

Целые уравнения

■ Примеры

Решите уравнения:

$$\text{№1. } \frac{x-3}{6} + x = \frac{2x-1}{3} - \frac{4-x}{2}.$$

$$\text{№2. } \frac{2}{3}(x+3) = \frac{6+2x}{3}.$$

$$\text{№3. } 3x^2 + 2\sqrt{51}x + 17 = 0.$$

$$\text{№4. } (x^2 + 4x)^2 + 3(x+2)^2 = 52.$$

$$\text{№5. } (4+x)^2 = (4+x)(17x+2).$$

$$\text{№6. } (2x-1)^2(5x-3) = (16x^2-4)(x-0,6).$$

№1.

$$\frac{x-3}{6} + x = \frac{2x-1}{3} - \frac{4-x}{2}$$

$$x-3+6x=2(2x-1)-3(4-x)$$

$$7x-3=4x-2-12+3x$$

$$7x-7x=-14+3$$

$$0 \cdot x = -11$$

$$\underline{x \in \emptyset}$$

Ответ: нет решений.

№2.

$$\frac{2}{3}(x+3) = \frac{6+2x}{3}$$

$$2(x+3)=6+2x$$

$$2x-2x=6-6$$

$$0 \cdot x = 0$$

$$\underline{x \in \mathbb{R}}$$

Ответ: бесконечное множество решений.

№3.

$$3x^2 + 2\sqrt{51}x + 17 = 0$$

$$(\sqrt{3}x)^2 + 2 \cdot \sqrt{3}x \cdot \sqrt{17} + (\sqrt{17})^2 = 0$$

$$(\sqrt{3}x + \sqrt{17})^2 = 0$$

$$\sqrt{3}x + \sqrt{17} = 0$$

$$x = -\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{3}}$$

$$x = -\frac{\sqrt{51}}{3}$$

$$\underline{\text{Ответ: } -\frac{\sqrt{51}}{3}.}$$

№4.

$$(x^2 + 4x)^2 + 3(x+2)^2 = 52$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 3(x^2 + 4x + 4) - 52 = 0$$

$$\text{Пусть } t = x^2 + 4x$$

$$t^2 + 3(t+4) - 52 = 0$$

$$t^2 + 3t - 40 = 0$$

$$t_1 + t_2 = -3 \quad t_1 = -8$$

$$t_1 \cdot t_2 = -40 \quad t_2 = 5$$

Вернемся к замене.

$$x^2 + 4x = 5 \quad \text{или} \quad x^2 + 4x = -8$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0 \quad x^2 + 4x + 8 = 0$$

$$x_1 = -5 \quad D < 0$$

$$x_2 = 1 \quad x \in \emptyset$$

Ответ: -5 и 1.

№5.

$$\begin{aligned} (4+x)^2 &= (4+x)(17x+2) \\ (4+x)^2 - (4+x)(17x+2) &= 0 \\ (4+x)(4+x - (17x+2)) &= 0 \\ 4+x = 0 \quad \text{или} \quad 4+x-17x-2 = 0 & \\ x = -4 & \qquad \qquad -16x = -2 \\ x = \frac{1}{8} & \end{aligned}$$

Ответ: -4 и 0,125.

№6.

$$\begin{aligned} (2x-1)^2(5x-3) &= (16x^2-4)(x-0,6) \\ (2x-1)^2 \cdot 5(x-0,6) - (4x-2)(4x+2)(x-0,6) &= 0 \\ 5(2x-1)^2(x-0,6) - 2(2x-1)(4x+2)(x-0,6) &= 0 \\ (2x-1)(x-0,6)(5(2x-1) - 2(4x+2)) &= 0 \\ 2x-1 = 0 \quad \text{или} \quad x-0,6 = 0 \quad \text{или} \quad 10x-5-8x-4 = 0 & \\ x = 0,5 & \qquad \qquad x = 0,6 \qquad \qquad x = 4,5 \end{aligned}$$

Ответ: 0,5; 0,6 и 4,5.

