- ***Решение (тест 2)*** Числовые функции

## Вариант 1

**№1.** **Постройте график функции** $y=\dfrac{(x-1)(x^2+3x+2)}{x+2}$ **и исследуйте ее по графику.**

*Решение:*

$D(y):\ x\neq 2 \qquad y=x^2-1$

Функция имеет выколотую точку при $x=-2$.

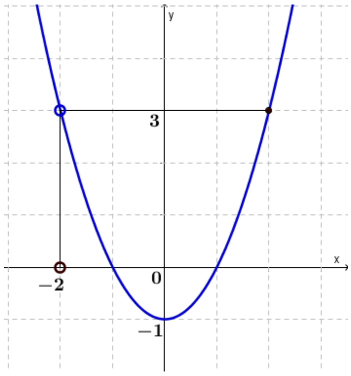
Убывает при $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;0]$;

возрастает при $x\in[0;\infty)$;

ограничена снизу, $y_{наим}=-1$ при $x=0$;

$x_{\min}=0,\ y_{\min}=-1$;

$E(y)=[-1;\infty)$.



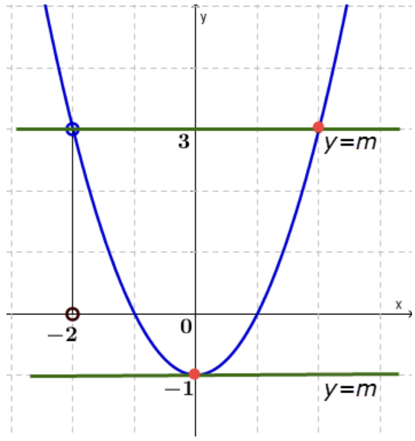

---

**№2.** **Определите, при каких значениях m прямая** $y=m$ **имеет с графиком** $y=\dfrac{(x-1)(x^2+3x+2)}{x+2}$ **ровно одну общую точку.**

*Решение:*

При *m=-1* и *m=3* прямая $y=m$ имеет с графиком функции

$y=\dfrac{(x-1)(x^2+3x+2)}{x+2}$ ровно одну общую точку.




*Ответ: -1 и 3.*

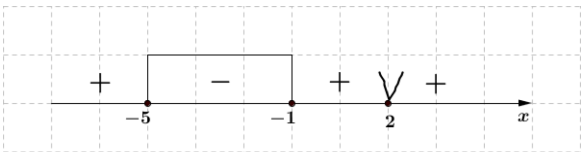
---

**№3.** **Найти область определения функции** $y=\sqrt{\dfrac{(x-2)^2(x^2+6x+5)}{3x-5-2x^2}}$.

$$D(y):\ \frac{(x-2)^2(x^2+6x+5)}{3x-5-2x^2}\geq 0$$

$$\frac{(x-2)^2(x+5)(x+1)}{2x^2-3x+5}\leq 0 \quad \Bigg|\cdot(2x^2-3x+5)>0 \quad D<0$$

$$(x-2)^2(x+5)(x+1)\leq 0$$




$x\in[-5;-1]\cup\{2\}$

*Ответ:* $[-5;-1]\cup\{2\}$.

**№4. Найдите множество целых значений функции** $y=\sqrt{8,5+\sqrt{63+2x-x^2}}$ .

$$y=\sqrt{8,5+\sqrt{-x^2+2x+63}}$$
$$y=\sqrt{8,5+\sqrt{-(x-1)^2+64}}$$
$$-(x-1)^2\le 0$$
$$0\le-(x-1)^2+64\le 64$$
$$0\le\sqrt{-(x-1)^2+64}\le 8$$
$$8,5\le 8,5+\sqrt{-(x-1)^2+64}\le 16,5$$
$$\sqrt{8,5}\le\sqrt{8,5+\sqrt{-(x-1)^2+64}}\le\sqrt{16,5}$$
$$E(y)=\left[\sqrt{8,5};\sqrt{16,5}\right]$$

Целые значения из $E(y)=\{3;4\}$ .

*Ответ: 3 и 4.*

---

**№5. Известно, что функция** $y=f(x)$ **возрастает на** $\mathbb{R}$ **. Решите неравенство:**

$$f\left(\frac{6x^2+x+9}{x^2+3}\right)\le f(5).$$

*Решение:* Т.к. функция возрастающая, то большему значению функции соответствует большее значение аргумента.

$$\frac{6x^2+x+9}{x^2+3}\le 5\ \Big|\cdot\left(x^2+3\right)>0$$

$x^2+x-6\le 0,\quad (x-2)(x+3)\le 0,\quad \underline{-3\le x\le 2}$

*Ответ:* $[-3;2]$.

---

**№6. Решите уравнение** $\sqrt{x+1}=11-x$.

*Решение:*

$f(x)=\sqrt{x+1}$ возрастающая функция при $x\ge-1$.

$g(x)=11-x$ убывающая функция. Тогда уравнение не может иметь более одного корня. Пусть $x=8$, тогда

$\sqrt{8+1}=11-8$
$3=3$
, верно. Значит, $x=8$ корень уравнения.

