Квадратные уравнения с параметром

- ***Примеры***

№1. Вычислить $\dfrac{x_1^2}{x_2}+\dfrac{x_2^2}{x_1}$, где x_1 и x_2 корни уравнения $2x^2+6x+1=0$.

№2. Найти значение p, если корни уравнения $2x^2-5x+p=0$ удовлетворяют условию $\dfrac{x_1^2}{x_2}+\dfrac{x_2^2}{x_1}=\dfrac{65}{8}$.

№3. Найти значение a, при котором сумма кубов корней уравнения $2x^2-4x+a=0$ равна 7/2.

№4. Найти целое значение a, при котором один из корней уравнения $x^2-(a+2)x+5a-15=0$ в три раза больше другого.

№5. В уравнении $x^2+bx+45=0$ найти коэффициент b, если корни уравнения находятся в зависимости $\dfrac{x_1+1}{x_2+1}=2$.

№1. **Вычислить** $\frac{x_1^2}{x_2}+\frac{x_2^2}{x_1}$, **где** x_1 **и** x_2 **корни уравнения** $2x^2+6x+1=0$.

Решение:

1) $2x^2+6x+1=0,\quad D>0$

Пусть x_1 и x_2 – корни

$$x^2+3x+\frac{1}{2}=0$$

$$x_1+x_2=-3$$

$$x_1\cdot x_2=\frac{1}{2}$$

2) $$\frac{x_1^2}{x_2}+\frac{x_2^2}{x_1}=\frac{x_1^3+x_2^3}{x_1\cdot x_2}=$$

$$=\frac{(x_1+x_2)(x_1^2-x_1x_2+x_2^2)}{x_1\cdot x_2}=$$

$$=\frac{(x_1+x_2)\left((x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right)}{x_1x_2}$$

3) $$\frac{x_1^2}{x_2}+\frac{x_2^2}{x_1}=$$

$$=\frac{-3\cdot\left((-3)^2-3\cdot\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2}}=$$

$$=-6\cdot(9-1{,}5)=-6\cdot 7{,}5=-45$$

Ответ: -45.

№2. **Найти значение *p*, если корни уравнения** $2x^2-5x+p=0$ **удовлетворяют условию** $\frac{x_1^2}{x_2}+\frac{x_2^2}{x_1}=\frac{65}{8}$.

Решение:

1) $2x^2-5x+p=0$

$$D=25-4\cdot 2\cdot p=25-8p$$

$$D>0,\ 25-8p>0,\ p<3{,}125$$

$$x^2-\frac{5}{2}x+\frac{p}{2}=0$$

$$x_1+x_2=\frac{5}{2}$$

$$x_1\cdot x_2=\frac{p}{2}$$

2) $$\frac{x_1^2}{x_2}+\frac{x_2^2}{x_1}=\frac{65}{8}$$

$$\frac{(x_1+x_2)\left((x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right)}{x_1\cdot x_2}=\frac{65}{8}$$

$$\frac{\frac{5}{2}\cdot\left(\left(\frac{5}{2}\right)^2-3\cdot\frac{p}{2}\right)}{\frac{p}{2}}=\frac{65}{8},\ p\neq 0$$

$$5\cdot\left(\frac{25}{4}-\frac{3p}{2}\right)=\frac{65}{8}p$$

$$\frac{25-6p}{4}=\frac{13p}{8}$$

$$(25-6p)\cdot 2=13p$$

$$\underline{p=2}$$

(удовлетворяет условию $p<3{,}125$ и $p\neq 0$)

Ответ: 2.

№3. **Найти значение *а*, при котором сумма кубов корней уравнения $2x^2-4x+a=0$ равна 7/2.**

Решение:

1) $2x^2-4x+a=0$

$D/4=4-2a>0,\ a<2$

$x^2-2x+\frac{a}{2}=0$

$x_1+x_2=2$

$x_1\cdot x_2=\frac{a}{2}$

2) $x_1^3+x_2^3=\frac{7}{2}$

$(x_1+x_2)\left((x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right)=\frac{7}{2}$

$2\cdot\left(4-3\cdot\frac{a}{2}\right)=\frac{7}{2}$

$4-\frac{3a}{2}=\frac{7}{4}$

$\frac{9}{4}=\frac{3a}{2}$

$\underline{a=1{,}5}$

(удовлетворяет условию $a<2$)

Ответ: 1,5.

