Тренировочные упражнения. Свойства логарифмов

▪ *Банк заданий*

Найдите значение выражения:

№1. $(0{,}01)^{\lg 0{,}2-0{,}5}+\left(\sqrt{10}\right)^{\lg 25+2}$

№2. $(0{,}2)^{0{,}5\cdot\log_5 4-\log_{25}16}$

№3. $3^{(0{,}5\cdot\log_9 16+\log_3 6)}$

№4. $25^{1{,}5\log_5 3+4\log_{625}7}$

№5. $3\cdot\left(\dfrac{\sqrt{10}}{10}\right)^{\lg 9-2}$

№6. $8^{\left(\frac{2}{3}\log_2 27-\frac{1}{2}\log_2 9\right)}$

№7. $49^{1-\log_7 2}+(0{,}2)^{\frac{2}{\log_2 5}}$

№8. $(0{,}5)^{\log_{\frac{1}{4}}9+2\log_2\frac{1}{3}}$

№9. $81^{\frac{1}{\log_5 3}}-27^{\frac{1}{\log_6 3}}+9^{\frac{1}{\log_7 3}}$

№10. $\left(25^{\frac{1}{\log_3 5}}+16^{\frac{1}{\log_{\sqrt{3}}2}}\right):49^{\frac{1}{\log_{\sqrt{6}}7}}$

№11. $8^{\frac{2}{3}\log_2 27+\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}9}$

№12. $\left(81^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\log_9 4}+25^{\log_{125}8}\right)\cdot 49^{\log_7 2}$

№13. $27^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt[6]{3}}+4\cdot 5^{\log_5^2 2}-2^{\log_5 2}\cdot\log_2 16$

№14. $\log_{\sqrt[3]{5}}\left(125\cdot\sqrt[4]{5}\cdot 3^{\log_{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[3]{25}}\right)$

№15. $\log_{\sqrt[4]{4}}\left(\dfrac{1}{16}\sqrt[4]{2}\cdot 5^{\log_{0{,}04}\sqrt[4]{8}}\right)$

№16. $\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{7}}}\left(\sqrt[3]{49}\cdot\sqrt{56}\cdot 8^{\log_{0{,}5}\sqrt[3]{49}-0{,}5}\right)$

№17. $\dfrac{\left(5^{\log_{\sqrt{5}}\left(3+\sqrt{2}\right)}-49^{\log_7\left(3-\sqrt{2}\right)}\right)2^{\log_3 7\sqrt{3}}}{7^{\log_3 6}}$

№18. $\dfrac{3^{\log_5 20}}{5^{\log_5 3+\log_2 3}}+25^{\log_5\left(2+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}+2^{\log_{\sqrt{2}}\left(2-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}$

№19. $5^{\log_{\frac{1}{5}}\frac{1}{2}}+\log_{\sqrt{2}}\dfrac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}+\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{10+2\sqrt{21}}$

№20. $9^{\log_3\cos\frac{\pi}{6}-\log_2\sin\frac{\pi}{6}}$

№21. $2^{\log_{\frac{1}{3}}ctg\frac{\pi}{6}+3\log_4\sin\frac{5\pi}{6}}$

№22. $625^{\log_3 ctg\frac{\pi}{3}+\log_{\frac{1}{4}}\cos\frac{\pi}{4}}$

№23. Найдите $y=9^b$, если $b=0{,}5\cdot\left(\log_{0{,}2}5+\log_3 2+1\right)$

№24. Найдите a, если $3\cdot\log_8 a=\left(\log_5 2-\log_{0{,}2}4\right)^{-1}+\log_2\sqrt[3]{25}$.

№25. Найдите $y=8^b$, если $b=\left[0{,}5\cdot\left(\log_3 16+\log_{\sqrt{3}}2\right)\right]^{-1}$

№26. Вычислить M и N, если $M=3^{4\log_9\sin\frac{8\pi}{3}}$; $N=5^{3\log_{\sqrt{5}}tg\frac{5\pi}{4}}$. В ответе записать меньшее число.

№27. Найдите числа A и B, если $A=\log_{0{,}25}\sqrt[3]{4\cos^2\dfrac{19\pi}{4}+6tg\dfrac{9\pi}{4}}$, $B=\log_{\sqrt[9]{2}}\sqrt[20]{\sin\dfrac{17\pi}{6}}$. В ответе запишите большее число.

№28. $\dfrac{\log_2 56}{\log_{224}2}-\dfrac{\log_2 448}{\log_{28}2}$

№29. $\log_3 12-\log_3 7\cdot\log_5 4\cdot\log_7 5$

№30. $\log_3 36-\log_3 6\cdot\log_{13}4\cdot\log_6 13$

№31. $\dfrac{\log_3 5\cdot\log_5 8}{\log_7 5\cdot\log_5 2\cdot\log_3 7}+2$

№32. $2-\log_4 5\left(\dfrac{\log_5 4}{\log_4 8}+\dfrac{2\log_8 4}{\log_4 5}\right)$

№33. $\left(\dfrac{\log_6 3}{\log_5 7}+\dfrac{\log_7 5}{\log_3 6}\right)\log_5 7+\log_6 24$

№34. $\log_6 8\left(\dfrac{2\log_3 5}{\log_6 8}-\dfrac{\log_8 6}{\log_5 3}\right)-\log_3 225$

№35. $\dfrac{\log_7^2 14+(\log_7 14)\cdot(\log_7 2)-2\log_7^2 2}{\log_7 14+2\log_7 2}$

№36. $(\log_5 2+\log_2 5+2)(\log_5 2-\lg 2)\cdot\log_2 5-$
$-\log_5 50$

№37. $\dfrac{\log_5^2 15-\log_5^3 3+2\log_5 15+2\log_5 3}{\log_5 15+\log_5 3}$

№38. $\dfrac{\sqrt{\log_2 48-4\sqrt{\log_2 3}}-3}{\sqrt{\log_2 6+2\sqrt{\log_2 3}}}-1$

№39. $\sqrt{4\log_2 10-12\sqrt{\log_2 5}+5}-$
$-\sqrt{4\log_2 10-4\sqrt{\log_2 5}}-3$

