{2}} \frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{7}} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{10 + 2\sqrt{21}} =$
 $= 5^{\log_5 2} + 2\log_2 4 - 2\log_2(\sqrt{3} + \sqrt{7}) - \log_2 1 + \log_2(10 + 2\sqrt{21}) =$
 $= 2 + 4 - \log_2(10 + 2\sqrt{21}) + \log_2(10 + 2\sqrt{21}) = 6$

№20. $9^{\log_3 \cos \frac{\pi}{6} - \log_2 \sin \frac{\pi}{6}} = 9^{\log_3 \frac{\sqrt{3}}{2} - \log_2 \frac{1}{2}} = 3^{2(\log_3 \frac{\sqrt{3}}{2} + 1)} = 3^{\log_3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \cdot 9 = \frac{3}{4} \cdot 9 = \frac{27}{4} = 6,75$

№21. $2^{\frac{\log_1 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} + 3\log_4 \sin \frac{5\pi}{6}}{3}} = 0,25$

1) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$, $\sin \frac{5\pi}{6} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$; 2) $2^{\frac{\log_1 \sqrt{3}}{3}} = 2^{\frac{\log_1 \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}}{3}} = 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

3) $2^{3\log_4 \frac{1}{2}} = 2^{-3 \cdot \frac{1}{2} \log_2 2} = 2^{-\frac{3}{2}}$; 4) $2^{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = 2^{-2} = \frac{1}{4} = 0,25$

№22. $625^{\log_3 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} + \log_{\frac{1}{4}} \cos \frac{\pi}{4}} = 625^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{625}} = \frac{1}{5} = 0,2$

1) $\log_3 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} + \log_{\frac{1}{4}} \cos \frac{\pi}{4} = \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}} + \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{2}} = \log_3 3^{-\frac{1}{2}} + \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} : 2 = -\frac{1}{4}$

№23. $y = 9^b$, где $b = 0,5 \cdot (\log_{0,2} 5 + \log_3 2 + 1) = \frac{1}{2} \left(\log_{\frac{1}{5}} 5 + \log_3 2 + \log_3 3 \right) = \frac{1}{2} (-1 + \log_3 2 \cdot 3) =$
 $= \frac{1}{2} (\log_3 6 - \log_3 3) = \frac{1}{2} \log_3 \frac{6}{3} = \frac{1}{2} \log_3 2$; $y = 9^{\frac{1}{2} \log_3 2} = (3^2)^{\frac{1}{2} \log_3 2} = 2$

№24. $a - ?$, $3 \cdot \log_8 a = (\log_5 2 - \log_{0,2} 4)^{-1} + \log_2 \sqrt[3]{25}$

1) $\log_5 2 - \frac{\log_5 4}{\log_5 \frac{1}{5}} = \log_5 2 + \log_5 4 = \log_5 8$; 2) $(\log_5 8)^{-1} = \frac{1}{\log_5 8} = \log_8 5 = \log_{2^3} 5^1 = \frac{1}{3} \log_2 5$

3) $\log_2 \sqrt[3]{25} = \log_2 5^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_2 5$; 4) $\frac{1}{3} \log_2 5 + \frac{2}{3} \log_2 5 = \log_2 5$

5) $3 \cdot \log_8 a = \log_2 5$; $3 \cdot \frac{\log_2 a}{\log_2 8} = 3 \cdot \frac{\log_2 a}{3} = \log_2 a$

6) $\log_2 a = \log_2 5 \Rightarrow a = 5$

№25. $y = 8^b$, где $b = \left[0,5 \cdot (\log_3 16 + \log_{\sqrt{3}} 2) \right]^{-1}$

1) $\log_{\sqrt{3}} 2 = \log_{\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} 2^1 = \frac{1}{\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} \log_3 2 = 2 \cdot \log_3 2$; 2) $\log_3 16 = \log_3 2^4 = 4 \log_3 2$

3) $2 \log_3 2 + 4 \log_3 2 = 6 \log_3 2$; 4) $0,5 \cdot 6 \cdot \log_3 2 = 3 \log_3 2$

5) $(3 \cdot \log_3 2)^{-1} = \frac{1}{3} \log_2 3$; 6) $y = 8^{\frac{1}{3} \log_2 3} = 2^{3 \cdot \frac{1}{3} \log_2 3} = 3$

№26. Вычислить M и N, если $M = 3^{4\log_9 \sin \frac{8\pi}{3}}$; $N = 5^{3\log_{\sqrt{5}} \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}}$. В ответ- меньшее число.

$$1) \sin \frac{8\pi}{3} = \sin \left(3\pi - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4\log_9 \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 \cdot \log_{3^2} \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\log_3 \frac{\sqrt{3}}{2} = \log_3 \frac{3}{4}; \quad M = 3^{\log_3 \frac{3}{4}} = \frac{3}{4}$$

$$2) \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} = \operatorname{tg} \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1; \quad N = 5^{3\log_{\sqrt{5}} 1} = 1; \quad \frac{3}{4} < 1. \quad \text{Ответ: } 0,75.$$

A - ?, B - ?

№27.

$$A = \log_{0,25} \sqrt[3]{4 \cos^2 \frac{19\pi}{4} + 6 \operatorname{tg} \frac{9\pi}{4}}; \quad B = \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[20]{\sin \frac{17\pi}{6}}$$

В ответ- большее число.

$$1) \cos^2 \frac{19\pi}{4} = \cos^2 \left(4\pi + \frac{3\pi}{4} \right) = \cos^2 \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \cos^2 \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{9\pi}{4} = \operatorname{tg} \left(2\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1; \quad A = \log_{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{4 \cdot \frac{1}{2} + 6} = \log_{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{8} = \log_{2^{-2}} 2 = -\frac{1}{2} = -\frac{10}{20}$$

$$2) \sin \frac{17\pi}{6} = \sin \left(3\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}; \quad B = \log_{\frac{1}{2^9}} \left(\frac{1}{2} \right)^{20} = -\frac{1}{20} : \frac{1}{9} = -\frac{9}{20};$$

$$3) -\frac{10}{20} < -\frac{9}{20}$$

Ответ: -0,45.

№28. $\frac{\log_2 56}{\log_{224} 2} - \frac{\log_2 448}{\log_{28} 2} = \log_2 (7 \cdot 8) \cdot \log_2 (7 \cdot 2^5) - \log_2 (7 \cdot 2^6) \cdot \log_2 (7 \cdot 2^2) =$
 $= (\log_2 7 + 3)(\log_2 7 + 5) - (\log_2 7 + 6)(\log_2 7 + 2) =$
 $= \log_2^2 7 + 8\log_2 7 + 15 - \log_2^2 7 - 8\log_2 7 - 12 = 3$

№29. $\log_3 12 - \log_3 7 \cdot \log_5 4 \cdot \log_7 5 = \log_3 3 + \log_3 4 - \log_3 7 \cdot \frac{\log_3 4}{\log_3 5} \cdot \frac{\log_3 5}{\log_3 7} = 1$

№30. $\log_3 36 - \log_3 6 \cdot \log_{13} 4 \cdot \log_6 13 = 2\log_3 2 \cdot 3 - \log_3 6 \cdot \log_6 13 \cdot \log_{13} 4 = 2\log_3 6 - \log_3 4 =$
 $= \log_3 \frac{36}{4} = \log_3 9 = 2$

№31. $\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 8}{\log_7 5 \cdot \log_5 2 \cdot \log_3 7} + 2 = \frac{\log_3 8}{\log_3 7 \cdot \log_7 5 \cdot \log_5 2} + 2 = \frac{\log_3 8}{\log_3 2} + 2 = \log_2 8 + 2 = 3 + 2 = 5$

№32. $2 - \log_4 5 \left(\frac{\log_5 4}{\log_4 8} + \frac{2\log_8 4}{\log_4 5} \right) = 2 - \frac{1}{\log_4 8} - 2\log_8 4 =$
 $= 2 - \log_8 4 - 2\log_8 4 = 2 - \log_8 4 - 2\log_8 4 = 2 - 3 \frac{\log_2 4}{\log_2 8} = 2 - 3 \cdot \frac{2}{3} = 0$