№4. **Найти целое значение *а*, при котором один из корней уравнения $x^2-(a+2)x+5a-15=0$ в три раза больше другого.**

Решение:

1) $x^2-(a+2)x+5a-15=0$

$D=(a+2)^2-4(5a-15)=$

$=a^2+4a+4-20a+60=$

$=a^2-16a+64=(a-8)^2$

$D>0,\ (a-8)^2>0\Leftrightarrow a\neq 8$

$x_1=\frac{a+2-(a-8)}{2}=5$

$x_2=\frac{a+2+(a-8)}{2}=a-3$

2) Пусть $x_1=3x_2$, тогда

$5=3(a-3)$

$5=3a-9$

$3a=14$

$a=\frac{14}{3}\notin\mathbb{Z}$

Пусть $x_2=3x_1$, тогда

$a-3=3\cdot 5$

$a-3=15$

$\underline{a=18}\in\mathbb{Z}$

(удовлетворяет условию $a\neq 8$)

Ответ: 18.

№5. **В уравнении $x^2+bx+45=0$ найти коэффициент *b*, если корни уравнения находятся в зависимости $\dfrac{x_1+1}{x_2+1}=2$.**

Решение:

1) $x^2+bx+45=0$

$D=b^2-180>0,\ \left[\begin{array}{l} b>6\sqrt{5} \\ b<-6\sqrt{5} \end{array}\right.$

$x_1+x_2=-b$

$x_1\cdot x_2=45$

2) $\dfrac{x_1+1}{x_2+1}=2$

$x_1+1=2x_2+2$

$x_1=2x_2+1$

3) $\begin{cases} x_1\cdot x_2=45 \\ x_1=2x_2+1 \end{cases}$

$(2x_2+1)x_2=45$

$2x_2^2+x_2-45=0$

$D=1+360=361$

$x_2=\dfrac{-1\pm19}{4}=\left|\begin{array}{l} -5 \\ 4{,}5 \end{array}\right.$

а) $x_2=-5,\ x_1=-9$

$x_1+x_2=-b$

$-5-9=-b$

$\underline{b=14}$

(удовлетворяет условию $D>0$)

б) $x_2=4{,}5,\ x_1=10$

$x_1+x_2=-b$

$4{,}5+10=-b$

$\underline{b=-14{,}5}$

(удовлетворяет условию $D>0$)

Ответ: -14,5 и 14.

Вариант 1

№1. Вычислить $x_1 \cdot x_2^4 + x_1^4 \cdot x_2$, где x_1 и x_2 корни уравнения $2x^2 + 3x - 4 = 0$.

№2. Вычислить $\dfrac{x_1}{x_2^2} + \dfrac{x_2}{x_1^2}$, где x_1 и x_2 корни уравнения $2x^2 - 7x + 2 = 0$.

№3. Найти значение *p*, если корни уравнения $6x^2 + 3x - p = 0$ удовлетворяют условию $x_1 \cdot x_2^4 + x_1^4 \cdot x_2 = \dfrac{63}{8}$.

№4. Найти значение *a*, при котором сумма квадратов корней уравнения $2x^2 - 10x + a = 0$ равна 17.

№5. Найти целое значение *a*, при котором один из корней уравнения $x^2 - (a+1)x + 3a - 6 = 0$ в два раза больше другого.

№6. В уравнении $2x^2 + bx - 15 = 0$ найти коэффициент *b*, если корни уравнения находятся в зависимости $\left(x_2 + \dfrac{1}{2}\right)(x_1 - 1) = -12$.

Вариант 2

№1. Вычислить $x_1^2 \cdot x_2^5 + x_1^5 \cdot x_1^2$, где x_1 и x_2 корни уравнения $2x^2 + 4x - 1 = 0$.

№2. Вычислить $\dfrac{1}{x_1^3} + \dfrac{1}{x_2^3}$, где x_1 и x_2 корни уравнения $2x^2 - 8x + 1 = 0$.

№3. Найти значение *p*, если корни уравнения $3x^2 - 2px - 15 = 0$ удовлетворяют условию $x_1 \cdot x_2^3 + x_2 \cdot x_1^3 = -\dfrac{530}{9}$.

№4. Найти значение *a*, при котором разность квадратов корней уравнения $3x^2 + x + a = 0$ равна 7/9.