Вариант 1

Решите уравнения:

№1. $5 - 3(x - 2(x - 2(x - 2))) = 2$

№2. $2x - 3 + 2(x - 1) = 4(x - 1) - 7$

№3. $2x + 3 - 6(x - 1) = 4(1 - x) + 5$

№4. $\frac{3x^2 + 5x + 2}{3} = \frac{5x^2 + 2x + 3}{5}$

№5. $11x^2 + x\sqrt{19} = 0$

Вариант 2

Решите уравнения:

№1. $(x - 3)^2 = 16$

№2. $27x^2 - 6\sqrt{3} \cdot x + 1 = 0$

№3. $\frac{(x + \sqrt{6})^2}{6} + \frac{1 - \sqrt{6} \cdot x}{3} = 2$

№4. $x\sqrt{2} + x\sqrt{18} + 4\sqrt{2} = x\sqrt{50} + \sqrt{8}$

№5. $(3x - 2)(x - 1) = 4(x - 1)^2$

Вариант 3

Решите уравнения:

№1. $(4x^2 - 3x)^3 = (3x)^3$

№2. $(3x + 7)^3 = (2x)^6$

№3. $(x + 0,06)^2 = (x - 0,2)^2$

№4. $(x^2 + 27x - 57)^2 = (x^2 - 3x + 1)^2$

№5. $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$

Вариант 4

Решите уравнения:

№1. $(x^2 - x)^2 - 14(x^2 - x) + 24 = 0$

№2. $(x^2 + 3x - 2)^2 + (x^2 + 3x - 3)^2 = 5$

№3. $(x^2 + 2x)^2 - 4(x + 1)^2 + 7 = 0$

№4. $(2x - 1)(5x - 2)^2 = 100(x^2 - 0,16)(x - 0,5)$

№5. $(2x + 8)^2(13x - 39) = 26(4x^2 - 64)(x - 3)$

Вариант 5

Решите уравнения:

№1. $x^3 = 4x^2 + 5x$

№2. $(x+7)^3 = 49(x+7)$

№3. $x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0$

№4. $x^3 + 2x^2 = 9x + 18$

№5. $(x-2)(x-3)(x-4) = (x-3)(x-4)(x-5)$

Вариант 6

Решите уравнения:

№1. $x(x^2 + 4x + 4) = 3(x+2)$

№2. $x^6 = (9x-20)^3$

№3. $x^4 = (2x-8)^2$

№4. $(x+2)^4 - 4(x+2)^2 - 5 = 0$

Вариант 7

Решите уравнения:

№1. $x^3 = 3x^2 + 10x$

№2. $(x+5)^3 = 25(x+5)$

№3. $x^3 + 5x^2 - 9x - 45 = 0$

№4. $x^3 + 3x^2 = 16x + 48$

№5. $(2x-9)^2(x-9) = (2x-9)(x-9)^2$

Вариант 8

Решите уравнения:

№1. $(x-1)(x^2 + 6x + 9) = 5(x+3)$

№2. $x^6 = (8x-15)^3$

№3. $x^4 = (x-20)^2$

№4. $(x-2)^4 + 3(x-2)^2 - 10 = 0$

■ Ответы (тест)

Целые уравнения

	№1	№2	№3	№4	№5
Вар.1	3	Нет корней	Любое число	$-\frac{1}{19}$	$0 \text{ и } -\frac{\sqrt{19}}{11}$
Вар.2	$7 \text{ и } -1$	$\frac{\sqrt{3}}{9}$	± 2	2	$1 \text{ и } 2$
Вар.3	$0 \text{ и } 1,5$	$-1 \text{ и } 1,75$	0,07	$-14; \frac{29}{15} \text{ и } 2$	$\pm \frac{1}{3}$
Вар.4	$-3; -1 \text{ и } 4$	$-4; 1; \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$	$-3; 1; -1 \pm \sqrt{2}$	$-1,2; 0,4 \text{ и } 0,5$	$3; 4 \text{ и } 12$
Вар.5	$-1; 0 \text{ и } 5$	$-14; -7 \text{ и } 0$	$-5; -1 \text{ и } 1$	$-3; -2 \text{ и } 3$	$3 \text{ и } 4$
Вар.6	$-3; -2 \text{ и } 1$	4 и 5	$-4 \text{ и } 2$	$\sqrt{5}-2; -\sqrt{5}-2$	
Вар.7	$-2; 0 \text{ и } 5$	$-10; -5 \text{ и } 0$	$-5; -3 \text{ и } 3$	$-4; -3 \text{ и } 4$	$0; 4,5 \text{ и } 9$
Вар.8	$-4; -3 \text{ и } 2$	3 и 5	$-5 \text{ и } 4$	$\sqrt{2}+2; -\sqrt{2}+2$	

