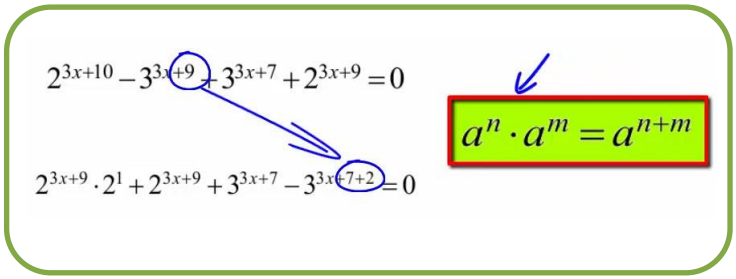
Тема: Показательные уравнения

Профиль



- Тематические курсы/Уравнения/ Показательные/ Методы решения показательных уравнений
- Алгебра 11 / Показательные уравнения
- ЕГЭ Профиль/ ***Задание №12/*** Показательные уравнения

Методы решения показательных уравнений (профиль)

1. Разложение на множители способом группировки

2. Сведение к квадратному уравнению

3. Отбор корней показательных уравнений. ЕГЭ Задание №12

1. Разложение на множители способом группировки

- ***Примеры*** Решите уравнения:

№1.

$$2^{3x+10}-3^{3x+9}+3^{3x+7}+2^{3x+9}=0$$

№2.

$$x^2\cdot 6^{x+1}+6^{|x-9|+8}=x^2\cdot 6^{|x-9|+10}+6^{x-1}$$

- ***Тест*** 1. Разложение на множители способом группировки

Вариант 1

Решите уравнения:

№1. $3^x-2\cdot 3^{x-2}-7^{x-2}-2\cdot 7^{x-3}=0$

№2. $9\cdot 2^x-2^x\cdot 3^{x+1}-144+16\cdot 3^{x+1}=0$

№3. $x^2\cdot 2^{x+1}+2^{|x-3|+2}=x^2\cdot 2^{|x-3|+4}+2^{x-1}$

№4. $26x\cdot 5^{\sqrt{x}}+5^{2\sqrt{x}+2}+25=x\cdot 5^{2\sqrt{x}+1}+5x+26\cdot 5^{\sqrt{x}+1}$

Вариант 2

Решите уравнения:

№1. $81^{x-1}-5^{2x-2}-4\cdot 9^{2x-3}=4\cdot 5^{2x-3}$

№2. $7\cdot 3^{x+1}-5^{x+2}=3^{x+4}-5^{x+3}$

№3. $x^2\cdot 4^{x+1}+4^{\sqrt{(x-7)^2}+6}=x^2\cdot 4^{\sqrt{(x-7)^2}+8}+4^{x-1}$

№4. $x^2\cdot 5^{\sqrt{5x-4}}+5^{x+2}=x^2\cdot 5^x+25\cdot 5^{\sqrt{5x-4}}$

Вариант 3

Решите уравнения:

№1. $3\cdot 5^{-(2x+2)}-2^{2-2x}+5^{-(2x+1)}-2^{-2x}=0$

№2. $2^x\cdot 3^{x+1}-6\cdot 3^x-81\cdot 2^x+162=0$

№3. $8x^2\cdot 8^{\sqrt{x+6}}+32x\cdot 8^x=x^2\cdot 8^{x+1}+4x\cdot 8^{\sqrt{x+6}+1}$

№4. $3x\cdot 2^{2\sqrt{x}+1}+6x+26\cdot 2^{\sqrt{x}}=3\cdot 2^{2\sqrt{x}+2}+12+13x\cdot 2^{\sqrt{x}}$

- ***Ответы (тест)*** 1. Разложение на множители способом группировки

	№1	№2	№3	№4
Вар.1	*4*	*1 и 4*	$\left\{\pm\frac{1}{2}\right\}\cup[3;\infty)$	*1 и 5*
Вар.2	*2*	*-1*	$\left\{\pm\frac{1}{4}\right\}\cup[7;\infty)$	*1; 4 и 5*
Вар.3	*-1,5*	*1 и 3*	*0; 3 и 4*	*2 и* $\log_2^2\frac{3}{2}$

2. Сведение к квадратному уравнению

- ***Примеры*** Решите уравнения:

№1.

$$49^{x+1}+55\cdot 7^{x+1}-56=0$$

№2.

$$4^{-x}+8=5\cdot 2^{\frac{1}{2}-x}$$

№3.

$$9^{\sqrt{x}}+9=4\cdot 3^{\sqrt{x}+\frac{1}{2}}$$

№4.

$$3^{2|x+4|}-6\cdot 3^{|x+4|}-27=0$$

- ***Тест*** 2. Сведение к квадратному уравнению

№1.

$$4^{x+2}+30\cdot 2^{x-1}-1=0$$

№2.

$$3^{2-x}+8=3^{x}$$

№3.

$$25^{\frac{1}{x}}+1=6\cdot 5^{\frac{1}{x}-\frac{1}{2}}$$

№4.