№33. $\left(\frac{\log_6 3}{\log_5 7} + \frac{\log_7 5}{\log_3 6} \right) \log_5 7 + \log_6 24 =$
 $= \log_6 3 + \frac{1}{\log_3 6} + \log_6 24 = \log_6 3 + \log_6 3 + \log_6 24 = \log_6 9 \cdot 24 = \log_6 6^3 = 3$

$$\begin{aligned} \text{№34. } & \log_6 8 \left(\frac{2 \log_3 5}{\log_6 8} - \frac{\log_8 6}{\log_5 3} \right) - \log_3 225 = \\ & = 2 \log_3 5 - \frac{1}{\log_5 3} - \log_9 225 = \log_3 5 - \log_3 15 = \log_3 5 - \log_3 5 - 1 = -1 \end{aligned}$$

$$\text{№35. } \frac{\log_7^2 14 + (\log_7 14) \cdot (\log_7 2) - 2 \log_7^2 2}{\log_7 14 + 2 \log_7 2} = 1$$

$$1) \log_7 14 + 2 \log_7 2 = \log_7 7 + \log_7 2 + 2 \log_7 2 = 1 + 2 \log_7 2$$

$$2) (\log_7 2 \cdot 7)^2 = (\log_7 2 + 1)^2 = \log_7^2 2 + 2 \log_7 2 + 1$$

$$3) \log_7^2 2 + 2 \log_7 2 + 1 + (\log_7 14 + \log_7 2) \log_7 2 - 2 \log_7^2 2 = \\ = -\log_7^2 2 + 2 \log_7 2 + 1 + \log_7 2 + \log_7^2 2 = 1 + 3 \log_7 2$$

$$4) \frac{1 + 3 \log_7 2}{1 + 3 \log_7 2} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{№36. } & (\log_5 2 + \log_2 5 + 2)(\log_5 2 - \log_2 5) \cdot \log_2 5 - \log_5 50 = \\ & = \left(\frac{1 + \log_2^2 5 + 2 \log_2 5}{\log_2 5} \right) \left(\frac{1}{\log_2 5} - \frac{\log_2 2}{\log_2 10} \right) \log_2 5 - \log_5 50 = \\ & = \frac{(\log_2 5 + 1)^2}{\log_2 5} \cdot \log_2 5 \cdot \frac{\log_2 10 - \log_2 5}{\log_2 5 \cdot \log_2 10} - \log_5 (5 \cdot 10) = \\ & = \frac{(\log_2 5 + 1)^2}{(\log_2 5 + 1) \log_2 5} - \log_2 5 - \log_5 2 \cdot 5 = 1 + \frac{1}{\log_2 5} - 1 - \log_5 2 - 1 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№37. } & \frac{\log_5^2 15 - \log_5^3 3 + 2 \log_5 15 + 2 \log_5 3}{\log_5 15 + \log_5 3} = \frac{(\log_5 15 - \log_5 3)(\log_5 15 + \log_5 3) + 2(\log_5 15 + \log_5 3)}{\log_5 15 + \log_5 3} = \\ & = \log_5 \frac{15}{3} + 2 = 1 + 2 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№38. } & \frac{\sqrt{\log_2 48 - 4 \sqrt{\log_2 3}} - 3}{\sqrt{\log_2 6} + 2 \sqrt{\log_2 3}} - 1 = \frac{\sqrt{\log_2 16 \cdot 3 - 4 \sqrt{\log_2 3}} - 3}{\sqrt{\log_2 2 \cdot 3} + 2 \sqrt{\log_2 3}} - 2 = \frac{\sqrt{4 - 4 \sqrt{\log_2 3} + \log_2 3 - 3}}{\sqrt{\log_2 3} + 2 \sqrt{\log_2 3 + 1}} - 2 = \\ & = \frac{\sqrt{(2 - \sqrt{\log_2 3})^2} - 3}{\sqrt{(\log_2 3 + 1)^2}} - 2 = \frac{2 - \sqrt{\log_2 3} - 3}{\log_2 3 + 1} - 2 = -1 - 2 = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№39. } & \sqrt{4 \log_2 10 - 12 \sqrt{\log_2 5} + 5} - \sqrt{4 \log_2 10 - 4 \sqrt{\log_2 5} - 3} = \\ & = \sqrt{4 + 4 \log_2 5 + 5 - 12 \sqrt{\log_2 5}} - \sqrt{4 + 4 \log_2 5 - 4 \sqrt{\log_2 5} - 3} = \\ & = \sqrt{(3 - 2 \sqrt{\log_2 5})^2} - \sqrt{(2 \sqrt{\log_2 5} - 1)^2} = 2 \sqrt{\log_2 5} - 3 - 2 \sqrt{\log_2 5} + 1 = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{№40. } \frac{\log_8 24 + \log_3 24}{\log_3 \sqrt{24} \cdot \log_8 24} &= \frac{\log_8 (8 \cdot 3) + \log_3 (8 \cdot 3)}{\log_3 (8 \cdot 3)^{\frac{1}{2}} \cdot \log_8 (3 \cdot 8)} = \frac{1 + \log_8 3 + 1 + \log_3 8}{\frac{1}{2} (\log_3 8 + 1) (\log_8 3 + 1)} = \\
 &= \frac{2 + \frac{\log_3 3}{\log_3 8} + \log_3 8}{\frac{1}{2} (\log_3 8 + 1) \left(\frac{1}{\log_3 8} + 1 \right)} = \frac{\log_3^2 8 + 2 \log_3 8 + 1}{\log_3 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot (\log_3 8 + 1) (1 + \log_3 8) \cdot \frac{1}{\log_3 8}} = \\
 &= \frac{(\log_3 8 + 1)^2}{\frac{1}{2} (\log_3 8 + 1)^2} = 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{№41. } \frac{\log_3 74}{\log_{225} 74} - 2 \log_3 5 &= \frac{\log_3 74}{\log_{15^2} 74} - 2 \log_3 5 = \frac{\log_3 74}{\frac{1}{2} \log_{15} 74} - 2 \log_3 5 = \\
 &= 2 \frac{\log_{74} 15}{\log_{74} 3} - 2 \log_3 5 = 2 (\log_3 15 - \log_3 5) = 2 \log_3 \frac{15}{5} = 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{№42. } \frac{\log_3 324}{\log_{135} 3} - \frac{\log_3 405}{\log_{108} 3} + \log_3 (2,4) &= \frac{\log_3 2^2 \cdot 3^4}{\frac{1}{\log_3 135}} - \frac{\log_3 5 \cdot 3^4}{\frac{1}{\log_3 108}} + \log_3 (2,4) = \\
 &= (\log_3 2^2 + \log_3 3^4) \log_3 5 \cdot 27 - (\log_3 5 + \log_3 3^4) \log_3 2^2 \cdot 3^3 + \log_3 (2,4) = \\
 &= (2 \log_3 2 + 4) (\log_3 5 + 3) - (\log_3 5 + 4) (2 \log_3 2 + 3) + \log_3 (2,4) = \\
 &= 2 \log_3 2 \cdot \log_3 5 + 6 \log_3 2 + 4 \log_3 5 + 12 - 2 \log_3 2 \cdot \log_3 5 - 3 \log_3 5 - 8 \log_3 2 - 12 + \log_3 2,4 = \\
 &= \log_3 5 - 2 \log_3 2 + \log_3 2,4 = \log_3 12 - \log_3 4 = \log_3 \frac{12}{4} = \log_3 3 = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{№43. } \left(\frac{\log_2 12 \cdot \log_4 8}{\log_7 3} + \frac{\log_3 7 \cdot \log_2 12}{\log_8 4} + \frac{\log_4 8 \cdot \log_3 7}{\log_{12} 2} \right) \cdot \frac{\log_7 3}{\log_2 12} - \log_{16} 64 &= 3 \\
 1) \text{ Учитывая, что } \log_2 12 &= \frac{1}{\log_{12} 2}, \log_4 8 = \frac{1}{\log_8 4} \text{ и } \log_3 7 = \frac{1}{\log_7 3} \text{ получим} \\
 \frac{3 \cdot \log_2 12 \cdot \log_4 8}{\log_7 3} \cdot \frac{\log_7 3}{\log_2 12} &= 3 \cdot \frac{\log_2 8}{\log_2 4} = \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2} \\
 2) \log_{16} 64 &= \log_{2^4} 2^6 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}; \quad 3) \frac{9}{2} - \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{№44. } \frac{\log_2 12 + \frac{1}{\log_{12} 2}}{\log_7 4} \cdot \log_7 2 - \log_2 6 &= \frac{\log_2 12 + \log_2 12}{2 \log_7 2} \cdot \log_7 2 - \log_2 6 = \\
 &= \frac{2 \log_2 2 \cdot 6}{2} - \log_2 6 = 1 + \log_2 6 - \log_2 6 = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{№45. } \left(\frac{2 \cdot \log_6 9}{\log_4 5} - \frac{\log_5 4}{\log_9 6} \right) \cdot \frac{1}{\log_5 4} + 2 \cdot \log_6 2 &= \frac{2 \log_6 9 \cdot \log_5 4 - \log_6 9 \cdot \log_5 4}{\log_5 4} + 2 \log_6 2 = \\
 &= \frac{\log_6 9 \cdot \log_5 4}{\log_5 4} + 2 \log_6 2 = \log_6 9 + \log_6 4 = \log_6 36 = 2
 \end{aligned}$$