№40. $\dfrac{\log_8 24+\log_3 24}{\log_3\sqrt{24}\cdot\log_8 24}$

№41. $\dfrac{\log_3 74}{\log_{225} 74}-2\log_3 5$

№42. $\dfrac{\log_3 324}{\log_{135} 3}-\dfrac{\log_3 405}{\log_{108} 3}+\log_3(2,4)$

№43. $\left(\dfrac{\log_2 12\cdot\log_4 8}{\log_7 3}+\dfrac{\log_3 7\cdot\log_2 12}{\log_8 4}+\dfrac{\log_4 8\cdot\log_3 7}{\log_{12} 2}\right)\cdot\dfrac{\log_7 3}{\log_2 12}-\log_{16} 64$

№44. $\dfrac{\log_2 12+\dfrac{1}{\log_{12} 2}}{\log_7 4}\cdot\log_7 2-\log_2 6$

№45. $\left(\dfrac{2\cdot\log_6 9}{\log_4 5}-\dfrac{\log_5 4}{\log_9 6}\right)\cdot\dfrac{1}{\log_5 4}+2\cdot\log_6 2$

№46. Найдите $\log_{abc} x$, если
$\log_a x=2,\ \log_b x=3,\ \log_c x=6$.

№47. Найдите $\log_c x$ – , если
$\log_a x=\dfrac{1}{2},\ \log_b x=\dfrac{1}{4},\ \log_{abc} x=1$.

№48. **Найдите** $\left(\log_{\frac{a}{b}} c+\log_{ab} c\right)\cdot\left(\log_c^2 b-\log_c^2 a\right)+\left(\log_b\sqrt{c}\right)^{-1}$ **, если** $a=0{,}15;\ b=1{,}2;\ c=4$.

№49. **Найдите** $a^{\left(\log_{a^2} b^3+\frac{3}{\log_c a^2}+3\cdot\log_c(bc)\cdot\log_a\sqrt{c}\right)}$ **, если** $a=11,\ b=\sqrt[6]{3},\ c=\sqrt[6]{12}$.

№50. **Найдите** $\dfrac{\log_a^2(bc)-\left(\dfrac{\log_a b^2}{\log_c a}+2\log_a^2 c\right)}{\log_a b-\log_a c}$ **, если** $a=3,\ b=2{,}5,\ c=3{,}6$.

№51. **Найдите** $\log_{a\sqrt{b}}\dfrac{\sqrt{b}}{a^2}+\log_{b\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\right)+\dfrac{1}{4}\log_{\sqrt{a}} a^2$, если $\log_{\frac{a}{b}}(ab)=3$.

№52. **Найдите** $3\cdot\log_{\frac{a^3}{b}}\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}+\log_{\frac{a^3}{b}} b$, если $\log_{ab}\dfrac{a}{b}=-\dfrac{1}{3}$.

№53. **Найдите** $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{b}}+\dfrac{1}{4}\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\left(b\sqrt{a}\right)=?$, если $\log_{\sqrt{ab}}\left(\dfrac{a}{b}\right)^2=-\dfrac{4}{3}$.

▪ *Ответы (банк заданий)* Тренировочные упражнения. Свойства логарифмов

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10
300	2	12	1323	10	27	12,5	27	458	3
№11	№12	№13	№14	№15	№16	№17	№18	№19	№20
27	19	3	7,75	-7,75	2,5	3	9	6	6,75
№21	№22	№23	№24	№25	№26	№27	№28	№29	№30
0,25	0,2	2	5	3	0,75	-0,45	3	1	2
№31	№32	№33	№34	№35	№36	№37	№38	№39	№40
5	0	3	-1	1	-1	3	-3	-2	2
№41	№42	№43	№44	№45	№46	№47	№48	№49	№50
2	1	3	1	2	1	-0,2	3	6	2
№51	№52	№53							
0,85	1,5	-0,625							

▪ *Решение (банк заданий)* Тренировочные упражнения. Свойства логарифмов

№1. $$(0,01)^{\lg 0,2-0,5}+\left(\sqrt{10}\right)^{\lg 25+2}=\left(\frac{1}{100}\right)^{\lg 0,2-0,5}+\left(10^{\frac{1}{2}}\right)^{\lg 25+2}=10^{-2(\lg 0,2-0,5)}+10^{\frac{1}{2}(\lg 25+2)}=$$
$$=10^{\lg 0,2^{-2}+1}+10^{\lg 25^{\frac{1}{2}}+1}=\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\cdot 10+5\cdot 10=250+50=300$$

№2. $$(0,2)^{0,5\cdot\log_5 4-\log_{25}16}=0,2^{\log_5 2-\log_{25}16}=5^{-\log_5 2+\log_{25}16}=5^{\log_5 2^{-1}}\cdot 5^{\log_{25}16}=\frac{1}{4}\cdot 4=2$$

№3. $$3^{(0,5\cdot\log_9 16+\log_3 6)}=3^{\log_9 4}\cdot 3^{\log_3 6}=4^{\log_9 3}\cdot 6=4\cdot\frac{1}{2}\cdot 6=12$$

№4. $$25^{1,5\log_5 3+4\log_{625}7}=5^{2(1,5\log_5 3+4\log_{625}7)}=5^{\log_5 3^3+8\log_{625}7}=27\cdot 5^{\log_{625}7^8}=27\cdot 5^{\log_{5^4}7^8}=27\cdot 5^{\frac{8}{4}\log_5 7}=$$
$$=27\cdot 5^{\log_5 49}=27\cdot 49=1323$$

№5. $$3\cdot\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right)^{\lg 9-2}=3\cdot\left(10^{\frac{1}{2}}\cdot 10^{-1}\right)^{\lg 9-2}=3\cdot\left(10^{-\frac{1}{2}}\right)^{\lg 9-2}=3\cdot 10^{\lg 9^{-\frac{1}{2}}+1}=3\cdot 10\cdot 10^{\lg\frac{1}{3}}=10$$