№5. Найти все значения *b*, при которых корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 - (2b-1)x + b^2 - b - 6 = 0$ удовлетворяют условию $x_1^2 + x_2^2 = 37$.

№6. В уравнении $3x^2 - 7x + b = 0$ найти коэффициент *b*, если корни уравнения находятся в зависимости $\left(x_1 + \dfrac{2}{3}\right)(x_2 - 1) = 1$.

- ***Ответы (тест)*** Квадратные уравнения с параметром

	№1	№2	№3	№4	№5	№6
Вар.1	***24,75***	***32,375***	***13,5***	***8***	***8***	***1 и 7***
Вар.2	***-2,75***	***464***	***-2 и 2***	***-4***	***-3 и 4***	***2***

- ***Решение (тест)*** Квадратные уравнения с параметром

Вариант 1

№1. **Вычислить** $x_1 \cdot x_2^4 + x_1^4 \cdot x_2$**, где** x_1 **и** x_2 **корни уравнения** $2x^2 + 3x - 4 = 0$**.**

Решение:

1) $2x^2 + 3x - 4 = 0,\ D > 0$

Пусть x_1 и x_2 – корни

$$x^2 + \frac{3}{2}x - 2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -2$$

2) $x_1 \cdot x_2^4 + x_1^4 \cdot x_2 = x_1 \cdot x_2\left(x_2^3 + x_1^3\right) =$

$$= x_1 \cdot x_2\left(x_1 + x_2\right)\left(\left(x_1 + x_2\right)^2 - 3x_1x_2\right) =$$

$$= -2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 3 \cdot (-2)\right) =$$

$$= 3 \cdot \left(\frac{9}{4} + 6\right) = 24{,}75$$

Ответ: 24,75.

№2. **Вычислить** $\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2}$**, где** x_1 **и** x_2 **корни уравнения** $2x^2 - 7x + 2 = 0$**.**

Решение:

1) $2x^2 - 7x + 2 = 0,\ \ D > 0$

Пусть x_1 и x_2 – корни

$$x^2 - \frac{7}{2}x + 1 = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{7}{2}$$

$$x_1 \cdot x_2 = 1$$

2) $\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2} = \frac{x_1^3 + x_2^3}{\left(x_1x_2\right)^2} =$

$$= \frac{\left(x_1 + x_2\right)\left(\left(x_1 + x_2\right)^2 - 3x_1x_2\right)}{\left(x_1x_2\right)^2} =$$

$$= \frac{\frac{7}{2} \cdot \left(\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 3 \cdot 1\right)}{1^2} = \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{49}{4} - 3\right) = \frac{7 \cdot 37}{8} = 32{,}375$$

Ответ: 32,375.

№3. **Найти значение *p* , если корни уравнения $6x^2+3x-p=0$ удовлетворяют условию $x_1\cdot x_2^4+x_1^4\cdot x_2=\frac{63}{8}$.**

Решение:

1) $6x^2+3x-p=0$

$$D=9+24p>0,\quad p>-\frac{9}{24}$$

$$x^2+\frac{1}{2}x-\frac{p}{6}=0$$

$$x_1+x_2=-\frac{1}{2}$$

$$x_1\cdot x_2=-\frac{p}{6}$$

2) $x_1\cdot x_2^4+x_2\cdot x_1^4=\frac{63}{8}$

$$x_1\cdot x_2\left(x_1^3+x_2^3\right)=\frac{63}{8}$$

$$x_1\cdot x_2\left(x_1+x_2\right)\left(\left(x_1+x_2\right)^2-3x_1x_2\right)=\frac{63}{8}$$

$$-\frac{p}{6}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{4}-3\cdot\left(-\frac{p}{6}\right)\right)=\frac{63}{8}$$

$$\frac{p}{12}\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{p}{2}\right)=\frac{63}{8}$$

$$\frac{p}{12}\cdot\frac{1+2p}{4}=\frac{63}{8}$$

$$p\left(1+2p\right)=378$$

$$2p^2+p-378=0$$

$$D=1+3024=3025$$

$$p=\frac{-1\pm55}{4}=\left[\begin{array}{l}13{,}5\\ -14\ \left(\text{не удовлетворяет условию } p>-\frac{9}{24}\right)\end{array}\right.$$

$$\underline{p=13{,}5}$$

Ответ: 13,5.

