Неравенства, содержащие иррациональное выражение

- ***Примеры*** Решите неравенства:

№1. $\dfrac{6^{\sqrt{x}}}{x+1}>6^{\sqrt{x}-1}$

№2. $x^2\cdot 27^{\sqrt{x}}\le 3^{3\left(\sqrt{x}+\frac{2}{3}\right)}$

№3. $2x^2\cdot 2^{\sqrt{x}}+4<x^2+8\cdot 2^{\sqrt{x}}$

№4. $4x^2+3^{\sqrt{x}+1}+x\cdot 3^{\sqrt{x}}<2x^2\cdot 3^{\sqrt{x}}+2x+6$

№5. $\dfrac{10^x-2\cdot 5^x-25\cdot 2^x+50}{\sqrt{x+3}}\ge 0$

Вариант 1

Решите неравенства:

№1. $0,3^{3\sqrt{4-x}} \geq 0,3^{5-2\sqrt{4-x}}$

№2. $\dfrac{3^{\sqrt{x}+1}}{x} > 3^{\sqrt{x}-1}$

№3. $0,125^{\sqrt{x}} \geq \dfrac{x^2}{8^{\sqrt{x}}}$

№4. $5^{\sqrt{x}} + (0,2)^{-\sqrt{x}-2} - 5^{2\sqrt{x}+1} \geq 5$

№5. $\dfrac{2 \cdot 14^x - 14 \cdot 2^x - 7^x + 7}{\sqrt{x+5}} \geq 0$

Вариант 2

Решите неравенства:

№1. $\dfrac{2^{\sqrt{x-1}}}{4x} > 2^{\sqrt{x-1}} \cdot \dfrac{1}{8}$

№2. $\dfrac{10^{\sqrt{x-1}+2}}{x+1} > 10^{\sqrt{x-1}+1}$

№3. $\dfrac{x^2}{4^{\sqrt{x}}} \leq 2^{2\left(2-\sqrt{x}\right)}$

№4. $\dfrac{x^2 - x}{2^{\sqrt{x}}} < 0,5^{\sqrt{x}-1}$

№5. $3^{2\sqrt{x}} + 3^{2\sqrt{x}-1} - 3^{2\sqrt{x}-2} \leq 11$

- ***Ответы (тест)*** Неравенства, содержащие иррациональное выражение

	№1	№2	№3	№4	№5
Вар.1	$3 \le x \le 4$	$x \in (0;9)$	$0 \le x \le 1$	$x \in [0;1]$	$(-5;-1];[1;\infty)$
Вар.2	$x \in [1;2)$	$1 \le x < 9$	$0 \le x \le 4$	$0 \le x < 2$	$0 \le x \le 1$

Справочные материалы

1. *$a^{f(x)} \vee a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \vee g(x)$, если $a > 1$, функция возрастающая; знак неравенства сохраняется.*

2. *$a^{f(x)} \vee a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \wedge g(x)$, если $0 < a < 1$, функция убывающая; знак неравенства меняется на противоположный.*

3. *$a^{f(x)} \vee b$, где $a, b > 0,\ a \ne 1$ неравенство сводится к неравенствам вида (1) или (2) с помощью основного логарифмического тождества $b = a^{\log_a b}$.*

4. *К неравенствам вида $\left(a^{f(x)} - a^{g(x)}\right) \cdot h \vee 0$ применим метод замены множителя:*

   пусть $a > 1$, тогда множитель $\left(a^{f(x)} - a^{g(x)}\right)$ можно заменить множителем $\left(f(x) - g(x)\right)$ того же знака;

   если $0 < a < 1$, то множитель $\left(a^{f(x)} - a^{g(x)}\right)$ можно заменить противоположным множителем $\left(g(x) - f(x)\right)$.

5. *Неравенства вида $f(x)^{g(x)} \vee f(x)^{h(x)}$ можно логарифмировать по основанию больше 1*

$$\lg f(x)^{g(x)} \vee \lg f(x)^{h(x)}$$
$$g(x)\lg f(x) \vee h(x)\lg f(x)$$
$$\left(g(x) - h(x)\right) \cdot \lg f(x) \vee 0$$