№6. $$8^{\left(\frac{2}{3}\log_2 27-\frac{1}{2}\log_2 9\right)}=2^{3\cdot\frac{2}{3}\log_2 27-\frac{3}{2}\log_2 9}=2^{\log_2 27^2-\log_2 9^{\frac{3}{2}}}=\frac{27^2}{\left(3^2\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{27^2}{27}=27$$

№7. $$49^{1-\log_7 2}+(0,2)^{\frac{2}{\log_2 5}}=49\cdot 7^{-2\log_7 2}+\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{\log_2 5}}=$$
$$=49\cdot 7^{\log_7\frac{1}{4}}+5^{-2\log_5 2}=\frac{49}{4}+5^{\log_5\frac{1}{4}}=\frac{49}{4}+\frac{1}{4}=\frac{50}{4}=12,5$$

№8. $$(0,5)^{\log_{\frac{1}{4}}9+2\log_2\frac{1}{3}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\left(\frac{1}{2}\right)^2}3^2+\log_2\frac{1}{9}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}}3}\cdot\left(2^{-1}\right)^{\log_2\frac{1}{9}}=3\cdot 2^{\log 9}=3\cdot 9=27$$

№9. $$81^{\frac{1}{\log_5 3}}-27^{\frac{1}{\log_6 3}}+9^{\frac{1}{\log_7 3}}=3^{4\log_3 5}-3^{3\log_3 6}+3^{2\log_3 7}=5^4-6^3+7^2=625-216+49=458.$$

№10. $$\left(25^{\frac{1}{\log_3 5}}+16^{\frac{1}{\log_{\sqrt{3}}2}}\right):49^{\frac{1}{\log_{\sqrt{6}}7}}=\left(25^{\log_5 3}+16^{\log_2\sqrt{3}}\right):49^{\log_7\sqrt{6}}=\left(5^{\log_5 9}+2^{\log_2 9}\right):7^{\log_7 6}=(9+9):6=3$$

№11. $8^{\frac{2}{3}\log_2 27+\frac{1}{2}\log_{\frac12}9} = 2^{2\log_2 27+\frac32\log_{\frac12}9} = 3^6\cdot 2^{-\log_2 9^{\frac32}} = 3^6\cdot 3^{-3}=3^3=27$

№12. $\left(81^{\frac14-\frac12\log_9 4}+25^{\log_{125}8}\right)\cdot 49^{\log_7 2} = \left(3^{4\left(\frac14-\frac12\log_{3^2}2^2\right)}+5^{2\log_{5^3}2^3}\right)\cdot 7^{2\log_7 2} = \left(3^{1-2\log_3 2}+5^{2\log_5 2}\right)\cdot 4 =$

$=\left(\frac34+4\right)\cdot4=19$

№13. $27^{\log_{\sqrt3}\sqrt[6]{3}}+4\cdot5^{\log_5^2 2}-2^{\log_5 2}\cdot\log_2 16 = 3^{3\log_{\sqrt3}\sqrt[6]{3}}+4\cdot 5^{\log_5 2\cdot\log_5 2}-4\cdot 2^{\log_5 2} =$

$=3^{\log_{\sqrt3}(\sqrt[6]{3})^3}+4\cdot 2^{\log_5 2}-4\cdot 2^{\log_5 2}=3$

№14. $\log_{\sqrt[3]{5}}\left(125\cdot\sqrt[4]{5}\cdot 3^{\log_{\frac13}\sqrt[3]{25}}\right) = \log_{5^{\frac13}}5^3+\log_{5^{\frac13}}5^{\frac14}+\log_{\sqrt[3]{5}}\left(3^{\log_{\frac13}\sqrt[3]{25}}\right) = 3:\frac13+\frac14:\frac13+\log_{\sqrt[3]{5}}\left(3^{\log_{3^{-1}}5^{\frac23}}\right)=$

$=9+\frac34+\log_{5^{\frac13}}3^{\log_3 5^{-\frac23}} = 9,75+\log_{5^{\frac13}}5^{-\frac23}=9,75-\frac23:\frac13=9,75-2=7,75$

№15. $\log_{\sqrt[4]{4}}\left(\frac1{16}\sqrt[4]{2}\cdot5^{\log_{0,04}\sqrt[4]{8}}\right)=\log_{2^{\frac12}}\frac1{16}+\log_{2^{\frac12}}2^{\frac14}+\log_{2^{\frac12}}5^{\log_{\frac1{25}}2^{\frac34}} = -4:\frac12+\frac14:\frac12+\log_{2^{\frac12}}5^{\log_{5^{-2}}2^{\frac34}}=$

$=-8+\frac12+\log_{2^{\frac12}}5^{\frac34:(-2)\log_5 2} = -7,5+\log_{2^{\frac12}}2^{-\frac38}=-7,5-\frac38:\frac12=-7,5-\frac34=-7,75$

№16. $\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{7}}}\left(\sqrt[3]{49}\cdot\sqrt{56}\cdot 8^{\log_{0,5}\sqrt[3]{49}-0,5}\right)=\log_{7^{-\frac13}}7^{\frac23}+\log_{7^{-\frac13}}7^{\frac12}+\log_{7^{-\frac13}}8^{\frac12}+\log_{7^{-\frac13}}8^{\log_{\frac12}7^{\frac23}}+\log_{7^{-\frac13}}8^{-\frac12}=$

$=\frac23:\left(-\frac13\right)+\frac12:\left(-\frac13\right)+\frac32:\left(-\frac13\right)\log_7 2+\log_{7^{-\frac13}}2^{\log_{2^{-1}}7^2}+\left(-\frac32\right):\left(-\frac13\right)\log_7 2=$

$=-2-\frac32-\frac92\log_7 2+\frac92\log_7 2+\log_{7^{-\frac13}}2^{-2\log_2 7}=-3,5+\log_{7^{-\frac13}}2^{\log_2 7^{-2}}=-3,5+\log_{7^{-\frac13}}7^{-2}=$