№46. $\log_{abc} x = ?$, если $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$, $\log_c x = 6$

$$\log_{abc} x = \frac{1}{\log_x abc} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x}} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{6}{3+2+1} = 1$$

№47. $\log_c x = ?$, если $\log_a x = \frac{1}{2}$, $\log_b x = \frac{1}{4}$, $\log_{abc} x = 1$

$$\log_{abc} x = \frac{1}{\log_x abc} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c}$$

$$1 = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x}}; \quad 1 = \frac{1}{2+4+\log_c x}; \quad 6+\log_c x = 1; \quad \log_c x = -5; \quad \log_c x = -0,2$$

№48. $\left(\log_{\frac{a}{b}} c + \log_{ab} c\right) \cdot (\log_c^2 b - \log_c^2 a) + (\log_b \sqrt{c})^{-1} = ?$, если $a = 0,15$; $b = 1,2$; $c = 4$

$$\left(\frac{\log_c c}{\log_c \frac{a}{b}} + \frac{\log_c c}{\log_c ab}\right) \cdot (\log_c b - \log_c a)(\log_c b + \log_c a) + \frac{1}{\log_b \sqrt{c}} =$$

$$= \left(\frac{1}{\log_c \frac{a}{b}} + \frac{1}{\log_c ab}\right) \cdot \log_c \frac{b}{a} \cdot \log_c ba + \frac{1}{\frac{\log_c \sqrt{c}}{\log_c b}} =$$

$$= -\frac{\log_c ab + \log_c \frac{a}{b}}{\log_c \frac{a}{b} \cdot \log_c ab} \cdot \log_c \frac{a}{b} \cdot \log_c ba + \frac{\log_c b}{\frac{1}{2}} = -\log_c \frac{ab \cdot a}{b} + 2\log_c b =$$

$$= -2\log_c a + 2\log_c b = 2(\log_c b - \log_c a) = 2\log_c \frac{b}{a} = 2 \cdot \log_4 \frac{1,2}{0,15} = 2\log_{2^2} 2^3 = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$$

№49. $a^{\left(\log_{a^2} b^3 + \frac{3}{\log_c a^2} + 3 \cdot \log_c(bc) \cdot \log_a \sqrt{c}\right)} = ?$ и вычислить, если $a = 11$, $b = \sqrt[6]{3}$, $c = \sqrt[6]{12}$

$$1) \log_{a^2} b^3 = \frac{3}{2} \log_a b$$

$$2) \frac{3}{\log_c a^2} = \frac{3}{\frac{\log_a a^2}{\log_a c}} = \frac{3 \log_a c}{2} = \frac{3}{2} \log_a c$$

$$3) 3 \cdot \log_c(bc) \cdot \log_a \sqrt{c} = 3 \cdot \frac{\log_a bc}{\log_a c} \cdot \frac{1}{2} \log_a c = \frac{3}{2} \log_a bc = \frac{3}{2} \log_a b + \frac{3}{2} \log_a c$$

$$4) \frac{3}{2} \log_a b + \frac{3}{2} \log_a c + \frac{3}{2} \log_a b + \frac{3}{2} \log_a c = 3 \log_a b + 3 \log_a c = 3 \log_a bc$$

$$5) a^{3 \log_a bc} = a^{\log_a (bc)^3} = (bc)^3 = (\sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[6]{12})^3 = (\sqrt[6]{36})^3 = \sqrt{36} = 6$$

№50.
$$\frac{\log_a^2(bc) - \left(\frac{\log_a b^2}{\log_c a} + 2\log_a^2 c \right)}{\log_a b - \log_a c} = ?, \text{ если } a = 3, b = 2,5, c = 3,6$$

1)
$$\frac{\log_a b^2}{\log_c a} = \frac{\log_a b^2}{\frac{\log_a a}{\log_a c}} = \log_a b^2 \cdot \log_a c$$

2)
$$2\log_a^2 c + \log_a b^2 \cdot \log_a c = \log_a c (2\log_a c + \log_a b^2) = \log_a c (\log_a c^2 + \log_a b^2) =$$

$$= \log_a c \cdot \log_a c^2 b^2 = \log_a c \cdot \log_a (cb)^2 = 2\log_a c \cdot \log_a cb$$

3)
$$\log_a^2(cb) - 2\log_a c \cdot \log_a (cb) = \log_a (cb) \cdot (\log_a (bc) - \log_a c^2) =$$

$$= \log_a (cb) \cdot \log_a \frac{bc}{c^2} = \log_a (cb) \cdot \log_a \frac{b}{c}$$

4)
$$\frac{\log_a (cb) \cdot \log_a \frac{b}{c}}{\log_a \frac{b}{c}} = \log_a (cb); \quad 5) \log_3 (3,6 \cdot 2,5) = \log_3 9 = 2$$

№51.
$$\log_{a\sqrt{b}} \frac{\sqrt{b}}{a^2} + \log_{b\sqrt{a}} (a\sqrt{b}) + \frac{1}{4} \log_{\sqrt{a}} a^2, \text{ если } \log_a (ab) = 3$$

1)
$$\log_{a\sqrt{b}} \frac{\sqrt{b}}{a^2} = \log_{a\sqrt{b}} \sqrt{b} - \log_{a\sqrt{b}} a^2 = \frac{\log_b \sqrt{b}}{\log_b a\sqrt{b}} - \frac{\log_a a^2}{\log_a a\sqrt{b}} = \frac{1}{2 \left(\log_b a + \frac{1}{2} \right)} - \frac{2}{\left(1 + \frac{1}{2} \log_a b \right)} =$$

$$= \frac{1}{2\log_b a + 1} - \frac{2 \cdot 2}{2 + \log_a b} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{\log_a b} + 1} - \frac{4}{2 + \log_a b} = \frac{\log_a b}{2 + \log_a b} - \frac{4}{2 + \log_a b} = \frac{\log_a b - 4}{\log_a b + 2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - 4}{\frac{1}{2} + 2} = -\frac{7}{2} : \frac{5}{2} = -\frac{7}{5} = -1,4$$

2)
$$\log_{b\sqrt{a}} (a\sqrt{b}) = \log_{b\sqrt{a}} a + \log_{b\sqrt{a}} \sqrt{b} = \frac{\log_a a}{\log_a b\sqrt{a}} + \frac{\log_b \sqrt{b}}{\log_b b\sqrt{a}} = \frac{1}{\log_a b + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2 \left(1 + \frac{1}{2} \log_b a \right)} =$$

$$= \frac{2}{2\log_a b + 1} + \frac{1}{2 + \log_b a} = \frac{2}{2\log_a b + 1} + \frac{\log_a b}{2\log_a b + 1} = \frac{2 + \log_a b}{2\log_a b + 1} = \frac{2 + \frac{1}{2}}{2 \cdot \frac{1}{2} + 1} = \frac{2,5}{2}$$

3)
$$\log_a (ab) = \frac{\log_a ab}{\log_a \frac{a}{b}} = \frac{1 + \log_a b}{1 - \log_a b}$$

$$\frac{1 + \log_a b}{1 - \log_a b} = 3; \quad 1 + \log_a b = 3 - 3\log_a b; \quad 4\log_a b = 2; \quad \log_a b = \frac{1}{2}$$

4)
$$-1,4 + 1,25 + 1 = 0,85$$

№52. $3 \cdot \log_{\frac{a^3}{b}} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}} + \log_{\frac{a^3}{b}} b$, если $\log_{ab} \frac{a}{b} = -\frac{1}{3}$

$$1) \frac{\log_a \frac{a}{b}}{\log_a ab} = \frac{\log_a a - \log_a b}{\log_a a + \log_a b} = \frac{1 - \log_a b}{a + \log_a b}$$

$$\frac{1 - \log_a b}{a + \log_a b} = -\frac{1}{3}; \quad -3 + 3 \log_a b = 1 + \log_a b; \quad 2 \log_a b = 4; \quad \log_a b = 2$$

$$2) \log_{\frac{a^3}{b}} \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}} \right)^3 \cdot b = \frac{\log_a a^{\frac{3}{2}}}{\log_a \frac{a^3}{b}} = \frac{3}{2(\log_a a^3 - \log_a b)} = \frac{3}{2(3-2)} = \frac{3}{2} = 1,5$$

№53. $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{b}} + \frac{1}{4} \log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}} (b\sqrt{a}) = ?$, если $\log_{\sqrt{ab}} \left(\frac{a}{b} \right)^2 = -\frac{4}{3}$.