Вариант 1

№1.

$$\begin{aligned}
 5 - 3(x - 2(x - 2(x - 2))) &= 2 \\
 5 - 3(x - 2(x - 2x + 4)) &= 2 \\
 5 - 3(x - 2(-x + 4)) &= 2 \\
 5 - 3(x + 2x - 8) &= 2 \\
 5 - 3(3x - 8) &= 2 \\
 5 - 9x + 24 &= 2 \\
 -9x &= -29 + 2 \\
 -9x &= -27 \\
 x &= 3
 \end{aligned}$$

№2.

$$\begin{aligned}
 2x - 3 + 2(x - 1) &= 4(x - 1) - 7 \\
 2x - 3 + 2x - 2 &= 4x - 4 - 7 \\
 4x - 5 &= 4x - 11 \\
 4x - 4x &= -11 + 5 \\
 0 \cdot x &= -6 \\
 x &\in \emptyset
 \end{aligned}$$

№3.

$$\begin{aligned}
 2x + 3 - 6(x - 1) &= 4(1 - x) + 5 \\
 2x + 3 - 6x + 6 &= 4 - 4x + 5 \\
 -4x + 9 &= 9 - 4x \\
 -4x + 4x &= 9 - 9 \\
 0 \cdot x &= 0 \\
 x &\in R
 \end{aligned}$$

№4.

$$\begin{aligned}
 \frac{3x^2 + 5x + 2}{3} &= \frac{5x^2 + 2x + 3}{5} \\
 5(3x^2 + 5x + 2) &= 3(5x^2 + 2x + 3) \\
 15x^2 + 25x + 10 &= 15x^2 + 6x + 9 \\
 25x - 6x &= 9 - 10 \\
 19x &= -1 \\
 x &= -\frac{1}{19}
 \end{aligned}$$

№5.

$$\begin{aligned}
 11x^2 + x\sqrt{19} &= 0 \\
 x(11x + \sqrt{19}) &= 0 \\
 11x + \sqrt{19} &= 0 \\
 x = 0 & \text{ или } x = -\frac{\sqrt{19}}{11}
 \end{aligned}$$

Вариант 2

№1

$$\begin{aligned} (x-3)^2 &= 16 \\ x-3 &= 4 \quad \text{или} \quad x-3 = -4 \\ \underline{x=7} &\qquad \underline{x=-1} \end{aligned}$$

№2.

$$\begin{aligned} 27x^2 - 6\sqrt{3} \cdot x + 1 &= 0 \\ (3\sqrt{3} \cdot x)^2 - 2 \cdot 3\sqrt{3} \cdot x \cdot 1 + 1^2 &= 0 \\ (3\sqrt{3} \cdot x - 1)^2 &= 0 \\ 3\sqrt{3} \cdot x - 1 &= 0 \\ x &= \frac{1}{3\sqrt{3}} \\ x &= \frac{\sqrt{3}}{9} \end{aligned}$$

№3.

$$\begin{aligned} \frac{(x+\sqrt{6})^2}{6} + \frac{1-\sqrt{6} \cdot x}{3} &= 2 \\ (x+\sqrt{6})^2 + 2(1-\sqrt{6} \cdot x) - 12 &= 0 \\ x^2 + 2\sqrt{6} \cdot x + 6 + 2 - 2\sqrt{6} \cdot x - 12 &= 0 \\ x^2 - 4 &= 0 \\ (x-2)(x+2) &= 0 \\ \underline{x=2} \quad \text{или} \quad \underline{x=-2} & \end{aligned}$$

№4.

$$\begin{aligned} x\sqrt{2} + x\sqrt{18} + 4\sqrt{2} &= x\sqrt{50} + \sqrt{8} \\ x\sqrt{2} + 3x\sqrt{2} - 5x\sqrt{2} &= 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \\ x\sqrt{2}(1+3-5) &= -2\sqrt{2} \\ -x &= -2 \\ \underline{x=2} & \end{aligned}$$

№5.

$$\begin{aligned} (3x-2)(x-1) &= 4(x-1)^2 \\ (x-1)(3x-2) - 4(x-1)^2 &= 0 \\ (x-1)(3x-2 - 4(x-1)) &= 0 \\ x-1 = 0 & \quad 3x-2 - 4x+4 = 0 \\ \underline{x=1} & \quad \text{или} \quad -x+2 = 0 \\ & \quad \underline{x=2} \end{aligned}$$