$=-3,5+(-2):\left(-\frac13\right)=-3,5+6=2,5$

№17. $\frac{\left(5^{\log_{\sqrt5}(3+\sqrt2)}-49^{\log_7(3-\sqrt2)}\right)2^{\log_3 7\sqrt3}}{7^{\log_3 6}}-\frac37=\frac{\left(5^{2\log_5(3+\sqrt2)}-7^{2\log_7(3-\sqrt2)}\right)\cdot2^{\log_3 3^{\frac12}+\log_3 7}}{7^{\log_3 3\cdot2}}-\frac37=$

$=\frac{\left((3+\sqrt2)^2-(3-\sqrt2)^2\right)2^{\frac12}\cdot2^{\log_3 7}}{7\cdot7^{\log_3 2}}-\frac37=\frac{(3+\sqrt2-3+\sqrt2)(3+\sqrt2+3-\sqrt2)\sqrt2\cdot7^{\log_3 2}}{7\cdot7^{\log_3 2}}-\frac37=$

$=\frac{12\sqrt2\cdot\sqrt2}{7}-\frac37=\frac{24-3}{7}=\frac{21}{7}=3$

№18. $\frac{3^{\log_5 20}}{5^{\log_5 3+\log_2 3}}+25^{\log_5\left(2+\frac1{\sqrt3}\right)}+2^{\log_{\sqrt2}\left(2-\frac1{\sqrt3}\right)}=\frac{3^{\log_5 5\cdot4}}{4^{\log_5 3}\cdot2^{\log_2 9}}+5^{\log_5\left(2+\frac1{\sqrt3}\right)^2}+2^{\log_2\left(2-\frac1{13}\right)^2}=$

$=\frac{3\cdot3^{\log_5 4}}{3^{\log_5 4}\cdot9}+4+\frac4{\sqrt3}+\frac13+4-\frac4{\sqrt3}+\frac13=8+1=9$

№19. $5^{\log_{\frac15}\frac12}+\log_{\sqrt2}\frac{4}{\sqrt3+\sqrt7}+\log_{\frac12}\frac{1}{10+2\sqrt{21}}=$

$=5^{\log_5 2}+2\log_2 4-2\log_2\left(\sqrt3+\sqrt7\right)-\log_2 1+\log_2\left(10+2\sqrt{21}\right)=$

$=2+4-\log_2\left(10+2\sqrt{21}\right)+\log_2\left(10+2\sqrt{21}\right)=6$

№20. $9^{\log_3\cos\frac{\pi}{6}-\log_2\sin\frac{\pi}{6}}=9^{\log_3\frac{\sqrt3}{2}-\log_2\frac12}=3^{2\left(\log_3\frac{\sqrt3}{2}+1\right)}=3^{\log_3\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^2}\cdot 9=\frac34\cdot 9=\frac{27}{4}=6,75$

№21. $2^{\log_{\frac13}ctg\frac{\pi}{6}+3\log_4\sin\frac{5\pi}{6}}=0,25$

1) $ctg\frac{\pi}{6}=\sqrt3,\ \sin\frac{5\pi}{6}=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\frac12;$ 2) $2^{\log_{\frac13}\sqrt3}=2^{\log_{\frac13}\left(\frac13\right)^{\frac12}}=2^{-\frac12}=\frac{1}{\sqrt2}$

3) $2^{3\log_4\frac12}=2^{-3\cdot\frac12\log_2 2}=2^{-\frac32};$ 4) $2^{-\frac12-\frac32}=2^{-2}=\frac14=0,25$

№22. $625^{\log_3 ctg\frac{\pi}{3}+\log_{\frac14}\cos\frac{\pi}{4}}=625^{-\frac14}=\frac{1}{\sqrt[4]{625}}=\frac15=0,2$

1) $\log_3 ctg\frac{\pi}{3}+\log_{\frac14}\cos\frac{\pi}{4}=\log_3\frac{1}{\sqrt3}+\log_{\frac14}\frac{1}{\sqrt2}=\log_3 3^{-\frac12}+\log_{\frac14}\left(\frac12\right)^{\frac12}=-\frac12+\frac12:2=-\frac14$

№23. $y=9^b$, где $b=0,5\cdot\left(\log_{0,2}5+\log_3 2+1\right)=\frac12\left(\log_{\frac15}5+\log_3 2+\log_3 3\right)=\frac12\left(-1+\log_3 2\cdot 3\right)=$

$=\frac12\left(\log_3 6-\log_3 3\right)=\frac12\log_3\frac65=\frac12\log_3 2;$ $y=9^{\frac12\log_3 2}=\left(3^2\right)^{\frac12\log_3 2}=2$

№24. $a-?,\ 3\cdot\log_8 a=\left(\log_5 2-\log_{0,2}4\right)^{-1}+\log_2\sqrt[3]{25}$

1) $\log_5 2-\frac{\log_5 4}{\log_5\frac15}=\log_5 2+\log_5 4=\log_5 8;$ 2) $\left(\log_5 8\right)^{-1}=\frac{1}{\log_5 8}=\log_8 5=\log_{2^3}5^1=\frac13\log_2 5$

3) $\log_2\sqrt[3]{25}=\log_2 5^{\frac23}=\frac23\log_2 5;$ 4) $\frac13\log_2 5+\frac23\log_2 5=\log_2 5$

5) $3\cdot\log_8 a=\log_2 5;$ $3\cdot\frac{\log_2 a}{\log_2 8}=3\cdot\frac{\log_2 a}{3}=\log_2 a$

6) $\log_2 a=\log_2 5\Rightarrow a=5$

№25. $y=8^b$, где $b=\left[0,5\cdot\left(\log_3 16+\log_{\sqrt3}2\right)\right]^{-1}$

1) $\log_{\sqrt3}2=\log_{3^{\frac12}}2^1=\frac{1}{\frac12}\log_3 2=2\cdot\log_3 2;$ 2) $\log_3 16=\log_3 2^4=4\log_3 2$

3) $2\log_3 2+4\log_3 2=6\log_3 2;$ 4) $0,5\cdot 6\cdot\log_3 2=3\log_3 2$

5) $\left(3\cdot\log_3 2\right)^{-1}=\frac13\log_2 3;$ 6) $y=8^{\frac13\log_2 3}=2^{3\cdot\frac13\log_2 3}=3$

№26. Вычислить M и N, если $M=3^{4\log_9\sin\frac{8\pi}{3}}$; $N=5^{3\log_{\sqrt5}tg\frac{5\pi}{4}}$. В ответ- меньшее число.