$$1) \log_{\left(\frac{ab}{a^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{a}{b} \right)^2 = 2 : \frac{1}{2} \log_{ab} \frac{a}{b} = 4 \cdot \frac{\log_a \frac{a}{b}}{\log_a ab} = 4 \cdot \frac{\log_a a - \log_a b}{\log_a a + \log_a b} = 4 \cdot \frac{1 - \log_a b}{1 + \log_a b}$$

$$4 \cdot \frac{1 - \log_a b}{1 + \log_a b} = -\frac{4}{3}; \quad -3 + 3 \log_a b = 1 + \log_a b; \quad 2 \log_a b = 4; \quad \log_a b = 2$$

$$2) \log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{b}} + \log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}} (b\sqrt{a})^{\frac{1}{4}} = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}} \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{b} \cdot a^{\frac{1}{8}}}{\sqrt[4]{b}} = \frac{\log_a a^{\frac{5}{8}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a^2}} =$$

$$= \frac{5}{8(\log_a \sqrt{b} - \log_a a^2)} = \frac{5}{8\left(\frac{1}{2} \cdot 2 - 2\right)} = -\frac{5}{8} = -0,625$$

4. Преобразование логарифмических выражений. Задания повышенной сложности

▪ Банк заданий

Найдите значение выражения:

№1. $10^{0,5\lg 16} + 14\log_3 \sqrt{2} \cdot \log_4 81 + 4^{\log_3 5} - 25^{\log_3 2}$ №2. $\log_5^2 243 \cdot \log_3 25 - 50\log_5 15$

№3. $\log_4^2 27 \cdot \log_3 1024 - 45\log_4 12$ №4. $\log_3 2 - \sqrt{\log_3 2 \cdot (\log_3 6 + \log_2 6)}$

№5. $\frac{8^{\log_3 13+3}}{8^{\sqrt{\log_3 13(\log_3 39+\log_3 39)}}$ №6. $\frac{75^{\log_{15} 45}}{3^{\log_{15} 75}} + \frac{0,5\log_5 (9 - \sqrt{82})^2}{\log_5 (9 + \sqrt{82})}$

№7. $\frac{5^{\lg 20}}{20^{\lg 5+1}} + \frac{\lg |1 - \sqrt{2}|}{\lg (1 + \sqrt{2})^{-1}}$ №8. $\frac{\log_{\sqrt{3}} 12 - \log_2^{-2} \sqrt{3} + \log_3^2 12 + 4\log_3 2}{\log_3 12 + \log_4^{-1} 3}$

№9. $\frac{\frac{1}{4}\log_{\sqrt{7}}^2 14 + \log_7 14 \cdot \log_2^{-1} 7 - 8\log_7^2 \sqrt{2}}{\log_7 14 + 2\log_7 2}$

№10. $7^{\log_7 125} \cdot \log_7 5 \cdot \log_5 49 + \log_5 (\sqrt{17} + 4) + \log_5 |4 - \sqrt{17}|$

№11. $11^{\log_{11} 216} \cdot \log_{11} 6 \cdot \log_6 121 + \log_6 (\sqrt{2} + 1) + \log_6 |1 - \sqrt{2}|$

№12. $12^{\log_{12} 8} \cdot \log_{12} 2 \cdot \log_2 144 + \log_2 (\sqrt{65} + 8) + \log_2 |8 - \sqrt{65}|$

№13. $4\log_4 \sqrt{2} - \log_{\sqrt{6}} 125 \cdot \log_5 6 - \frac{1}{4}\log_5 (2\sqrt{2} - 3)^2 - \log_5 \sqrt{2\sqrt{2} + 3}$

№14. $\frac{5^{-5\ln(21+2\sqrt{10})-18\ln(\sqrt{1}-\sqrt{10})+2}}{5^{8\ln(\sqrt{1}+\sqrt{10})}}$ №15. $\frac{2^{-4\ln(19+6\sqrt{10})-17\ln(\sqrt{10}-3)+2}}{2^{9\ln(3+\sqrt{10})}}$

№16. $\log_2 \sqrt{\sin 6^\circ} + \log_2 \sqrt{\cos 12^\circ} + \log_2 \sqrt{\cos 24^\circ} + \log_2 \sqrt{\sin 42^\circ}$

№17. $(\log_4 36 + \log_6 16 + 4)(\log_4 6 - \log_{24} 6)\log_6 4 - \log_4 36$

№18. $\log_2 \log_6 256^{\lg 81} + \log_2 \log_7 36^{\lg 4} + \log_2 \log_3 49^{\lg 16} - 3\log_2 \lg 2$

№19. Вычислить $\log_{\frac{1}{4}} z - \log_4 (z^2 + 3z + 3)$, если $z = -1 + \sqrt[3]{1025}$.

№20. Вычислить $\log_2 \log_5^2(2a+5) + \log_2 \log_a^2 25$, если $a = \sqrt{2} - 1$.

№21. Вычислить $\log_a(2a+1) + \log_{a-2} a$, если $a = 1 + \sqrt{2}$

№22. Вычислить $\log_c^2(ab)$, если $\log_a b = 7$ и $\log_c a = 4$.

№23. Вычислить $\frac{\left((\log_x^4 y + \log_x^{-4} y + 2)^{\frac{1}{2}} - 2 \right)^{\frac{1}{2}}}{2 \log_x y - 2 \log_y x}$, где $1 < y < x$.

№24. Вычислить $\log_x(x^8 - 27x^5 + 3)$, если $x^{21} - 3x^{13} + 9x^5 - 1 = 0$.

№25. Вычислить $\log_x(5x^5 - 125x^2 + 25)$, если $x^{12} - 5x^7 + 25x^2 - 5 = 0$.

№26. Вычислить $\log_x(2x-1)$, если $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x = 1$.

№27. Вычислить $\log_x(4x^7 - 125x^3 + 20)$, если $25x^3 - 5x^{10} + x^{17} - 4 = 0$.

№28. Вычислить $\log_{|x|}(-6x^3 - 1 + 4x)$, если $x^3 + 5x^2 - 5x + 1 = 0$.

№29. Найти знаменатель геометрической прогрессии b_1, b_2, b_3, \dots с положительными членами, если ее члены связаны с членами арифметической прогрессии a_1, a_2, a_3, \dots , разность которой $d = \log_8 15$, соотношением $\log_{27} b_n \cdot \log_8 27 - a_n = \log_{30} b_m \log_8 30 - a_m$ для некоторых $m \neq n$.

№30. Найти $\log_2(\lg^2 x_{65} - \lg x_1 \lg x_{129}) - \log_2(\lg^2 x_2 - \lg x_1 \lg x_3)$, если x_1, x_2, x_3, \dots - геометрическая прогрессия.

№31. Для некоторой геометрической прогрессии выполняется соотношение $2 \log_{b_1} b_2 = 1 + \log_{b_1} \frac{b_4}{5}$.
Найти отношение $\frac{b_{11}}{b_8}$.

№32. Сумма членов геометрической прогрессии x_1, x_2, \dots, x_{81} равна 8. Вычислить $\log_3 |\log_2(8x_2 - 7)| - \log_3 |\log_2 x_4|$, если $x_{53} x_{129} = x_{61}^3$.

№33. Сумма членов геометрической прогрессии x_1, x_2, \dots, x_{36} равна 11. Вычислить $\log_3 |\log_2(11x_2 - 10)| - \log_3 |\log_2 x_5|$, если $x_{82} x_{184} = x_{89}^3$.

▪ **Ответы (банк заданий)** 4. Преобразование логарифмических выражений.
Задания повышенной сложности

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
18	-50	-45	-1	64	74	1,05	3	1	250
№11	№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20
432	16	-5	25	4	-2	2	10	-5	4
№21	№22	№23	№24	№25	№26	№27	№28	№29	№30
1	1024	-0,5	29	17	6	24	4	15	12
№31	№32	№33							
125	3	2							

▪ **Решение (банк заданий)** 4. Преобразование логарифмических выражений.
Задания повышенной сложности

№1. $10^{0,5 \lg 16} + 14 \log_3 \sqrt{2} \cdot \log_4 81 + 4^{\log_3 5} - 25^{\log_3 2} = 18$

1) $10^{0,5 \lg 16} = 10^{0,5 \cdot \log 4^2} = 10^{0,5 \cdot 2 \lg 4} = 10^{\lg 4} = 4$

2) $14 \cdot \log_3 \sqrt{2} \cdot \log_4 81 = 14 \cdot \log_3 2^{\frac{1}{2}} \cdot \log_{2^2} 3^4 = 14 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{2} \cdot \log_3 2 \cdot \log_2 3 = 14$

3) $4^{\log_3 5} = 5^{\log_3 4}$; 4) $25^{\log_3 2} = 5^{2 \log_3 2} = 5^{\log_3 4}$; 5) $4 + 14 + 5^{\log_3 4} - 5^{\log_3 4} = 18$

№2. $\log_5^2 243 \cdot \log_3 25 - 50 \log_5 15 = -50$

1) $\log_5^2 243 = (\log_5 243)^2 = (\log_5 3^5)^2 = (5 \log_5 3)^2 = 25 \cdot \log_5^2 3$