Вариант 3

№1.

$$\begin{aligned} (4x^2 - 3x)^3 &= (3x)^3 \\ 4x^2 - 3x &= 3x \\ 4x^2 - 6x &= 0 \\ 2x(2x - 3) &= 0 \\ \underline{x = 0} \quad \text{или} \quad \underline{\frac{2x - 3 = 0}{x = 1,5}} & \end{aligned}$$

№2.

$$\begin{aligned} (3x + 7)^3 &= (2x)^6 \\ (3x + 7)^3 &= ((2x)^2)^3 \\ 3x + 7 &= 4x^2 \\ 4x^2 - 3x - 7 &= 0 \\ \underline{x_1 = 1,75} \quad \underline{x_2 = -1} & \end{aligned}$$

№3.

$$\begin{aligned} (x + 0,06)^2 &= (x - 0,2)^2 \\ \left[\begin{array}{l} x + 0,06 = x - 0,2, \emptyset \\ x + 0,06 = -x + 0,2 \end{array} \right. \\ 2x &= 0,14 \\ \underline{x = 0,07} & \end{aligned}$$

№4.

$$\begin{aligned} (x^2 + 27x - 57)^2 &= (x^2 - 3x + 1)^2 \\ \left[\begin{array}{l} x^2 + 27x - 57 = x^2 - 3x + 1 \\ x^2 + 27x - 57 = -x^2 + 3x - 1 \end{array} \right. \\ 30x &= 58 \\ 2x^2 + 24x - 56 &= 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = \frac{29}{15} \\ x^2 + 12x - 28 = 0 \end{array} \right. \\ \underline{x = \frac{29}{15}} \quad \underline{x = -14} \quad \underline{x = 2} & \end{aligned}$$

№5.

$$\begin{aligned} 9x^4 + 8x^2 - 1 &= 0 \\ t = x^2, \quad t \geq 0 & \\ 9t^2 + 8t - 1 &= 0 \\ t = \frac{1}{9} & \quad t = -1 \\ x^2 = \frac{1}{9} \quad \text{или} \quad x^2 &= -1 \\ \underline{x = \pm \frac{1}{3}} & \quad x \in \emptyset \end{aligned}$$

№6.

$$\begin{aligned} (x^2 - x)^2 - 14(x^2 - x) + 24 &= 0 \\ t = x^2 - x & \\ t^2 - 14t + 24 &= 0 \\ t_1 = 12 & \quad t_2 = 2 \\ x^2 - x = 12 & \quad x^2 - x = 2 \\ x^2 - x - 12 = 0 & \quad x^2 - x - 2 = 0 \\ x_1 = -3 & \quad x_3 = 2 \\ x_2 = 4 & \quad x_4 = 1 \\ \text{Ответ: } -3; -1; 2; 4 & \end{aligned}$$

Вариант 4

№1.

$$(x^2 - x)^2 - 14(x^2 - x) + 24 = 0$$

$$t = x^2 - x$$

$$t^2 - 14t + 24 = 0$$

$$t_1 = 12$$

$$t_2 = 2$$

$$x^2 - x = 12$$

$$x^2 - x = 2$$

$$x^2 - x - 12 = 0 \quad x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_1 = -3$$

$$x_3 = 2$$

$$x_2 = 4$$

$$x_4 = 1$$

Ответ: $-3; -1; 2; 4$

№2.

$$(x^2 + 3x - 2)^2 + (x^2 + 3x - 3)^2 = 5$$

$$t = x^2 + 3x - 2; \quad t - 1 = x^2 + 3x - 3$$

$$t^2 + (t - 1)^2 = 5$$

$$2t^2 - 2t - 4 = 0 \mid :2$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$t = 2$$

$$t = -1$$

$$x^2 + 3x - 2 = 2 \quad x^2 + 3x - 2 = -1$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = 1 \quad x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Ответ: } -4; 1; \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

№3.

$$(x^2 + 2x)^2 - 4(x+1)^2 + 7 = 0$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 4(x^2 + 2x + 1) + 7 = 0$$

$$t = x^2 + 2x$$

$$t^2 - 4(t+1) + 7 = 0$$

$$t^2 - 4x + 3 = 0$$

$$t_1 = 1 \quad t_2 = 3$$

$$x^2 + 2x = 1 \quad x^2 + 2x = 3$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0 \quad x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{2} \quad x_3 = -3$$

$$x_4 = 1$$

Ответ: $1; -3; -1 \pm \sqrt{2}$

№4.