1) $\sin\frac{8\pi}{3}=\sin\left(3\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt3}{2}$

$4\log_9\frac{\sqrt3}{2}=4\cdot\log_{3^2}\frac{\sqrt3}{2}=2\log_3\frac{\sqrt3}{2}=\log_3\frac34;\quad M=3^{\log_3\frac34}=\frac34$

2) $tg\frac{5\pi}{4}=tg\left(\pi+\frac{\pi}{4}\right)=tg\frac{\pi}{4}=1;\quad N=5^{3\log_{\sqrt5}1}=1;\quad \frac34<1.$ Ответ: 0,75.

№27. $A-?,B-?$

$A=\log_{0,25}\sqrt[3]{4\cos^2\frac{19\pi}{4}+6tg\frac{9\pi}{4}};\quad B=\log_{\sqrt[9]{2}}\sqrt[20]{\sin\frac{17\pi}{6}}$

В ответ- большее число.

1) $\cos^2\frac{19\pi}{4}=\cos^2\left(4\pi+\frac{3\pi}{4}\right)=\cos^2\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\cos^2\frac{\pi}{4}=\frac12$

$tg\frac{9\pi}{4}=tg\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)=tg\frac{\pi}{4}=1;\quad A=\log_{\frac14}\sqrt[3]{4\cdot\frac12+6}=\log_{\frac14}\sqrt[3]{8}=\log_{2^{-2}}2=-\frac12=-\frac{10}{20}$

2) $\sin\frac{17\pi}{6}=\sin\left(3\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\frac12;\quad B=\log_{2^{\frac19}}\left(\frac12\right)^{\frac{1}{20}}=-\frac{1}{20}:\frac19=-\frac{9}{20};$

3) $-\frac{10}{20}<-\frac{9}{20}$ Ответ: -0,45.

№28. $\frac{\log_2 56}{\log_{224}2}-\frac{\log_2 448}{\log_{28}2}=\log_2(7\cdot8)\cdot\log_2\left(7\cdot2^5\right)-\log_2\left(7\cdot2^6\right)\cdot\log_2\left(7\cdot2^2\right)=$

$=(\log_2 7+3)(\log_2 7+5)-(\log_2 7+6)(\log_2 7+2)=$

$=\log_2^2 7+8\log_2 7+15-\log_2^2 7-8\log_2 7-12=3$

№29. $\log_3 12-\log_3 7\cdot\log_5 4\cdot\log_7 5=\log_3 3+\log_3 4-\log_3 7\cdot\frac{\log_3 4}{\log_3 5}\cdot\frac{\log_3 5}{\log_3 7}=1$

№30. $\log_3 36-\log_3 6\cdot\log_{13}4\cdot\log_6 13=2\log_3 2\cdot3-\log_3 6\cdot\log_6 13\cdot\log_{13}4=2\log_3 6-\log_3 4=$

$=\log_3\frac{36}{4}=\log_3 9=2$

№31. $\frac{\log_3 5\cdot\log_5 8}{\log_7 5\cdot\log_5 2\cdot\log_3 7}+2=\frac{\log_3 8}{\log_3 7\cdot\log_7 5\cdot\log_5 2}+2=\frac{\log_3 8}{\log_3 2}+2=\log_2 8+2=3+2=5$

№32. $2-\log_4 5\left(\frac{\log_5 4}{\log_4 8}+\frac{2\log_8 4}{\log_4 5}\right)=2-\frac{1}{\log_4 8}-2\log_8 4=$

$=2-\log_8 4-2\log_8 4=2-\log_8 4-2\log_8 4=2-3\frac{\log_2 4}{\log_2 8}=2-3\cdot\frac23=0$

№33. $\left(\frac{\log_6 3}{\log_5 7}+\frac{\log_7 5}{\log_3 6}\right)\log_5 7+\log_6 24=$

$=\log_6 3+\frac{1}{\log_3 6}+\log_6 24=\log_6 3+\log_6 3+\log_6 24=\log_6 9\cdot24=\log_6 6^3=3$

№34. $\log_6 8\left(\frac{2\log_3 5}{\log_6 8}-\frac{\log_8 6}{\log_5 3}\right)-\log_3 225=$

$=2\log_3 5-\frac{1}{\log_5 3}-\log_9 225=\log_3 5-\log_3 15=\log_3 5-\log_3 5-1=-1$

№35. $\frac{\log_7^2 14+(\log_7 14)\cdot(\log_7 2)-2\log_7^2 2}{\log_7 14+2\log_7 2}=1$

1) $\log_7 14+2\log_7 2=\log_7 7+\log_7 2+2\log_7 2=1+2\log_7 2$

2) $(\log_7 2\cdot 7)^2=(\log_7 2+1)^2=\log_7^2 2+2\log_7 2+1$

3) $\log_7^2 2+2\log_7 2+1+(\log_7 17+\log_7 2)\log_7 2-2\log_7^2 2=$

$=-\log_7^2 2+2\log_7 2+1+\log_7 2+\log_7^2 2=1+3\log_7 2$

4) $\frac{1+3\log_7 2}{1+3\log_7 2}=1$

№36. $(\log_5 2+\log_2 5+2)(\log_5 2-\lg 2)\cdot\log_2 5-\log_5 50=$

$=\left(\frac{1+\log_2^2 5+2\log_2 5}{\log_2 5}\right)\left(\frac{1}{\log_2 5}-\frac{\log_2 2}{\log_2 10}\right)\log_2 5-\log_5 50=$

$=\frac{(\log_2 5+1)^2}{\log_2 5}\cdot\log_2 5\cdot\frac{\log_2 10-\log_2 5}{\log_2 5\cdot\log_2 10}-\log_5(5\cdot 10)=$

$=\frac{(\log_2 5+1)^2}{(\log_2 5+1)\log_2 5}-\log_2 5-\log_5 2\cdot 5=1+\frac{1}{\log_2 5}-1-\log_5 2-1=-1$