№4. **Найти значение *a*, при котором сумма квадратов корней уравнения $2x^2-10x+a=0$ равна 17.**

Решение:

1) $2x^2-10x+a=0$

$$D/4=25-2a>0,\quad a<12{,}5$$

$$x^2-5x+\frac{a}{2}=0$$

$$x_1+x_2=5$$

$$x_1\cdot x_2=\frac{a}{2}$$

2) $\left(x_1+x_2\right)^2=5^2$

$$x_1^2+x_2^2+2x_1x_2=25$$

$$x_1^2+x_2^2+2\cdot\frac{a}{2}=25$$

$$x_1^2+x_2^2=25-a$$

$$x_1^2+x_2^2=17$$

$$17=25-a$$

$$\underline{a=8}$$

$\left(\text{удовлетворяет условию } a<12{,}5\right)$

Ответ: 8.

№5. **Найти целое значение *a*, при котором один из корней уравнения $x^2-(a+1)x+3a-6=0$ в два раза больше другого.**

Решение:

1) $x^2-(a+1)x+3x-6=0$

$D=(a+1)^2-4(3a-6)=a^2+2a+1-12a+24=$

$=a^2-10a+25=(a-5)^2$

$D>0,\quad (a-5)^2>0 \Leftrightarrow a\neq 5$

$x_1=\dfrac{a+1+(a-5)}{2}=a-2$

$x_2=\dfrac{a+1-(a-5)}{2}=3$

2) Пусть $x_1=2x_2$, тогда

$a-2=2\cdot 3$

$\underline{a=8}\in\mathbb{Z}\ (a\neq 5)$

Пусть $x_2=2x_1$, тогда

$3=2(a-2)$

$2a-4=3$

$2a=7$

$a=3{,}5\notin\mathbb{Z}$

Ответ: 8.

№6. **В уравнении $2x^2+bx-15=0$ найти коэффициент *b*, если корни уравнения находятся в зависимости $\left(x_2+\dfrac{1}{2}\right)(x_1-1)=-12$.**

Решение:

1) $2x^2+bx-15=0$

$D=b^2+120>0$ при любых b

$x^2+\dfrac{b}{2}x-\dfrac{15}{2}=0$

$x_1+x_2=-\dfrac{b}{2}$

$x_1\cdot x_2=-\dfrac{15}{2}$

2) $\left(x_2+\dfrac{1}{2}\right)(x_1-1)=-12$

$x_1\cdot x_2-x_2+\dfrac{x_1}{2}-\dfrac{1}{2}=-12$

$-\dfrac{15}{2}-x_2+\dfrac{x_1}{2}-\dfrac{1}{2}=-12\quad\Big|\cdot 2$

$x_1-2x_2=-24+16$

$x_1-2x_2=-8$

$x_1=2x_2-8$

3) $\begin{cases} x_1\cdot x_2=-\dfrac{15}{2} \\ x_1=2x_2-8 \end{cases}$

$(2x_2-8)x_2=-\dfrac{15}{2}$

$2x_2^2-8x_2+\dfrac{15}{2}=0$

$4x_2^2-16x_2+15=0$

$D/4=64-60=4$

$x_2=\dfrac{8\pm 2}{4}=\left|\begin{array}{l}2{,}5\\1{,}5\end{array}\right.$

а) $x_2=2{,}5\quad x_1=-3$

$x_1+x_2=-\dfrac{b}{2}$

$2{,}5-3=-\dfrac{b}{2}$

$-0{,}5=-\dfrac{b}{2}$

$\underline{b=1}$

б) $x_2=1{,}5\quad x_1=-5$

$-\dfrac{b}{2}=1{,}5-5$

$\underline{b=7}$

Ответ: 1 и 7.

Вариант 2

№1. **Вычислить** $x_1^2 \cdot x_2^5 + x_1^5 \cdot x_1^2$**, где** x_1 **и** x_2 **корни уравнения** $2x^2+4x-1=0$**.**

Решение:

1) $2x^2+4x-1=0, \;\; D>0$

Пусть x_1 и x_2 – корни

$$x^2+2x-\frac{1}{2}=0$$

$$x_1+x_2=-2$$

$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2}$$

2) $x_1^2 \cdot x_2^5 + x_1^5 \cdot x_1^2 = x_1^2 \cdot x_2^2\left(x_2^3+x_1^3\right)=$

$$=\left(x_1x_2\right)^2\left(x_1+x_2\right)\cdot\left(\left(x_1+x_2\right)^2-3x_1x_2\right)=$$

$$=\left(-\frac{1}{2}\right)^2(-2)\cdot\left((-2)^2-3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\right)=-\frac{1}{2}\cdot\left(4+\frac{3}{2}\right)=$$

$$=-\frac{11}{4}=-2,75$$

Ответ: -2,75.

