



- Тематические курсы/Уравнения/ Показательные/ Уравнения повышенной сложности
- Алгебра 11 / Показательные уравнения

Показательные уравнения с параметром

1. Показательные уравнения, сводящиеся к квадратным
2. Введение квадратичной функции для исследования количества корней уравнения
3. Использование свойств функций при решении комбинированных уравнений

1. Показательные уравнения, сводящиеся к квадратным

▪ Примеры

- №1. Найти все значения параметра m , при которых уравнение $64^x - (2m - 9)8^x + m^2 - 9m + 20 = 0$ не имеет решения.
-
- №2. При каком значении a уравнение $25^x + (3a - 1) \cdot 5^x + 2a^2 - 2 = 0$ имеет единственное решение?
-
- №3. При каких значениях a уравнение $4^x - 2^{x+2} + 4a - a^2 = 0$ имеет два решения?
-
- №4. При каких значениях a корни x_1 и x_2 уравнения $9^x - (2a + 4) \cdot 3^x + 4a + a^2 = 0$ удовлетворяют условию $x_1 < 3 < x_2$?
-
- №5. Найдите все значения параметра, для каждого из которых уравнение $4^x + (a - 6) \cdot 2^x = (2 + 3|a|) \cdot 2^x + (a - 6) \cdot (2 + 3|a|)$ имеет единственное решение.
-
- №6. Найти все значения p , при которых уравнение $(p - 4)9^x + (p + 1)3^x + 2p - 1 = 0$ не имеет решений?
-
- №7. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $(a - 1) \cdot 49^x + (3a - 23) \cdot 14^x = (4a - 24) \cdot 4^x$ имеет единственный корень.

▪ **Тест** 1. Показательные уравнения, сводящиеся к квадратным

Вариант 1

№1. Найти все значения параметра m , при которых уравнение $36^x - (2m - 5)6^x + m^2 - 5m + 4 = 0$ не имеет решения.

№2. При каких значениях a уравнение $4^x - (a + 3)2^x + 4a - 4 = 0$ имеет единственный корень?

№3. При каком значении a уравнение $4^x + 2(a - 2) \cdot 2^x - 3a^2 + 8a - 5 = 0$ имеет два различных корня?

№4. При каких значениях a корни уравнения $16^x - 3 \cdot 4^{x+1/2} + 6a - a^2 = 0$ различны и положительны?

№5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $(a - 1) \cdot 25^x + (2a - 14) \cdot 20^x = (3a - 15) \cdot 16^x$ имеет единственный корень.

Вариант 2

№1. Найти все значения параметра m , при которых уравнение $4^x - (2m - 9)2^x + m^2 - 9m + 20 = 0$ не имеет решения.

№2. При каких значениях параметра a уравнение $(a - 1) \cdot 4^x + (2a - 3) \cdot 6^x = (3a - 4) \cdot 9^x$ имеет единственное решение.

№3. При каких значениях a уравнение $9^x - 3^{x+1} + 3a - a^2 = 0$ имеет два решения.

№4. Найдите все значения параметра, для каждого из которых уравнение $25^x - (a + 6) \cdot 5^x = (5 + 3|a|) \cdot 5^x - (a + 6) \cdot (3|a| + 5)$ имеет единственное решение.

№5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $(a - 1) \cdot 9^x + (a - 13) \cdot 6^x = (2a - 14) \cdot 4^x$ имеет единственный корень.

▪ **Ответы (тест)** Показательные уравнения, сводящиеся к квадратным

	№1	№2	№3	№4	№5
Вар. 1	$m \leq 1$	$(-\infty; 1]; \{5\}$	$(1; 1,5); \left(1,5; \frac{5}{3}\right)$	$(1; 3); (3; 5)$	$(-\infty; 1]; \{4\}; [5; \infty)$
Вар. 2	$m \leq 4$	$(-\infty; 1]; \{5/4\}; [4/3; \infty)$	$(0; 1,5); (1,5; 3)$	$(-\infty; -6]; \left\{-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right\}$	$(-\infty; 1]; \{5\}; [7; \infty)$

2. Введение квадратичной функции для исследования количества корней уравнения

Примеры

№1. Найдите все значения a , при которых уравнение $4^x + (a^2 + 5) \cdot 2^x + 9 - a^2 = 0$ не имеет решений.

№2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{7a}{a-5} \cdot 2^{|x|} = 4^{|x|} + \frac{12a+17}{a-5}$ имеет ровно два различных корня.

№3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{4^{-x^2} - a \cdot 2^{1-x^2} + a}{2^{1-x^2} - 1} = 3$ имеет хотя бы одно решение.

Тест

2. Введение квадратичной функции для исследования количества корней уравнения

№1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{5a}{a-3} \cdot 7^{|x|} = 49^{|x|} + \frac{6a+7}{a-3}$ имеет ровно два различных корня.

№2. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $(4+a) \cdot 3^x - (11+3a) \cdot 3^{0,5x} + 2a+7 = 0$ имеет $a^2 + 8a + 17$ корней. Решите уравнение при этих значениях a

№3. При каких значениях параметра a уравнения $4^{x+1} + 2^{x+4} = 2^{x+2} + 16$ и $|a-9| \cdot 3^{x-2} + a \cdot 9^{x-1} = 1$ равносильны?

Ответы (тест)

2. Введение квадратичной функции для исследования количества корней уравнения

№1	№2	№3
-42; (-2; 3)	$a = -4, x = 0$ $a = 5, x = 0$ и $x = 2$	$\{-9\} \cup [0; 9]$

3. Использование свойств функций при решении комбинированных уравнений

Примеры

№1. При каких значениях a уравнение $\frac{x^2 - 5x + 6}{4^{3x-a} - 4^{2a-x}} = 0$ имеет единственное решение?

№2. Найти все значения a , при которых уравнение $\frac{3^{x^2+1} - 3^{2-\sqrt{x}}}{a} = 3^{x^2} + 2 \cdot 3^{-\sqrt{x}}$ имеет решение.

№3. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $2^{\frac{1}{x}} = \frac{2a-1}{a^2-1}$ имеет решение.

№4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $2^x - a = \sqrt{4^x - a}$ имеет единственный корень.

№5. При каких значениях a уравнение $2\sqrt{x^3 \cdot 2^x - a} + \frac{2a-1}{\sqrt{x^3 \cdot 2^x - a}} = 1$ имеет ровно два различных корня? Найдите все возможные значения a .

№6. При каких a совместна система уравнений
$$\begin{cases} \cos^2 x - 2 = 4a - 3^{1+\sqrt{y}} \\ 3^{2+\sqrt{y}} - 6 = 5a + 4 \cos^2 x \end{cases}.$$

Тест

3. Использование свойств функций при решении комбинированных уравнений

№1. При каких значениях a уравнение $\frac{x^2 - 8x + 15}{2^{3x-a} - 2^{a+2x}} = 0$ имеет единственное решение?

№2. Найти все значения a , при которых уравнение $2^{2-x^2} = 1 + a(2^{-x^2} - 3)$ имеет решение.

№3. При каких значениях a найдутся такие b , что числа $4 + 25^b, a, 5^{-b}$ будут являться членами геометрической прогрессии?

№4. При каких a совместна система уравнений
$$\begin{cases} 6 \cdot 2^{x^2} + 2 = 4a - \sin y \\ 5 \sin y + 10 = a + 2^{3+x^2} \end{cases} ?$$

▪ **Ответы (тест)** 3. Использование свойств функций при решении
комбинированных уравнений

№1	№2	№3	№4
1,5 и 2,5	$[-1,5; 1/3)$	$ a \geq 2$	$[2;3]$