№37. $\frac{\log_5^2 15-\log_5^3 3+2\log_5 15+2\log_5 3}{\log_5 15+\log_5 3}=\frac{(\log_5 15-\log_5 3)(\log_5 15+\log_5 3)+2(\log_5 15+\log_5 3)}{\log_5 15+\log_5 3}=$

$=\log_5\frac{15}{3}+2=1+2=3$

№38. $\frac{\sqrt{\log_2 48-4\sqrt{\log_2 3}}-3}{\sqrt{\log_2 6+2\sqrt{\log_2 3}}}-1=\frac{\sqrt{\log_2 16\cdot 3-4\sqrt{\log_2 3}}-3}{\sqrt{\log_2 2\cdot 3+2\sqrt{\log_2 3}}}-2=\frac{\sqrt{4-4\sqrt{\log_2 3}+\log_2 3-3}}{\sqrt{\log_2 3+2\sqrt{\log_2 3}+1}}-2=$

$=\frac{\sqrt{\left(2-\sqrt{\log_2 3}\right)^2}-3}{\sqrt{(\log_2 3+1)^2}}-2=\frac{2-\sqrt{\log_2 3}-3}{\log_2 3+1}-2=-1-2=-3$

№39. $\sqrt{4\log_2 10-12\sqrt{\log_2 5}+5}-\sqrt{4\log_2 10-4\sqrt{\log_2 5}-3}=$

$=\sqrt{4+4\log_2 5+5-12\sqrt{\log_2 5}}-\sqrt{4+4\log_2 5-4\sqrt{\log_2 5}-3}=$

$=\sqrt{\left(3-2\sqrt{\log_2 5}\right)^2}-\sqrt{\left(2\sqrt{\log_2 5}-1\right)^2}=2\sqrt{\log_2 5}-3-2\sqrt{\log_2 5}+1=-2$

№40. $\dfrac{\log_8 24+\log_3 24}{\log_3\sqrt{24}\cdot\log_8 24}=\dfrac{\log_8(8\cdot3)+\log_3(8\cdot3)}{\log_3(8\cdot3)^{\frac{1}{2}}\cdot\log_8(3\cdot8)}=\dfrac{1+\log_8 3+1+\log_3 8}{\frac{1}{2}(\log_3 8+1)(\log_8 3+1)}=$

$=\dfrac{2+\dfrac{\log_3 3}{\log_3 8}+\log_3 8}{\frac{1}{2}(\log_3 8+1)\left(\dfrac{1}{\log_3 8}+1\right)}=\dfrac{\log_3^2 8+2\log_3 8+1}{\log_3 8\cdot\frac{1}{2}\cdot(\log_3 8+1)(1+\log_3 8)\cdot\dfrac{1}{\log_3 8}}=$

$=\dfrac{(\log_3 8+1)^2}{\frac{1}{2}(\log_3 8+1)^2}=2$

№41. $\dfrac{\log_3 74}{\log_{225} 74}-2\log_3 5=\dfrac{\log_3 74}{\log_{15^2} 74}-2\log_3 5=\dfrac{\log_3 74}{\frac{1}{2}\log_{15} 74}-2\log_3 5=$

$=2\dfrac{\log_{74}15}{\log_{74}3}-2\log_3 5=2(\log_3 15-\log_3 5)=2\log_3\dfrac{15}{5}=2$

№42. $\dfrac{\log_3 324}{\log_{135} 3}-\dfrac{\log_3 405}{\log_{108} 3}+\log_3(2,4)=\dfrac{\log_3 2^2\cdot3^4}{\dfrac{1}{\log_3 135}}-\dfrac{\log_3 5\cdot3^4}{\dfrac{1}{\log_3 108}}+\log_3(2,4)=$

$=(\log_3 2^2+\log_3 3^4)\log_3 5\cdot27-(\log_3 5+\log_3 3^4)\log_3 2^2\cdot3^3+\log_3(2,4)=$

$=(2\log_3 2+4)(\log_3 5+3)-(\log_3 5+4)(2\log_3 2+3)+\log_3(2,4)=$

$=2\log_3 2\cdot\log_3 5+6\log_3 2+4\log_3 5+12-2\log_3 2\cdot\log_3 5-3\log_3 5-8\log_3 2-12+\log_3 2,4=$

$=\log_3 5-2\log_3 2+\log_3 2,4=\log_3 12-\log_3 4=\log_3\dfrac{12}{4}=\log_3 3=1$

№43. $\left(\dfrac{\log_2 12\cdot\log_4 8}{\log_7 3}+\dfrac{\log_3 7\cdot\log_2 12}{\log_8 4}+\dfrac{\log_4 8\cdot\log_3 7}{\log_{12} 2}\right)\cdot\dfrac{\log_7 3}{\log_2 12}-\log_{16} 64=3$

1) Учитывая, что $\log_2 12=\dfrac{1}{\log_{12} 2}$, $\log_4 8=\dfrac{1}{\log_8 4}$ и $\log_3 7=\dfrac{1}{\log_7 3}$ получим

$\dfrac{3\cdot\log_2 12\cdot\log_4 8}{\log_7 3}\cdot\dfrac{\log_7 3}{\log_2 12}=3\cdot\dfrac{\log_2 8}{\log_2 4}=\dfrac{3\cdot3}{2}=\dfrac{9}{2}$

2) $\log_{16} 64=\log_{2^4} 2^6=\dfrac{6}{4}=\dfrac{3}{2}$; 3) $\dfrac{9}{2}-\dfrac{3}{2}=\dfrac{6}{2}=3$

№44. $\dfrac{\log_2 12+\dfrac{1}{\log_{12} 2}}{\log_7 4}\cdot\log_7 2-\log_2 6=\dfrac{\log_2 12+\log_2 12}{2\log_7 2}\cdot\log_7 2-\log_2 6=$