$$(2x-1)(5x-2)^2 = 100(x^2 - 0,16)(x-0,5)$$

$$2(x-0,5) \cdot (5(x-0,4))^2 - 100(x-0,4)(x+0,4)(x-0,5) = 0$$

$$2(x-0,5) \cdot 25 \cdot (x-0,4)^2 - 100 \cdot (x-0,4)(x+0,4)(x-0,5) = 0$$

$$50(x-0,5)(x-0,4)(x-0,4-2(x+0,4)) = 0$$

$$x-0,5 = 0 \quad \text{или} \quad x-0,4 = 0 \quad \text{или} \quad x-0,4-2x-0,8 = 0$$

$$\underline{x=0,5} \quad \underline{x=0,4} \quad \underline{x=-1,2}$$

Ответ: $-1,2; 0,4; 0,5$

№5.

$$(2x+8)^2(13x-39) = 26(4x^2-64)(x-3)$$

$$(2(x+4))^2 \cdot 13(x-3) - 26 \cdot 4(x^2-16)(x-3) = 0$$

$$4(x+4)^2 \cdot 13(x-3) - 26 \cdot 4 \cdot (x-4)(x+4)(x-3) = 0$$

$$4 \cdot 13(x+4)(x-3)(x+4-2(x-4)) = 0$$

$$x+4 = 0 \quad \text{или} \quad x-3 = 0 \quad \text{или} \quad x+4-2x+8 = 0$$

$$\underline{x=-4} \quad \underline{x=3} \quad \underline{x=12}$$

Ответ: $-4; 3; 12$

Вариант 5

№1.

$$\begin{aligned}x^3 &= 4x^2 + 5x \\x^3 - 4x^2 - 5x &= 0 \\x(x^2 - 4x - 5) &= 0 \\x = 0 \quad x^2 - 4x - 5 &= 0 \\x = 5 \quad x = -1\end{aligned}$$

№2.

$$\begin{aligned}(x+7)^3 &= 49(x+7) \\(x+7)^3 - 49(x+7) &= 0 \\(x+7)((x+7)^2 - 49) &= 0 \\(x+7)(x+7-7)(x+7+7) &= 0 \\x = -7 \quad x = 0 \quad x = -14\end{aligned}$$

№3.

$$\begin{aligned}x^3 + 5x^2 - x - 5 &= 0 \\x^2(x+5) - (x+5) &= 0 \\(x+5)(x^2 - 1) &= 0 \\(x+5)(x-1)(x+1) &= 0 \\x = -5 \quad x = 1 \quad x = -1\end{aligned}$$

№4.

$$\begin{aligned}x^3 + 2x^2 &= 9x + 18 \\x^2(x+2) - 9(x+2) &= 0 \\(x+2)(x^2 - 9) &= 0 \\(x+2)(x-3)(x+3) &= 0 \\x = -2 \quad x = 3 \quad x = -3\end{aligned}$$

№5.

$$\begin{aligned}(x-2)(x-3)(x-4) &= (x-3)(x-4)(x-5) \\(x-2)(x-3)(x-4) - (x-3)(x-4)(x-5) &= 0 \\(x-3)(x-4)(x-2 - (x-5)) &= 0 \\(x-3)(x-4) \cdot 3 &= 0 \\x = 3 \quad x = 4\end{aligned}$$

Вариант 6

№1.

$$x(x^2 + 4x + 4) = 3(x + 2)$$

$$x(x + 2)^2 - 3(x + 2) = 0$$

$$(x + 2)(x(x + 2) - 3) = 0$$

$$(x + 2)(x^2 + 2x - 3) = 0$$

$$\underline{x = -2} \quad \underline{x = -3} \quad \underline{x = 1}$$

№2.

$$x^6 = (9x - 20)^3$$

$$(x^2)^3 = (9x - 20)^3$$

$$x^2 = 9x - 20$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$\underline{x = 5} \quad \underline{x = 4}$$

№3.