2) $25 \cdot \log_5^2 3 \cdot \log_3 25 = 25 \cdot \log_5^2 3 \cdot \log_5 3 \cdot 2 \cdot \log_3 5 = 50 \cdot \log_5^2 3 \cdot \log_5 3 \cdot \log_3 5 = 50 \log_5^3 3$

3) $\log_5 15 = \log_5 (5 \cdot 3) = \log_5 5 + \log_5 3 = 1 + \log_5 3$

4) $50 \cdot \log_5^3 3 - 50(1 + \log_5 3) = 50 \log_5^3 3 - 50 - 50 \log_5 3 = -50$

№3. $\log_4^2 27 \cdot \log_3 1024 - 45 \log_4 12 = -45$

$\log_4^2 27 \cdot \log_3 1024 - 45 \cdot \log_4 12 = (\log_{2^2} 3^3)^2 \cdot \log_3 2^{10} - 45 \cdot \log_{2^2} (4 \cdot 3) =$

$= \left(\frac{3}{2} \log_2 3\right)^2 \cdot 10 \cdot \log_3 2 - \frac{45}{2} \cdot (\log_2 4 + \log_2 3) = \frac{10 \cdot 9}{4} \cdot \log_2 3 \cdot \underbrace{\log_2 3 \cdot \log_3 2}_{=1} - \frac{45}{2} (2 + \log_2 3) =$

$= \frac{45}{2} \log_2 3 - 45 - \frac{45}{2} \log_2 3 = -45$

№4. $\log_3 2 - \sqrt{\log_3 2 \cdot (\log_3 6 + \log_2 6)} = -1$

1) $\log_3 6 + \log_2 6 = \log_3 (3 \cdot 2) + \log_2 (3 \cdot 2) = \log_3 3 + \log_3 2 + \log_2 3 + \log_2 2 =$
 $= 1 + \log_3 2 + \log_2 3 + 1 = 2 + \log_3 2 + \log_2 3$

2) $\log_3 2 \cdot (2 + \log_3 2 + \log_2 3) = 2 \log_3 2 + \log_3^2 2 + \log_3 2 \cdot \log_2 3 = \log_3^2 2 + 2 \cdot \log_3 2 + 1 =$
 $= (\log_3 2 + 1)^2$

3) $\log_3 2 - \sqrt{(\log_3 2 + 1)^2} = \log_3 2 - (\log_3 2 + 1) = -1$

$$\text{№5. } \frac{8^{\log_3 13+3}}{8^{\sqrt{\log_3 13(\log_3 39+\log_{13} 39)}}} = 64$$

$$1) \log_3 39 + \log_{13} 39 = \log_3 13 + \log_3 3 + \log_{13} 13 + \log_{13} 3 = 2 + \log_3 13 + \frac{1}{\log_3 13} =$$

$$= \frac{\log_3^2 13 + 2\log_3 13 + 1}{\log_3 13} = \frac{(\log_3 13 + 1)^2}{\log_3 13}; \quad 2) \frac{8^{\log_3 13+3}}{8^{\log_3 13+1}} = 8^2 = 64$$

$$\text{№6. } \frac{75^{\log_{15} 45}}{3^{\log_{15} 75}} + \frac{0,5 \log_5 (9 - \sqrt{82})^2}{\log_5 (9 + \sqrt{82})} = 74$$

$$1) \frac{75^{\log_{15} 45}}{3^{\log_{15} 75}} = \frac{75^{\log_{15} 45}}{75^{\log_{15} 3}} = 75^{\log_{15} 45 - \log_{15} 3} = 75^{\log_{15} \frac{45}{3}} = 75^{\log_{15} 15} = 75$$

$$2) 0,5 \cdot \log_5 (9 - \sqrt{82})^2 = 0,5 \cdot 2 \log_5 |9 - \sqrt{82}| = \log_5 (\sqrt{82} - 9)$$

$$3) (9 + \sqrt{82})(\sqrt{82} - 9) = 1; \quad \sqrt{82} - 9 = (\sqrt{82} + 9)^{-1}$$

$$4) \frac{\log_5 (\sqrt{82} - 9)}{\log_5 (9 + \sqrt{82})} = \frac{\log_5 (\sqrt{82} + 9)^{-1}}{\log_5 (\sqrt{82} + 9)} = -1; \quad 5) 75 - 1 = 74$$

$$\text{№7. } \frac{5^{\lg 20}}{20^{\lg 5+1}} + \frac{\lg |1 - \sqrt{2}|}{\lg (1 + \sqrt{2})^{-1}} = \frac{5^{\lg 10 + \lg 2}}{20^{\lg 5+1}} + \log_{\sqrt{2}-1} (\sqrt{2}-1) = \frac{5 \cdot 5^{\lg 2}}{20 \cdot 10^{\lg 5} \cdot 2^{\lg 5}} + 1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{5^{\lg 2}}{5 \cdot 5^{\lg 2}} + 1 = \frac{1}{20} + 1 = 1,05$$

$$\text{№8. } \frac{\log_{\sqrt{3}} 12 - \log_2^{-2} \sqrt{3} + \log_3^2 12 + 4 \log_3 2}{\log_3 12 + \log_4^{-1} 3} = 3$$

$$1) \log_{\sqrt{3}} 12 = \log_{\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} 12 = 2 \log_3 (4 \cdot 3) = 2(1 + \log_3 4) = 2 + 4 \log_3 2$$

$$2) \log_2^{-2} \sqrt{3} = (\log_2 \sqrt{3})^{-2} = \left(\frac{1}{2} \log_2 3\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot (\log_3 2)^2 = 4 \log_3^2 2$$

$$3) \log_3^2 12 = (\log_3 12)^2 = (1 + 2 \log_3 2)^2 = 1 + 4 \log_3 2 + 4 \log_3^2 2$$

$$4) 2 + 4 \log_3 2 - 4 \log_3^2 2 + 1 + 4 \log_3 2 + 4 \log_3^2 2 + 4 \log_3 2 = 3 + 12 \log_3 2 = 3(1 + 4 \log_3 2)$$

$$5) \log_3 12 + \log_4^{-1} 3 = 1 + \log_3 4 + \log_3 4 = 1 + 4 \log_3 2; \quad 6) \frac{3(1 + 4 \log_3 2)}{1 + 4 \log_3 2} = 3$$

$$\text{№9. } \frac{\frac{1}{4} \log_{\sqrt{7}}^2 14 + \log_7 14 \cdot \log_2^{-1} 7 - 8 \log_7^2 \sqrt{2}}{\log_7 14 + 2 \log_7 2} = 1$$

$$1) \frac{1}{4} \log_{\sqrt{7}}^2 15 = \frac{1}{4} \left(\log_{\frac{1}{\sqrt{7}}} 14 \right)^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\frac{1}{2}} \log_7 2 \cdot 7 \right)^2 = \frac{1}{4} (2 \cdot (\log_7 2 + 1))^2 = (1 + \log_7 2)^2$$

$$2) \log_7 14 \cdot \frac{1}{\log_2 7} = \frac{1 + \log_7 2}{\log_2 7} = (1 + \log_7 2) \cdot \log_7 2 = \log_7 2 + \log_7^2 2$$

$$3) 8 \cdot \log_7^2 \sqrt{2} = 8 \left(\log_7 2^{\frac{1}{2}} \right)^2 = 8 \left(\frac{1}{2} \log_7 2 \right)^2 = \frac{8}{4} \log_7^2 2 = 2 \log_7^2 2$$

$$4) (1 + \log_7 2)^2 + \log_7 2 + \log_7^2 2 - 2 \log_7^2 2 = 1 + 2 \log_7 2 + \log_7^2 2 + \log_7 2 - \log_7^2 2 = 3 \log_7 2 + 1$$

$$5) \log_7 14 + 2 \log_7 2 = 1 + \log_7 2 + 2 \log_7 2 = 1 + 3 \log_7 2; \quad 6) \frac{3 \log_7 2 + 1}{3 \log_7 2 + 1} = 1$$

№10. $7^{\log_7 125} \cdot \log_7 5 \cdot \log_5 49 + \log_5 (\sqrt{17} + 4) + \log_5 |4 - \sqrt{17}| =$
 $= 125 \cdot \log_5 7^2 \cdot \log_7 5 + \log_5 (\sqrt{17} + 4) \cdot (\sqrt{17} - 4) = 250 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 5 +$
 $+ \log_5 (17 - 16) = 250 + 0 = 250$

№11. $11^{\log_{11} 216} \cdot \log_{11} 6 \cdot \log_6 121 + \log_6 (\sqrt{2} + 1) + \log_6 |1 - \sqrt{2}| =$
 $= 216 \cdot 2 + \log_6 ((\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 1)) = 432 + 0 = 432$