№2. **Вычислить** $\dfrac{1}{x_1^3}+\dfrac{1}{x_2^3}$**, где** x_1 **и** x_2 **корни уравнения** $2x^2-8x+1=0$**.**

Решение:

1) $2x^2-8x+1=0, \;\; D>0$

Пусть x_1 и x_2 – корни

$$x^2-4x+\frac{1}{2}=0$$

$$x_1+x_2=4$$

$$x_1 \cdot x_2=\frac{1}{2}$$

2) $\dfrac{1}{x_1^3}+\dfrac{1}{x_2^3}=\dfrac{x_1^3+x_2^3}{\left(x_1\cdot x_2\right)^3}=\dfrac{\left(x_1+x_2\right)\left(\left(x_1+x_2\right)^2-3x_1x_2\right)}{\left(x_1\cdot x_2\right)^3}=$

$$=\frac{4\cdot\left(4^2-3\cdot\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)^3}=4\cdot 8\cdot\left(16-\frac{3}{2}\right)=\frac{4\cdot 8\cdot 29}{2}=16\cdot 29=$$

$$=16(30-1)=480-16=464$$

Ответ: 464.

№3. **Найти значение *p*, если корни уравнения** $3x^2-2px-15=0$ **удовлетворяют условию** $x_1\cdot x_2^3+x_2\cdot x_1^3=-\dfrac{530}{9}$**.**

Решение:

1) $3x^2-3px-15=0$

$$D/4=p^2+45>0 \text{ при любых } p$$

$$x^2-\frac{2p}{3}x-5=0$$

$$x_1+x_2=\frac{2p}{3}$$

$$x_1\cdot x_2=-5$$

$$\left(x_1+x_2\right)^2=\frac{4p^2}{9}$$

$$x_1^2+x_2^2+2x_1\cdot x_2=\frac{4p^2}{9}$$

$$x_1^2+x_2^2=\frac{4p^2}{9}+10$$

2) $x_1\cdot x_2^3+x_2\cdot x_1^3=-\dfrac{530}{9}$

$$x_1\cdot x_2\left(x_2^2+x_1^2\right)=-\frac{530}{9}$$

$$-5\cdot\left(\frac{4p^2}{9}+10\right)=-\frac{530}{9}$$

$$-\frac{20p^2}{9}-50=-\frac{530}{9} \quad \Big| \cdot 9$$

$$-20p^2=-530+450$$

$$-20p^2=-80$$

$$p^2=4$$

$$\underline{p=\pm 2}$$

Ответ: -2 и 2 .

№4. **Найти значение *a*, при котором разность квадратов корней уравнения $3x^2+x+a=0$ равна 7/9.**

Решение:

1) $3x^2+x+a=0$

$D=1-12a>0,\ a<\dfrac{1}{12}$

$x^2+\dfrac{1}{3}x+\dfrac{a}{3}=0$

$x_1+x_2=-\dfrac{1}{3}$

$x_1\cdot x_2=\dfrac{a}{3}$

2) $\begin{cases} x_1^2-x_2^2=\dfrac{7}{9} \\ x_1+x_2=-\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1-x_2)(x_1+x_2)=\dfrac{7}{9} \\ x_1+x_2=-\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_1-x_2)\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{7}{9} \\ x_1+x_2=-\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1-x_2=-\dfrac{7}{3} \\ x_1+x_2=-\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1=-\dfrac{8}{3} \\ 2x_2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=-\dfrac{4}{3} \\ x_2=1 \end{cases}$

В случае если $x_2^2-x_1^2=\dfrac{7}{9}$, то $x_1=1, x_2=-\dfrac{4}{3}$

3) $x_1\cdot x_2=\dfrac{a}{3}$

$-\dfrac{4}{3}\cdot 1=\dfrac{a}{3}$

$\underline{a=-4}$

$\left(\text{удовлетворяет условию } a<\dfrac{1}{12}\right)$

Ответ: -4.