$$9^{\sqrt{x}}+3=10\cdot 3^{\sqrt{x}-\frac{1}{2}}$$

№5.

$$25^{\sqrt{x}}+125=26\cdot 5^{\frac{1}{2}+\sqrt{x}}$$

№6.

$$16\cdot 4^{-|2x+3|}+31\cdot 2^{-|2x+3|}-2=0$$

- ***Ответы (тест)*** 2. Сведение к квадратному уравнению

№1	№2	№3	№4	№5	№6
-4	*2*	± 2	*2,25*	*0,25 и 6,25*	*0,5 и -3,5*

3. Отбор корней показательных уравнений. ЕГЭ Задание №12

▪ *Примеры*

№1. а) Решите уравнения $5^{x^2-4x-1}+5^{x^2-4x}=30$;
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;3]$.

№2. а) Решите уравнение $7^{x-\frac{1}{x}}-9\cdot 7^{2-x+\frac{1}{x}}=40$;
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{2}{5};\frac{5}{2}\right]$.

№3. а) Решите уравнения $14\cdot 4^x-9\cdot 2^x+1=0$;
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4;-2]$.

№4. а) Решите уравнения $25^{x-1,5}-12\cdot 5^{x-2}+7=0$;
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left(2;\frac{8}{3}\right)$.

№5. а) Решите уравнения $8^x-9\cdot 2^{x+1}+2^{5-x}=0$;
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 2;\log_5 20]$.

№6. а) Решите уравнение $16^{x-1}-3\cdot 4^x+11=0$;
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_4 25;\sqrt{10}\right]$.

№7. а) Решите уравнение $3^{x-1}+5\cdot 3^{3-x}=14$;
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_3 14;2,5]$.

№8. а) Решите уравнение $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x^2-13x-7}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2x^2+13x+7}=2$;
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_4\frac{1}{3};\log_3 4\right]$.

▪ *Тест* 3. Отбор корней показательных уравнений. ЕГЭ Задание №12

№1. а) Решите уравнения $7^{x^2-2x}+7^{x^2-2x-1}=56$;
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;1]$.

№2. а) Решите уравнение $3^{x+\frac{1}{x}}-2\cdot 3^{3-x-\frac{1}{x}}=25$;
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{1}{3};\frac{5}{2}\right]$.

№3. а) Решите уравнения $19\cdot 4^x-5\cdot 2^{x+2}+1=0$;
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-5;-4]$.

№4. а) Решите уравнение $27^x-2\cdot 9^x-3^x+2=0$;
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0,5;2]$.

№5. а) Решите уравнения $27^x-4\cdot 3^{x+2}+3^{5-x}=0$;
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_7 4;\log_7 16]$.

№6. а) Решите уравнение $9^{x+1}-2\cdot 3^{x+2}+5=0$;
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_3\frac{3}{2};\sqrt{5}\right]$.

№7. а) Решите уравнение $0,5^{2x^2-10x+12}+0,5^{-2x^2+10x-12}=2$;
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 20;\log_5 40]$.

▪ *Ответы (тест)* 3. Отбор корней показательных уравнений. ЕГЭ Задание №12

№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
а) $1\pm\sqrt{3}$; *б)* $1-\sqrt{3}$	*а)* $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$; $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ *б)* $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$	*а)* *0 и* $-\log_2 19$; *б)* $-\log_2 19$	*а)* 0 *и* $\log_3 2$; *б)* $\log_3 2$	*а)* *1,5 и 1;* *б)* *1*	*а)* -1 *и* $\log_3\frac{5}{3}$; *б)* $\log_3\frac{5}{3}$	*а)* 2 *и* 3; *б)* 2

✓ *Уравнение вида* $a^{f(x)}=a^{g(x)}$ *называют* ***показательным****, где* $a>0,\ a\neq 1$.

$$a^{f(x)}=a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x)=g(x).$$

✓ *Свойства степеней*

$$a^0=1 \qquad a^{-1}=\frac{1}{a} \qquad a^{-n}=\frac{1}{a^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^n\cdot a^m=a^{n+m} \qquad \frac{a^n}{a^m}=a^{n-m} \qquad (a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$$

$$\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m} \qquad \sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$$

✓ *Таблица степеней*

$2^1=2$
$2^2=4$
$2^3=8$
$2^4=16$
$2^5=32$
$2^6=64$
$2^7=128$
$2^8=256$
$2^9=512$
$2^{10}=1024$

$4^1=4$
$4^2=\left(2^2\right)^2=2^4=16$
$4^3=2^6=64$
$4^4=2^8=256$
$4^5=2^{10}=1024$

$8^2=\left(2^3\right)^2=2^6=64$
$8^3=2^9=512$

$3^1=3$
$3^2=9$
$3^3=27$
$3^4=81$
$3^5=243$
$3^6=729$

$9^2=\left(3^2\right)^2=3^4=81$
$9^3=3^6=729$

$5^1=5$
$5^2=25$
$5^3=125$
$5^4=625$

$6^1=6$
$6^2=36$
$6^3=216$

$7^1=7$
$7^2=49$
$7^3=343$