№12. $12^{\log_{12} 8} \cdot \log_{12} 2 \cdot \log_2 144 + \log_2 (\sqrt{65} + 8) + \log_2 |8 - \sqrt{65}| =$
 $= 8 \cdot \log_{12} 144 + \log_2 (\sqrt{65} + 8) \cdot (\sqrt{65} - 8) = 8 \cdot 2 + \log_2 1 = 16 + 0 = 16$

№13. $4 \log_4 \sqrt{2} - \log_{\sqrt{6}} 125 \cdot \log_5 6 - \frac{1}{4} \log_5 (2\sqrt{2} - 3)^2 - \log_5 \sqrt{2\sqrt{2} + 3} =$
 $= 4 \log_4 \sqrt{2} - \log_{\sqrt{6}} 125 \cdot \log_5 6 - \frac{1}{4} \log_5 (2\sqrt{2} - 3)^2 - \log_5 \sqrt{2\sqrt{2} + 3} =$
 $= 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{\frac{1}{2}} \cdot \log_6 5 \cdot \log_5 6 - \frac{1}{2} \log_5 (3 - 2\sqrt{2}) - \frac{1}{2} \log_5 (3 + 2\sqrt{2}) =$
 $= 1 - 6 - \frac{1}{2} \log_5 (3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}) = -5 - \frac{1}{2} \cdot 0 = -5$

№14. $\frac{5^{-5 \ln(21+2\sqrt{110}) - 18 \ln(\sqrt{11} - \sqrt{10}) + 2}}{5^{8 \ln(\sqrt{11} + \sqrt{10})}} = 25$

$$1) 21 + 2\sqrt{110} = 11 + 10 + 2\sqrt{11} \cdot \sqrt{10} = (\sqrt{11})^2 + 2\sqrt{11} \cdot \sqrt{10} + (\sqrt{10})^2 = (\sqrt{11} + \sqrt{10})^2$$

$$2) (\sqrt{11} + \sqrt{10})(\sqrt{11} - \sqrt{10}) = 1; \quad \sqrt{11} - \sqrt{10} = (\sqrt{11} + \sqrt{10})^{-1}$$

$$3) -5 \ln(\sqrt{11} + \sqrt{10})^2 - 18 \ln(\sqrt{11} - \sqrt{10}) = -10 \ln(\sqrt{11} + \sqrt{10}) - 18 \ln(\sqrt{11} + \sqrt{10})^{-1} =$$

$$= -10 \ln(\sqrt{11} + \sqrt{10}) + 18 \ln(\sqrt{11} + \sqrt{10}) = 8 \ln(\sqrt{11} + \sqrt{10})$$

$$4) \frac{5^{8 \ln(\sqrt{11} + \sqrt{10}) + 2}}{5^{8 \ln(\sqrt{11} + \sqrt{10})}} = 5^2 = 25$$

№15.
$$\frac{2^{-4\ln(19+6\sqrt{10})-17\ln(\sqrt{10}-3)+2}}{2^{9\ln(3+\sqrt{10})}} = 4$$

1) $19 + 6\sqrt{10} = 10 + 9 + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{10} = (\sqrt{10})^2 + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{10} + 3^2 = (\sqrt{10} + 3)^2$

2) $(\sqrt{10} + 3)(\sqrt{10} - 3) = 1; \quad \sqrt{10} - 3 = (\sqrt{10} + 3)^{-1}$

3) $-4\ln(19 + 6\sqrt{10}) - 17\ln(\sqrt{10} - 3) = -4\ln(\sqrt{10} + 3)^2 = -8\ln(\sqrt{10} + 3) - 17\ln(\sqrt{10} + 3)^{-1} =$
 $= -8\ln(\sqrt{10} + 3) + 17\ln(\sqrt{10} + 3) = 9\ln(\sqrt{10} + 3)$

4) $\frac{2^{9\ln(\sqrt{10}+3)+2}}{2^{9\ln(\sqrt{10}+3)}} = 2^2 = 4$

№16. $\log_2 \sqrt{\sin 6^\circ} + \log_2 \sqrt{\cos 12^\circ} + \log_2 \sqrt{\cos 24^\circ} + \log_2 \sqrt{\sin 42^\circ} = -2$

$$\begin{aligned} \log_2 \sqrt{\sin 6^\circ} + \log_2 \sqrt{\cos 12^\circ} + \log_2 \sqrt{\cos 24^\circ} + \log_2 \sqrt{\sin 42^\circ} &= \frac{1}{2} \log_2 \sin 6^\circ \cdot \cos 12^\circ \cdot \cos 24^\circ \cdot \sin 42^\circ = \\ &= \frac{1}{2} \log_2 \frac{2 \cdot \sin 6^\circ \cdot \cos 6^\circ \cdot \cos 12^\circ \cdot \cos 24^\circ \cdot \cos 48^\circ}{2 \cdot \cos 6^\circ} = \frac{1}{2} \log_2 \frac{2 \cdot \sin 12^\circ \cdot \cos 12^\circ \cdot \cos 24^\circ \cdot \cos 48^\circ}{4 \cdot \cos 6^\circ} = \\ &= \frac{1}{2} \log_2 \frac{2 \cos 24^\circ \cdot \sin 24^\circ \cdot \cos 48^\circ}{8 \cdot \cos 6^\circ} = \frac{1}{2} \log_2 \frac{2 \sin 48^\circ \cdot \cos 48^\circ}{16 \cdot \cos 6^\circ} = \frac{1}{2} \log_2 \frac{\sin 96^\circ}{16 \cdot \cos 6^\circ} = \frac{1}{2} \log_2 2^{-4} = -2 \end{aligned}$$

№17. $(\log_4 36 + \log_6 16 + 4)(\log_4 6 - \log_{24} 6) \log_6 4 - \log_4 36 = 2$

1) $\log_4 36 + \log_6 16 + 4 = \log_4 6^2 + \log_6 4^2 + 4 = 2\log_4 6 + 2\log_6 4 + 4 = 4 =$

$$= 2\log_4 6 + \frac{2}{\log_4 6} + 4 = \frac{2\log_4^2 6 + 4\log_4 6 + 2}{\log_4 6} = \frac{2(\log_4^2 6 + 2\log_4 6 + 1)}{\log_4 6} = \frac{2(\log_4 6 + 1)^2}{\log_4 6}$$

2) $(\log_4 6 - \log_{24} 6) \log_6 4 = \log_4 6 \cdot \log_6 4 - \log_{24} 6 \cdot \log_6 4 = 1 - \log_{24} 4 = 1 - \frac{1}{\log_4 24} =$

$$= 1 - \frac{1}{\log_4(4 \cdot 6)} = 1 - \frac{1}{\log_4 4 + \log_4 6} = 1 - \frac{1}{1 + \log_4 6} = \frac{1 + \log_4 6 - 1}{1 + \log_4 6} = \frac{\log_4 6}{1 + \log_4 6}$$

3) $\frac{2 \cdot (1 + \log_4 6)^2}{\log_4 6} \cdot \frac{\log_4 6}{1 + \log_4 6} = 2(1 + \log_4 6) = 2 + 2\log_4 6 = 2 + \log_4 36$

4) $2 + \log_4 36 - \log_4 36 = 2$

№18. $\log_2 \log_6 256^{\lg 81} + \log_2 \log_7 36^{\lg 4} + \log_2 \log_3 49^{\lg 16} - 3\log_2 \lg 2 = 10$

1) $\log_6 256^{\lg 81} = \lg 81 \cdot \log_6 256 = \lg 3^4 \cdot \log_6 2^8 = 4 \cdot 8 \cdot \lg 3 \cdot \log_6 2 = 32 \cdot \lg 3 \cdot \log_6 2$

2) $\log_7 36^{\lg 4} = \lg 4 \cdot \log_7 36 = 3\lg 2 \cdot \log_7 6^2 = 4\lg 2 \cdot \log_7 6$

3) $\log_3 49^{\lg 16} = \lg 16 \cdot \log_3 49 = \lg 2^4 \cdot \log_3 7^2 = 4 \cdot 2 \cdot \lg 2 \cdot \log_3 7 = 8 \cdot \lg 2 \cdot \log_3 7$

4) $\log_2(32 \cdot \lg 3 \cdot \log_6 2) + \log_2(4\lg 2 \cdot \log_7 6) + \log_2(8 \cdot \lg 2 \cdot \log_3 7) =$

$$= \log_2(32 \cdot \lg 3 \cdot \log_6 2 \cdot 4 \cdot \lg 2 \cdot \log_7 6 \cdot 8 \cdot \lg 2 \cdot \log_3 7) = \log_2(2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \lg 3 \cdot \log_3 7 \cdot \log_7 6 \cdot \log_6 2 \cdot \lg^2 2) =$$

$$= \log_2(2^{10} \cdot \lg 2 \cdot \lg^2 2) = \log_2(2^{10} \cdot \lg^3 2) = \log_2 2^{10} + \log_2(\lg 2)^3 = 10 + 3\log_2 \lg 2$$

5) $10 + 3\log_2 \lg 2 - 3\log_2 \lg 2 = 10$

№19. Вычислить $\log_{\frac{1}{4}} z - \log_4(z^2 + 3z + 3)$, если $z = -1 + \sqrt[3]{1025}$.