№5. **Найти все значения *b*, при которых корни x_1 и x_2 уравнения $x^2-(2b-1)x+b^2-b-6=0$ удовлетворяют условию $x_1^2+x_2^2=37$.**

Решение:

1) $x^2-(2b-1)x+b^2-b-6=0$

$D=(2b-1)^2-4(b^2-b-6)=$

$=4b^2-4b+1-4b^2+4b+24=25$

$x_1=\dfrac{2b-1+5}{2}=b+2$

$x_2=\dfrac{2b-1-5}{2}=b-3$

2) $x_1^2+x_2^2=37$

$(b+2)^2+(b-3)^2=37$

$b^2+4b+4+b^2-6b+9-37=0$

$2b^2-2b-24=0$

$b^2-b-12=0$

$\underline{b_1=4}\quad \underline{b_2=-3}$

Ответ: -3 и 4.

№6. **В уравнении $3x^2-7x+b=0$ найти коэффициент *b*, если корни уравнения находятся в зависимости $\left(x_1+\dfrac{2}{3}\right)(x_2-1)=1$.**

Решение:

1) $3x^2-7x+b=0$

$D=49-12b>0,\ b<\dfrac{49}{12}$

$x^2-\dfrac{7}{3}x+\dfrac{b}{3}=0$

$x_1+x_2=\dfrac{7}{3},\ x_1=\dfrac{7}{3}-x_2$

$x_1\cdot x_2=\dfrac{b}{3}$

2) $\left(x_1+\dfrac{2}{3}\right)(x_2-1)=1$

$\left(\dfrac{7}{3}-x_2+\dfrac{2}{3}\right)(x_2-1)=0$

$(3-x_2)(x_2-1)-1=0$

$3x_2-3-x_2^2+x_2-1=0$

$x_2^2-4x_2+4=0$

$(x_2-2)^2=0$

$x_2=2,$

$x_1=\dfrac{7}{3}-2=\dfrac{1}{3}$

3) $x_1\cdot x_2=\dfrac{b}{3}$

$2\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{b}{3}$

$b=2$

$\left(\text{удовлетворяет условию } b<\dfrac{49}{12}\right)$

Ответ: 2 .

- ✓ *Уравнение вида* $ax^2+bx+c=0$ *, где* $a,\ b,\ c-$ *некоторые числа* $(a\neq 0)$*, называется* ***квадратным уравнением.***

- ✓ *Способы решения квадратного уравнения*

Для любых коэффициентов	Для четного коэффициента перед x	Формулы Виета	Неполное квадратное уравнение: $c=0$	Неполное квадратное уравнение: $b=0$
Дискриминант: $D=b^2-4ac$ Если $D>0$, то уравнение имеет два различных корня: $x_{1,\,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ Если $D=0$, то уравнение имеет два совпадающих решения: $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$. Если $D<0$, то уравнение не имеет корней $x\in\varnothing$.	Дискриминант: $\dfrac{D}{4}=\left(\dfrac{b}{2}\right)^2-ac$ Формула корней: $x_{1,\,2}=\dfrac{-\dfrac{b}{2}\pm\sqrt{\dfrac{D}{4}}}{a}$	$D>0$ и $x_1,\ x_2-$ корни уравнения $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$ $x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$ Если $a=1$, то уравнение называется приведенным, тогда $x_1+x_2=-b$ $x_1\cdot x_2=c$	$ax^2+bx=0$ $x(ax+b)=0$ $x_1=0$ $x_2=-\dfrac{b}{a}$	$ax^2+c=0$ $ax^2=-c$ $x^2=-\dfrac{c}{a}$ Если $-\dfrac{c}{a}>0$, то уравнение имеет два различных корня $x_{1,2}=\pm\sqrt{-\dfrac{c}{a}}$ Если $-\dfrac{c}{a}=0$, уравнение имеет один корень $x=0$; Если $-\dfrac{c}{a}<0$, то уравнение не имеет корней $x\in\varnothing$

- ✓ *Формулы сокращенного умножения (ФСУ)*

1. $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ *разность квадратов*
2. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ *квадрат разности*
3. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ *квадрат суммы*
4. $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)=(a-b)\left((a-b)^2+3ab\right)$ *разность кубов*
5. $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)=(a+b)\left((a+b)^2-3ab\right)$ *сумма кубов*
6. $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$ *куб суммы*
7. $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=a^3-b^3-3ab(a-b)$ *куб разности*