*Ответ:8.*

## Вариант 2

**№1.** **Постройте график функции** $y=\dfrac{(x-2)(x^2-5x+4)}{x-4}$ **и исследуйте ее по графику.**

*Решение:*

$D(y):\ x\neq 4 \qquad y=x^2-3x+2$

Функция имеет выколотую точку при $x=4$.

Убывает при $x\in(-\infty;1,5]$;

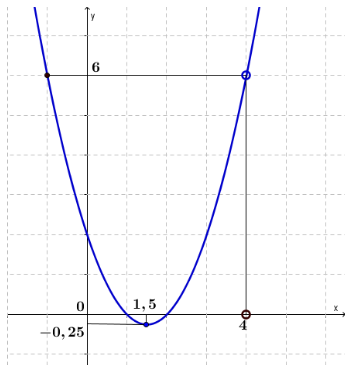
возрастает при $x\in[1,5;4)\cup(4;\infty)$;

ограничена снизу,

$y_{наим}=-0,25$ при $x=1,5$;

$x_{\min}=1,5,\ y_{\min}=-0,25$;

$E(y)=[-0,25;\infty)$.




---

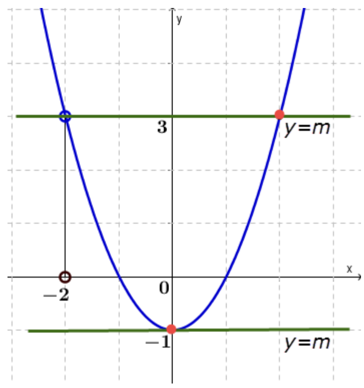
**№2.** **Определите, при каких значениях m прямая** $y=m$ **имеет с графиком**

$y=\dfrac{(x-2)(x^2-5x+4)}{x-4}$ **ровно одну общую точку.**

*Решение:*

При *m=-0,25* и *m=6* прямая $y=m$ имеет с графиком

функции $y=\dfrac{(x-2)(x^2-5x+4)}{x-4}$ ровно одну точку.




*Ответ: -0,25 и 6.*

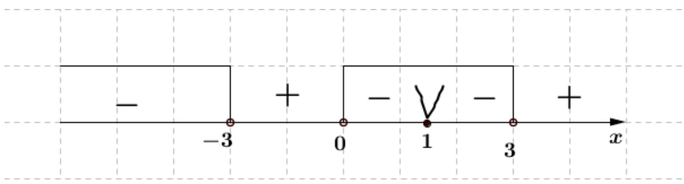
---

**№3.** **Найти область определения функции** $y=\sqrt{\dfrac{(x-1)^2(x^2-x+3)}{(9-x^2)x}}$.

$$D(y):\ \frac{(x-1)^2(x^2-x+3)}{(9-x^2)x}\geq 0$$

$$\frac{(x-1)^2}{(x^2-9)x}\leq 0 \quad \Bigg| :(x^2-x+3)>0 \quad D<0$$

$$\frac{(x-1)^2}{(x-3)(x+3)x}\leq 0$$




$x\in(-\infty;-3)\cup(0;3)$

*Ответ:* $(-\infty;-3)\cup(0;3)$.

**№4.** **Найдите множество целых значений функции** $y=\sqrt{0,5+\sqrt{96-4x-x^2}}$ .

$$y=y=\sqrt{0,5+\sqrt{-x^2-4x+96}}$$
$$y=\sqrt{0,5+\sqrt{-(x+2)^2+100}}$$
$$-(x+2)^2\le 0$$
$$0\le -(x+2)^2+100\le 100$$
$$0\le\sqrt{-(x+2)^2+100}\le 10$$
$$0,5\le 0,5+\sqrt{-(x+2)^2+100}\le 10,5$$
$$\sqrt{0,5}\le\sqrt{0,5+\sqrt{-(x+2)^2+100}}\le\sqrt{10,5}$$
$$E(y)=\left[\sqrt{0,5};\sqrt{10,5}\right]$$

*Ответ: 1; 2 и 3.*

---

**№5.** **Известно, что функция** $y=f(x)$ **убывает на** $\mathbb{R}$ **. Решите неравенство:**

$$f\left(\frac{3x^2-7x+8}{x^2+1}\right)>f(2).$$

Т.к. функция убывающая, то большему значению функции соответствует меньшее значение аргумента.

$$\frac{3x^2-7x+8}{x^2+1}<2\ \Big|\cdot\left(x^2+1\right)>0$$

$x^2-7x+6<0,\quad (x-1)(x-6)<0,\quad \underline{1<x<6}$

*Ответ:* $(1;6)$.

---

**№6.** **Решите уравнение** $\sqrt{4-x}=x+2$ .

*Решение:*

$f(x)=\sqrt{4-x}$ убывающая функция при $x\le 4$.

$g(x)=x+2$ возрастающая функция. Тогда уравнение не может иметь более одного корня. Пусть $x=0$, тогда

$\sqrt{4}=0+2$
$2=2$ , верно. Значит, $x=0$ корень уравнения.

*Ответ:0.*