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{4}} z - \log_4(z^2 + 3z + 3) &= -(\log_4 z + \log_4(z^2 + 3z + 3)) = -\log_4 z \cdot (z^2 + 3z + 3) = \\ &= -\log_4(z^3 + 3z^2 + 3z + 1 - 1) = -\log_4((z+1)^3 - 1) = -\log_4\left(\left(-1 + \sqrt[3]{1025} + 1\right)^3 - 1\right) = -\log_4 1024 = \\ &= -\log_4 2^{10} = -\frac{10}{2} \log_2 2 = -5 \end{aligned}$$

№20. Вычислить $\log_2 \log_5^2(2a+5) + \log_2 \log_a^2 25$, если $a = \sqrt{2} - 1$.

$$\begin{aligned} \log_2 \log_5^2(2a+5) + \log_2 \log_a^2 25 &= \log_2(\log_5(2a+5) \cdot \log_a 25)^2 = \log_2(2 \cdot \log_a 5 \cdot \log_5(2a+5))^2 = \\ &= \log_2(2 \cdot \log_a(2a+5))^2 = \log_2\left(2 \cdot \log_{\sqrt{2}-1}(2\sqrt{2}-2+5)\right)^2 = \log_2\left(2 \cdot \log_{\sqrt{2}-1}(3+2\sqrt{2})\right)^2 = \\ &= \log_2\left(2 \cdot \log_{(\sqrt{2}+1)^{-1}}(\sqrt{2}+1)^2\right)^2 = \log_2(2 \cdot (-2))^2 = \log_2 2^4 = 4 \end{aligned}$$

№21. Вычислить $\log_a(2a+1) + \log_{a-2} a$, если $a = 1 + \sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \log_{1+\sqrt{2}}(2 \cdot (1 + \sqrt{2}) + 1) + \log_{1+\sqrt{2}-2}(1 + \sqrt{2}) &= \log_{\sqrt{2}+1}(3 + 2\sqrt{2}) + \log_{\sqrt{2}-1}(1 + \sqrt{2}) = \\ \left| \text{Заметим, что } (\sqrt{2}+1) \cdot (\sqrt{2}-1) = 1, \sqrt{2}-1 = (\sqrt{2}+1)^{-1}; (3+2\sqrt{2}) = (\sqrt{2}+1)^2 \right. \\ &= \log_{\sqrt{2}+1}(\sqrt{2}+1)^2 + \log_{(\sqrt{2}+1)^{-1}}(\sqrt{2}+1) = 2 - 1 = 1 \end{aligned}$$

№22. Вычислить $\log_c^2(ab)$, если $\log_a b = 7$ и $\log_c a = 4$.

$$\log_c^2(ab) = (\log_c a + \log_c b)^2 = \left(4 + \frac{\log_a b}{\log_a c}\right)^2 = \left(4 + 7 \cdot \frac{1}{4}\right)^2 = 1024$$

№23. Вычислить $\frac{\left(\left(\log_x^4 y + \log_x^{-4} y + 2\right)^{\frac{1}{2}} - 2\right)^{\frac{1}{2}}}{2\log_x y - 2\log_y x}$, где $1 < y < x$.

$$\frac{\left(\left(\log_x^4 y + \log_x^{-4} y + 2\right)^{\frac{1}{2}} - 2\right)^{\frac{1}{2}}}{2 \log_x y - 2 \log_y x} = \frac{\left(\left(\log_x^4 y + \frac{1}{\log_x^4 y} + 2\right)^{\frac{1}{2}} - 2\right)^{\frac{1}{2}}}{2 \log_x y - \frac{2}{\log_x y}} = \left. \begin{array}{l} 1 < y < x \\ \log_x^{-4} y = (\log_x y)^{-4} = \\ = (\log_y x)^4 = \log_y^4 x \end{array} \right|$$

$$= \frac{\left(\left(\frac{\log_x^8 y + 2 \log_x^4 y + 1}{\log_x^4 y}\right)^{\frac{1}{2}} - 2\right)^{\frac{1}{2}}}{\frac{2 \cdot (\log_x^2 y - 1)}{\log_x y}} = \left(\frac{\log_x^4 y + 1}{\log_x^2 y} - 1\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\log_x y}{2(\log_x^2 y - 1)} =$$

$$= \left(\frac{\log_x^4 y - 2 \log_x^2 y + 1}{\log_x^2 y}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\log_x y}{2(\log_x^2 y - 1)} = \frac{|\log_x^2 y - 1|}{|\log_x y|} \cdot \frac{\log_x y}{2(\log_x^2 y - 1)} = -\frac{1}{2}$$

Т.к. $1 < y < x$, то $\log_x y$ – возрастающая, $y > 1 \Rightarrow \log_x y > 0$

$$\log_x 1 < \log_x y < \log_x x; \quad 0 < \log_x y < 1; \quad 0 < \log_x^2 y < 1; \quad |\log_x^2 y - 1| = -(\log_x^2 y - 1)$$

№24. Вычислить $\log_x(x^8 - 27x^5 + 3)$, если $x^{21} - 3x^{13} + 9x^5 - 1 = 0$.

$$1) \quad x^{21} - 3x^{13} + 9x^5 - 1 = 0; \quad 1 = x^{21} - 3x^{13} + 9x^5; \quad x^{21} = 3x^{13} - 9x^5 + 1$$

$$2) \quad \log_x(x^8 - 27x^5 + 3 \cdot 1) = \log_x(x^8 - 27x^5 + 3(x^{21} - 3x^{13} + 9x^5)) =$$

$$= \log_x(x^8 - 27x^5 + 3x^{21} - 9x^{13} + 27x^5) = \log_x(3x^{21} - 9x^{13} + x^8) =$$

$$= \log_x x^8 (3x^{13} - 9x^5 + 1) = \log_x x^8 \cdot x^{21} = \log_x x^{29} = 29$$

№25. Вычислить $\log_x(5x^5 - 125x^2 + 25)$, если $x^{12} - 5x^7 + 25x^2 - 5 = 0$.

$$x^{12} - 5x^7 + 25x^2 - 5 = 0; \quad x^{12} - 5x^7 + 25x^2 = 5; \quad x^{12} - 5 = 5x^7 - 25x^2; \quad \frac{x^{12} - 5}{5} = x^7 - 5x^2$$

$$\log_x(5x^5 - 125x^2 + 25) = \log_x 5 \cdot (x^5 - 25x^2 + 5) = \log_x 5 \cdot (x^5 - 25x^2 + x^{12} - 5x^7 + 25x^2) =$$

$$= \log_x 5 \cdot (x^5 + x^{12} - 5x^7) = \log_x 5 \cdot x^5 \cdot (1 + x^7 - 5x^2) = \log_x 5x^5 \cdot \left(\frac{x^{12} - 5}{5} + 1\right) = \log_x \frac{5 \cdot x^5 \cdot x^{12}}{5} =$$

$$= \log_x x^{17} = 17$$

№26. Вычислить $\log_x(2x - 1)$, если $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x = 1$.

$$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x = 1; \quad x^5 = 1 - x^4 - x^3 - x^2 - x$$

$$\log_x(2x - 1) = \log_x(2x - x^5 - x^4 - x^3 - x^2 - x) = \log_x(x - x^5 - x^4 - x^3 - x^2) =$$

$$= \log_x x \cdot (1 - x^4 - x^3 - x^2 - x) = \log_x x \cdot x^5 = \log_x x^6 = 6$$

№27. Вычислить $\log_x(4x^7 - 125x^3 + 20)$, если $25x^3 - 5x^{10} + x^{17} - 4 = 0$.

$$1) 25x^3 - 5x^{10} + x^{17} - 4 = 0; \quad 4 = 25x^3 - 5x^{10} + x^{17}; \quad x^{17} = 4 - 25x^3 + 5x^{10}$$

$$\begin{aligned} 2) \log_x(4x^7 - 125x^3 + 5 \cdot 4) &= \log_x(4x^7 - 125x^3 + 5 \cdot (25x^3 - 5x^{10} + x^{17})) = \\ &= \log_x(4x^7 - 125x^3 + 125x^3 - 25x^{10} + 5x^{17}) = \log_x(4x^7 - 25x^{10} + 5x^{17}) = \\ &= \log_x x^7 (4 - 25x^3 + 5x^{10}) = \log_x x^7 \cdot x^{17} = \log_x x^{24} = 24 \end{aligned}$$