$=\dfrac{2\log_2 2\cdot6}{2}-\log_2 6=1+\log_2 6-\log_2 6=1$

№45. $\left(\dfrac{2\cdot\log_6 9}{\log_4 5}-\dfrac{\log_5 4}{\log_9 6}\right)\cdot\dfrac{1}{\log_5 4}+2\cdot\log_6 2=\dfrac{2\log_6 9\cdot\log_5 4-\log_6 9\cdot\log_5 4}{\log_5 4}+2\log_6 2=$

$=\dfrac{\log_6 9\cdot\log_5 4}{\log_5 4}+2\log_6 2=\log_6 9+\log_6 4=\log_6 36=2$

№46. $\log_{abc} x - ?,$ если $\log_a x = 2,\ \log_b x = 3,\ \log_c x = 6$

$$\log_{abc} x = \frac{1}{\log_x abc} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x}} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{6}{3+2+1} = 1$$

№47. $\log_c x - ?,$ если $\log_a x = \frac{1}{2},\ \log_b x = \frac{1}{4},\ \log_{abc} x = 1$

$$\log_{abc} x = \frac{1}{\log_x abc} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b + \log_x c}$$

$$1 = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x}};\quad 1 = \frac{1}{2 + 4 + \log_x c};\quad 6 + \log_x c = 1;\quad \log_x c = -5;\quad \log_c x = -0,2$$

№48. $\left(\log_{\frac{a}{b}} c + \log_{ab} c\right) \cdot \left(\log_c^2 b - \log_c^2 a\right) + \left(\log_b \sqrt{c}\right)^{-1} = ?,$ если $a = 0,15;\ b = 1,2;\ c = 4$

$$\left(\frac{\log_c c}{\log_c \frac{a}{b}} + \frac{\log_c c}{\log_c ab}\right) \cdot \left(\log_c b - \log_c a\right)\left(\log_c b + \log_c a\right) + \frac{1}{\log_b \sqrt{c}} =$$

$$= \left(\frac{1}{\log_c \frac{a}{b}} + \frac{1}{\log_c ab}\right) \cdot \log_c \frac{b}{a} \cdot \log_c ba + \frac{1}{\frac{\log_c \sqrt{c}}{\log_c b}} =$$

$$= -\frac{\log_c ab + \log_c \frac{a}{b}}{\log_c \frac{a}{b} \cdot \log ab} \cdot \log_c \frac{a}{b} \cdot \log_c ba + \frac{\log_c b}{\frac{1}{2}} = -\log_c \frac{ab \cdot a}{b} + 2\log_c b =$$

$$= -2\log_c a + 2\log_c b = 2\left(\log_c b - \log_c a\right) = 2\log_c \frac{b}{a} = 2 \cdot \log_4 \frac{1,2}{0,15} = 2\log_{2^2} 2^3 = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$$

№49. $a^{\left(\log_{a^2} b^3 + \frac{3}{\log_c a^2} + 3 \cdot \log_c (bc) \cdot \log_a \sqrt{c}\right)} = ?$ и вычислить, если $a = 11,\ b = \sqrt[6]{3},\ c = \sqrt[6]{12}$

1) $\log_{a^2} b^3 = \frac{3}{2}\log_a b$

2) $\frac{3}{\log_c a^2} = \frac{3}{\frac{\log_a a^2}{\log_a c}} = \frac{3\log_a c}{2} = \frac{3}{2}\log_a c$

3) $3 \cdot \log_c (bc) \cdot \log_a \sqrt{c} = 3 \cdot \frac{\log_a bc}{\log_a c} \cdot \frac{1}{2}\log_a c = \frac{3}{2}\log_a bc = \frac{3}{2}\log_a b + \frac{3}{2}\log_a c$

4) $\frac{3}{2}\log_a b + \frac{3}{2}\log_a c + \frac{3}{2}\log_a b + \frac{3}{2}\log_a c = 3\log_a b + 3\log_a c = 3\log_a bc$

5) $a^{3\log_a bc} = a^{\log_a (bc)^3} = (bc)^3 = \left(\sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[6]{12}\right)^3 = \left(\sqrt[6]{36}\right)^3 = \sqrt{36} = 6$

№50. $$\frac{\log_a^2(bc)-\left(\dfrac{\log_a b^2}{\log_c a}+2\log_a^2 c\right)}{\log_a b-\log_a c}=?,\ \text{если } a=3,\ b=2{,}5,\ c=3{,}6$$

1) $\dfrac{\log_a b^2}{\log_c a}=\dfrac{\log_a b^2}{\dfrac{\log_a a}{\log_a c}}=\log_a b^2\cdot\log_a c$

2) $2\log_a^2 c+\log_a b^2\cdot\log_a c=\log_a c\left(2\log_a c+\log_a b^2\right)=\log_a c\left(\log_a c^2+\log_a b^2\right)=$

$=\log_a c\cdot\log_a c^2b^2=\log_a c\cdot\log_a(cb)^2=2\log_a c\cdot\log_a cb$

3) $\log_a^2(cb)-2\log_a c\cdot\log_a(cb)=\log_a(cb)\cdot\left(\log_a(bc)-\log_a c^2\right)=$

$=\log_a(cb)\cdot\log_a\dfrac{bc}{c^2}=\log_a(cb)\cdot\log_a\dfrac{b}{c}$

4) $\dfrac{\log_a(cb)\cdot\log_a\frac{b}{c}}{\log_a\frac{b}{c}}=\log_a(cb)$; 5) $\log_3(3{,}6\cdot2{,}5)=\log_3 9=2$

№51. $\log_{a\sqrt{b}}\dfrac{\sqrt{b}}{a^2}+\log_{b\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\right)+\dfrac{1}{4}\log_{\sqrt{a}}a^2$, если $\log_{\frac{a}{b}}(ab)=3$

1) $\log_{a\sqrt{b}}\dfrac{\sqrt{b}}{a^2}=\log_{a\sqrt{b}}\sqrt{b}-\log_{a\sqrt{b}}a^2=\dfrac{\log_b\sqrt{b}}{\log_b a\sqrt{b}}-\dfrac{\log_a a^2}{\log_a a\sqrt{b}}=\dfrac{1}{2\left(\log_b a+\frac{1}{2}\right)}-\dfrac{2}{\left(1+\frac{1}{2}\log_a b\right)}=$

