



- Тематические курсы/Уравнения/ Показательные/ Уравнения повышенной сложности
- Алгебра 11 / Показательные уравнения
- ЕГЭ Профиль/ Задание 17

## Показательные уравнения с параметром

1. Показательные уравнения, сводящиеся к квадратным
2. Введение квадратичной функции для исследования количества корней уравнения
3. Использование свойств функций при решении комбинированных уравнений

## 1. Показательные уравнения, сводящиеся к квадратным

### ■ Примеры

№1. Найти все значения параметра  $m$ , при которых уравнение  $64^x - (2m - 9)8^x + m^2 - 9m + 20 = 0$  не имеет решения.

---

№2. При каком значении  $a$  уравнение  $25^x + (3a - 1) \cdot 5^x + 2a^2 - 2 = 0$  имеет единственное решение?

---

№3. При каких значениях  $a$  уравнение  $4^x - 2^{x+2} + 4a - a^2 = 0$  имеет два решения?

---

№4. При каких значениях  $a$  корни  $x_1$  и  $x_2$  уравнения  $9^x - (2a + 4) \cdot 3^x + 4a + a^2 = 0$  удовлетворяют условию  $x_1 < 3 < x_2$ ?

---

№5. Найдите все значения параметра, для каждого из которых уравнение  $4^x + (a - 6) \cdot 2^x = (2 + 3|a|) \cdot 2^x + (a - 6) \cdot (2 + 3|a|)$  имеет единственное решение.

---

№6. Найти все значения  $p$ , при которых уравнение  $(p - 4)9^x + (p + 1)3^x + 2p - 1 = 0$  не имеет решений?

▪ **Тест** 1. Показательные уравнения, сводящиеся к квадратным

**Вариант 1**

№1. Найти все значения параметра  $m$ , при которых уравнение  $36^x - (2m - 5)6^x + m^2 - 5m + 4 = 0$  не имеет решения.

№2. При каких значениях  $a$  уравнение  $4^x - (a + 3)2^x + 4a - 4 = 0$  имеет единственный корень?

№3. При каком значении  $a$  уравнение  $4^x + 2(a - 2) \cdot 2^x - 3a^2 + 8a - 5 = 0$  имеет два различных корня?

№4. При каких значениях  $a$  корни уравнения  $16^x - 3 \cdot 4^{x+1/2} + 6a - a^2 = 0$  различны и положительны?

**Вариант 2**

№1. Найти все значения параметра  $m$ , при которых уравнение  $4^x - (2m - 9)2^x + m^2 - 9m + 20 = 0$  не имеет решения.

№2. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $(a - 1) \cdot 4^x + (2a - 3) \cdot 6^x = (3a - 4) \cdot 9^x$  имеет единственное решение.

№3. При каких значениях  $a$  уравнение  $9^x - 3^{x+1} + 3a - a^2 = 0$  имеет два решения.

№4. Найдите все значения параметра, для каждого из которых уравнение  $25^x - (a + 6) \cdot 5^x = (5 + 3|a|) \cdot 5^x - (a + 6) \cdot (3|a| + 5)$  имеет единственное решение.

▪ **Ответы (тест)** 1. Показательные уравнения, сводящиеся к квадратным

	№1	№2	№3	№4
Вар.1	$m \leq 1$	$(-\infty; 1] \cup \{5\}$	$(1; 1,5) \cup \left(1,5; \frac{5}{3}\right)$	$(1; 3) \cup (3; 5)$
Вар.2	$m \leq 4$	$(-\infty; 1] \cup \{5/4\} \cup [4/3; \infty)$	$(0; 1,5) \cup (1,5; 3)$	$a = -\frac{1}{4}; a = \frac{1}{2}; a \leq -6$

## 2. Введение квадратичной функции для исследования количества корней уравнения

### Примеры

№1. Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $4^x + (a^2 + 5) \cdot 2^x + 9 - a^2 = 0$  не имеет решений.

№2. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{7a}{a-5} \cdot 2^{|x|} = 4^{|x|} + \frac{12a+17}{a-5}$  имеет ровно два различных корня.

№3. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{4^{-x^2} - a \cdot 2^{1-x^2} + a}{2^{1-x^2} - 1} = 3$  имеет хотя бы одно решение.

### Тест

#### 2. Введение квадратичной функции для исследования количества корней уравнения

№1. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\frac{5a}{a-3} \cdot 7^{|x|} = 49^{|x|} + \frac{6a+7}{a-3}$  имеет ровно два различных корня.

№2. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $(4+a) \cdot 3^x - (11+3a) \cdot 3^{0,5x} + 2a+7 = 0$  имеет  $a^2 + 8a + 17$  корней. Решите уравнение при этих значениях  $a$

№3. При каких значениях параметра  $a$  уравнения  $4^{x+1} + 2^{x+4} = 2^{x+2} + 16$  и  $|a-9| \cdot 3^{x-2} + a \cdot 9^{x-1} = 1$  равносильны?

### Ответы (тест)

#### 2. Введение квадратичной функции для исследования количества корней уравнения

№1	№2	№3
$-42; (-2; 3)$	$a = -4, x = 0$ $a = 5, x = 0$ и $x = 2$	$\{-9\} \cup [0; 9]$

### 3. Использование свойств функций при решении комбинированных уравнений

#### Примеры

№1. При каких значениях  $a$  уравнение  $\frac{x^2 - 5x + 6}{4^{3x-a} - 4^{2a-x}} = 0$  имеет единственное решение?

№2. Найти все значения  $a$ , при которых уравнение  $\frac{3^{x^2+1} - 3^{2-\sqrt{x}}}{a} = 3^{x^2} + 2 \cdot 3^{-\sqrt{x}}$  имеет решение.

№3. Найти все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $2^{\frac{1}{x}} = \frac{2a-1}{a^2-1}$  имеет решение.

№4. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $2^x - a = \sqrt{4^x - a}$  имеет единственный корень.

№5. При каких значениях  $a$  уравнение  $2\sqrt{x^3 \cdot 2^x - a} + \frac{2a-1}{\sqrt{x^3 \cdot 2^x - a}} = 1$  имеет ровно два различных корня? Найдите все возможные значения  $a$ .

№6. При каких  $a$  совместна система уравнений  $\begin{cases} \cos^2 x - 2 = 4a - 3^{1+\sqrt{y}} \\ 3^{2+\sqrt{y}} - 6 = 5a + 4\cos^2 x \end{cases}$ .

#### Тест

#### 3. Использование свойств функций при решении комбинированных уравнений

№1. При каких значениях  $a$  уравнение  $\frac{x^2 - 8x + 15}{2^{3x-a} - 2^{a+2x}} = 0$  имеет единственное решение?

№2. Найти все значения  $a$ , при которых уравнение  $2^{2-x^2} = 1 + a(2^{-x^2} - 3)$  имеет решение.

№3. При каких значениях  $a$  найдутся такие  $b$ , что числа  $4 + 25^b, a, 5^{-b}$  будут являться членами геометрической прогрессии?

№4. При каких  $a$  совместна система уравнений  $\begin{cases} 6 \cdot 2^{x^2} + 2 = 4a - \sin y \\ 5 \sin y + 10 = a + 2^{3+x^2} \end{cases}$  ?

▪ **Ответы (тест)**      3. Использование свойств функций при решении  
комбинированных уравнений

№1	№2	№3	№4
1,5 и 2,5	$[-1,5; 1/3)$	$ a  \geq 2$	$[2; 3]$