№28. Вычислить $\log_{|x|}(-6x^3 - 1 + 4x)$, если $x^3 + 5x^2 - 5x + 1 = 0$.

$$1) x^3 + 5x^2 - 5x + 1 = 0; \quad 1 = -x^3 - 5x^2 + 5x; \quad x^3 = -5x^2 + 5x - 1$$

$$\begin{aligned} 2) \log_{|x|}(-6x^3 + 4x - 1) &= \log_{|x|}(-6x^3 + 4x - (-x^3 - 5x^2 + 5x)) = \\ &= \log_{|x|}(-6x^3 + 4x + x^3 + 5x^2 - 5x) = \log_{|x|}(-5x^3 - x + 5x^2) = \\ &= \log_{|x|} x (-5x^2 + 5x - 1) = \log_{|x|} x \cdot x^3 = \log_{|x|} x^4 = 4 \cdot \log_{|x|} |x| = 4 \end{aligned}$$

№29. Найти знаменатель геометрической прогрессии b_1, b_2, b_3, \dots с положительными членами, если ее члены связаны с членами арифметической прогрессии a_1, a_2, a_3, \dots , разность которой $d = \log_8 15$, соотношением $\log_{27} b_n \cdot \log_8 27 - a_n = \log_{30} b_m \log_8 30 - a_m$ для некоторых $m \neq n$.

$$d = \log_8 15, \quad \log_{27} b_n \cdot \log_8 27 - a_n = \log_{30} b_m \cdot \log_8 30 - a_m; \quad m \neq n$$

$$\frac{\log_8 b_n}{\log_8 27} \cdot \log_8 27 - \frac{\log_8 b_m}{\log_8 30} \cdot \log_8 30 = a_n - a_m$$

$$a_n - a_m = d(m - n) = (\log_8 15) \cdot (n - m)$$

$$\log_8 \frac{b_n}{b_m} = \log_8 \frac{b_1 q^{n-1}}{b_1 q^{m-1}} = \log_8 q^{n-m} = (n - m) \log_8 q$$

$$(\log_8 15)(n - m) = (n - m) \cdot \log_8 q; \quad q = 15 \quad (m \neq n)$$

№30. Найти $\log_2(\lg^2 x_{65} - \lg x_1 \lg x_{129}) - \log_2(\lg^2 x_2 - \lg x_1 \lg x_3)$, если x_1, x_2, x_3, \dots - геометрическая прогрессия.

$$1) \lg^2 x_{65} = (\lg x_1 q^{64})^2 = (\lg x_1 + \lg q^{64})^2 = \lg^2 x_1 + 128 \lg x_1 \cdot \lg q + 64^2 \cdot \lg^2 q$$

$$2) \lg x_1 \cdot \lg x_{129} = \lg x_1 \cdot (\lg x_1 + 128 \lg q) = \lg^2 x_1 + 128 \lg x_1 \cdot \lg q$$

$$3) \lg^2 x_{65} - \lg x_1 \cdot \lg x_{129} = 64^2 \cdot \lg^2 q$$

$$4) \log_2(64^2 \cdot \lg^2 q) = \log_2 2^{12} + \log_2 \lg^2 q = 12 + \log_2 \lg^2 q$$

$$\begin{aligned} 5) \lg^2 x_1 q - \lg x_1 \cdot \lg x q^2 &= (\lg x_1 + \lg q)^2 - \lg x_1 (\lg x_1 + \lg q^2) = \\ &= \lg^2 x_1 + 2 \lg x_1 \cdot \lg q + \lg^2 q - \lg x_1 - 2 \lg x_1 \lg q = \lg^2 q \end{aligned}$$

$$6) 12 + \log_2 \lg^2 q - \log_2 \lg^2 q = 12$$

№31. Для некоторой геометрической прогрессии выполняется соотношение $2\log_{b_1} b_2 = 1 + \log_{b_1} \frac{b_4}{5}$.

Найти отношение $\frac{b_{11}}{b_8}$.

$$2\log_{b_1} b_2 = 1 + \log_{b_1} \frac{b_4}{5}$$

$$b_2 = b_1 q; \quad b_4 = b_1 \cdot q^3; \quad \frac{b_{11}}{b_8} = \frac{b_1 q^{10}}{b_1 q^7} q^3$$

$$2\log_{b_1} b_1 q = 1 + \log_{b_1} \frac{b_1 \cdot q^3}{5}$$

$$2(1 + \log_{b_1} q) = 1 + \log_{b_1} b_1 q^3 - \log_{b_1} 5$$

$$2 + 2\log_{b_1} q = 1 + 1 + 3\log_{b_1} q - \log_{b_1} 5$$

$$\log_{b_1} q = \log_{b_1} 5; \quad q = 5; \quad q^3 = 5^3 = 125$$

№32. Сумма членов геометрической прогрессии x_1, x_2, \dots, x_{81} равна 8. Вычислить

$$\log_3 |\log_2 (8x_2 - 7)| - \log_3 |\log_2 x_4|, \text{ если } x_{53} x_{129} = x_{61}^3.$$

$$1) S_{81} = \frac{x_1 q^{81} - x_1}{q - 1} = \frac{x_1 (q^{81} - 1)}{q - 1}$$

$$\frac{x_1 (q^{81} - 1)}{q - 1} = 8; \quad x_1 = 1; \quad q^{81} - 1 = 8(q - 1); \quad q^{81} = 8q - 7$$

$$2) x_1 q^{52} \cdot x_1 q^{128} = x_1^2 q^{180} = x_1^3 = q^{180}; \quad x_1 = 1$$

$$3) \log_3 \frac{|\log_2 (8x_1 q - 7)|}{|\log_2 x_1 q^3|} = \log_3 \frac{|\log_3 (8q - 7)|}{|\log_2 q^3|} = \log_3 \frac{|\log_2 q^{81}|}{|\log_2 q^3|} = \log_3 \frac{81}{3} = \log_3 27 = 3$$

№33. Сумма членов геометрической прогрессии x_1, x_2, \dots, x_{36} равна 11. Вычислить

$$\log_3 |\log_2 (11x_2 - 10)| - \log_3 |\log_2 x_5|, \text{ если } x_{82} x_{184} = x_{89}^3.$$

$$1) S_{36} = 11; \quad S_{36} = \frac{x_1 \cdot (1 - q^{36})}{1 - q}; \quad \frac{x_1 (1 - q^{36})}{1 - q} = 11; \quad \frac{1 - q^{36}}{1 - q} = \frac{11}{x_1}$$

$$2) x_{82} \cdot x_{184} = x_{89}^3; \quad x_1 \cdot q^{81} \cdot x_1 \cdot q^{183} = (x_1 q^{88})^3; \quad x_1^2 \cdot q^{264} = x_1^3 \cdot q^{264}; \quad x_1 = 1$$

$$3) \frac{1 - q^{36}}{1 - q} = 11; \quad 1 - q^{36} = 11 - 11q; \quad 11q - q^{36} = 10; \quad 11q - 10 = q^{36}$$

$$4) 11x_2 - 10 = 11 \cdot x_1 q - 10 = 11q - 10 = q^{36}; \quad \log_2 q^{36} = 36 \log_2 |q|$$

$$5) \log_2 x_5 = \log_2 x_1 q^4 = \log_2 q^4 = 4 \log_2 |q|$$

$$6) \log_3 |36 \log_2 |q|| - \log_3 |4 \cdot \log_2 |q|| = \log_3 \left| \frac{36 \log_2 |q|}{4 \log_2 |q|} \right| = \log_3 9 = 2$$

✓ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1. Логарифм - это показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b .

$$a^c = b \Leftrightarrow c = \log_a b$$

$$b > 0, a > 0, a \neq 1$$

2. Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a b} = b, b > 0$

3. $\log_a a = 1$

4. $\log_a 1 = 0$

5. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y; x > 0, y > 0, a > 0, a \neq 1$

6. $\log_a |xy| = \log_a |x| + \log_a |y|; x \neq 0, y \neq 0, xy > 0, a > 0, a \neq 1$

7. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y; x > 0, y > 0, a > 0, a \neq 1$

8. $\log_a \frac{|x|}{|y|} = \log_a |x| - \log_a |y|; x \neq 0, y \neq 0, xy > 0, a > 0, a \neq 1$

9. $\log_a (x^k) = k \log_a x; x > 0, a > 0, a \neq 1$

10. $\log_a (x^{2k}) = 2k \log_a |x|; x \neq 0, a > 0, a \neq 1$

11. $\log_{a^m} x^n = \frac{n}{m} \log_a x; x > 0, a > 0, a \neq 1$

12. Формула перехода к новому основанию $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ или $\log_c b = \log_c a \cdot \log_a b$
 $a > 0, b > 0, c > 0, a \neq 1, c \neq 1$

13. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}; a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$

14. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}; a > 0, b > 0, c > 0, b \neq 1$