$=\dfrac{1}{2\log_b a+1}-\dfrac{2\cdot2}{2+\log_a b}=\dfrac{1}{2\cdot\dfrac{1}{\log_a b}+1}-\dfrac{4}{2+\log_a b}=\dfrac{\log_a b}{2+\log_a b}-\dfrac{4}{2+\log_a b}=\dfrac{\log_a b-4}{\log_a b+2}=$

$=\dfrac{\frac{1}{2}-4}{\frac{1}{2}+2}=-\dfrac{7}{2}:\dfrac{5}{2}=-\dfrac{7}{5}=-1{,}4$

2) $\log_{b\sqrt{a}}\left(a\sqrt{b}\right)=\log_{b\sqrt{a}}a+\log_{b\sqrt{a}}\sqrt{b}=\dfrac{\log_a a}{\log_a b\sqrt{a}}+\dfrac{\log_b\sqrt{b}}{\log_b b\sqrt{a}}=\dfrac{1}{\log_a b+\frac{1}{2}}+\dfrac{1}{2\left(1+\frac{1}{2}\log_b a\right)}=$

$=\dfrac{2}{2\log_a b+1}+\dfrac{1}{2+\log_b a}=\dfrac{2}{2\log_a b+1}+\dfrac{\log_a b}{2\log_a b+1}=\dfrac{2+\log_a b}{2\log_a b+1}=\dfrac{2+\frac{1}{2}}{2\cdot\frac{1}{2}+1}=\dfrac{2{,}5}{2}$

3) $\log_{\frac{a}{b}}(ab)=\dfrac{\log_a ab}{\log_a\frac{a}{b}}=\dfrac{1+\log_a b}{1-\log_a b}$

$\dfrac{1+\log_a b}{1-\log_a b}=3;\ 1+\log_a b=3-3\log_a b;\ \ 4\log_a b=2;\ \ \log_a b=\dfrac{1}{2}$

4) $-1{,}4+1{,}25+1=0{,}85$

№52. $3\cdot\log_{\frac{a^3}{b}}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}+\log_{\frac{a^3}{b}}b$, если $\log_{ab}\frac{a}{b}=-\frac{1}{3}$

1) $\dfrac{\log_a\frac{a}{b}}{\log_a ab}=\dfrac{\log_a a-\log_a b}{\log_a a+\log_a b}=\dfrac{1-\log_a b}{a+\log_a b}$

$\dfrac{1-\log_a b}{a+\log_a b}=-\dfrac{1}{3};\quad -3+3\log_a b=1+\log_a b;\quad 2\log_a b=4;\quad \log_a b=2$

2) $\log_{\frac{a^3}{b}}\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}\right)^3\cdot b=\dfrac{\log_a a^{\frac{3}{2}}}{\log_a\frac{a^3}{b}}=\dfrac{3}{2\left(\log_a a^3-\log_a b\right)}=\dfrac{3}{2(3-2)}=\dfrac{3}{2}=1{,}5$

№53. $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{b}}+\frac{1}{4}\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\left(b\sqrt{a}\right)=?$, если $\log_{\sqrt{ab}}\left(\frac{a}{b}\right)^2=-\frac{4}{3}.$

1) $\log_{(ab)^{\frac{1}{2}}}\left(\dfrac{a}{b}\right)^2=2:\dfrac{1}{2}\log_{ab}\dfrac{a}{b}=4\cdot\dfrac{\log_a\frac{a}{b}}{\log_a ab}=4\cdot\dfrac{\log_a a-\log_a b}{\log_a a+\log_a b}=4\cdot\dfrac{1-\log_a b}{1+\log_a b}$

$4\cdot\dfrac{1-\log_a b}{1+\log_a b}=-\dfrac{4}{3};\quad -3+3\log_a b=1+\log_a b;\quad 2\log_a b=4;\quad \log_a b=2$

2) $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{b}}+\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\left(b\sqrt{a}\right)^{\frac{1}{4}}=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\dfrac{\sqrt{a}\cdot\sqrt[4]{b}\cdot a^{\frac{1}{8}}}{\sqrt[4]{b}}=\dfrac{\log_a a^{\frac{5}{8}}}{\log_a\frac{\sqrt{b}}{a^2}}=$

$=\dfrac{5}{8\left(\log_a\sqrt{b}-\log_a a^2\right)}=\dfrac{5}{8\left(\frac{1}{2}\cdot 2-2\right)}=-\dfrac{5}{8}=-0{,}625$

✓ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1. *Логарифм - это показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b.*

$$a^c = b \Leftrightarrow c = \log_a b$$

$$b > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$$

2. *Основное логарифмическое тождество:* $a^{\log_a b} = b,\quad b > 0$

3. $\log_a a = 1$

4. $\log_a 1 = 0$

5. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y;\ \ x > 0,\ y > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

6. $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|;\ \ x \neq 0,\ y \neq 0,\ xy > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

7. $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y;\ \ x > 0,\ y > 0,\ \ a > 0,\ a \neq 1$

8. $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a |x| - \log_a |y|;\ \ x \neq 0,\ y \neq 0,\ xy > 0\ \ \ a > 0,\ a \neq 1$

9. $\log_a \left(x^k\right) = k \log_a x\,;\ \ x > 0,\ \ a > 0,\ \ a \neq 1$

10. $\log_a \left(x^{2k}\right) = 2k \log_a |x|;\ \ x \neq 0,\ \ a > 0,\ \ a \neq 1$

11. $\log_{a^m} x^n = \dfrac{n}{m} \log_a x;\ \ x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$

12. *Формула перехода к новому основанию* $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ *или* $\log_c b = \log_c a \cdot \log_a b$

$$a > 0,\ b > 0,\ c > 0\ \ a \neq 1,\ c \neq 1$$

13. $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a};\qquad a > 0,\ \ b > 0,\ \ a \neq 1,\ \ b \neq 1$

14. $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}\ \ ;\qquad a > 0,\ b > 0,\ c > 0\,,\ b \neq 1$