$$x^4 = (2x - 8)^2$$

$$(x^2)^2 - (2x - 8)^2 = 0$$

$$(x^2 - (2x - 8))(x^2 + 2x - 8) = 0$$

$$(x^2 - 2x + 8)(x^2 + 2x - 8) = 0$$

$$x^2 - 2x + 8 = 0 \quad x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\emptyset \quad \underline{x = -4} \quad \underline{x = 2}$$

№4.

$$(x + 2)^4 - 4(x + 2)^2 - 5 = 0$$

$$t = (x + 2)^2$$

$$t^2 - 4t - 5 = 0$$

$$t = 5 \quad t = -1$$

$$(x + 2)^2 = 5 \quad (x + 2)^2 = -1$$

$$\begin{cases} x + 2 = \sqrt{5} \\ x + 2 = -\sqrt{5} \end{cases} \quad \emptyset$$

$$\underline{x = -2 \pm 5}$$

Вариант 7

№1.

$$x^3 = 3x^2 + 10x$$

$$x^3 - 3x^2 - 10x = 0$$

$$x(x^2 - 3x - 10) = 0$$

$$\underline{x = 0} \quad x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\underline{x = 5} \quad \underline{x = -2}$$

№3.

$$x^3 + 5x^2 - 9x - 45 = 0$$

$$x^2(x + 5) - 9(x + 5) = 0$$

$$(x + 5)(x^2 - 9) = 0$$

$$\underline{x = -5} \quad \underline{x = 3} \quad \underline{x = -3}$$

№2.

$$(x + 5)^3 = 25(x + 5)$$

$$(x + 5)((x + 5)^2 - 25) = 0$$

$$(x + 5)(x + 5 - 5)(x + 5 + 5) = 0$$

$$\underline{x = -5} \quad \underline{x = 0} \quad \underline{x = -10}$$

№4.

$$x^3 + 3x^2 = 16x + 48$$

$$x^2(x + 3) - 16(x + 3) = 0$$

$$(x + 3)(x^2 - 16) = 0$$

$$\underline{x = -3} \quad \underline{x = 4} \quad \underline{x = -4}$$

№5.

$$(2x - 9)^2(x - 9) = (2x - 9)(x - 9)^2$$

$$(2x - 9)^2(x - 9) - (2x - 9)(x - 9)^2 = 0$$

$$(2x - 9)(x - 9)(2x - 9 - (x - 9)) = 0$$

$$\underline{x = 4, 5} \quad \underline{x = 9} \quad \underline{x = 0}$$

Вариант 8

№1.

$$(x-1)(x^2 + 6x + 9) = 5(x+3)$$

$$(x-1)(x+3)^2 - 5(x+3) = 0$$

$$(x+3)((x-1)(x+3)-5) = 0$$

$$x+3=0 \quad x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\underline{x=-3} \quad \underline{x=-4} \quad \underline{x=2}$$

№2.

$$x^6 = (8x-15)^3$$

$$(x^2)^3 = (8x-15)^3$$

$$x^2 = 8x - 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x = 3 \quad x = 5$$

№3.

$$x^4 = (x-20)^2$$

$$(x^2)^2 - (x-20)^2 = 0$$

$$(x^2 - x + 20)(x^2 + x - 20) = 0$$

$$\emptyset \quad \underline{x=-5} \quad \underline{x=4}$$

$$(x-2)^4 + 3(x-2)^2 - 10 = 0$$

$$t = (x-2)^2$$

$$t^2 + 3t - 10 = 0$$

$$t = 2 \quad t = -5$$

$$(x-2)^2 = 2 \quad (x-2)^2 = -5$$

$$\begin{cases} x-2 = \sqrt{2} \\ x-2 = -\sqrt{2} \end{cases} \quad \emptyset$$

$$\underline{x=2 \pm \sqrt{2}}$$

Линейные уравнения

- ✓ Уравнение вида $ax+b=0$, где a и b - некоторые постоянные, называется линейным уравнением.
Количество корней линейного уравнения

Один корень	Нет корней	Бесконечное множество корней
$a \neq 0 \text{ и } b - \text{ любое число}$ $x = -\frac{b}{a}$	$a = 0 \text{ и } b \neq 0$ $0 \cdot x = -b$ $x \in \emptyset$	$a = 0 \text{ и } b = 0$ $0 \cdot x = 0$ $x \in \mathbb{R}$

Квадратные уравнения

- ✓ Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где a, b, c - некоторые числа ($a \neq 0$), называется квадратным уравнением.
Способы решения квадратного уравнения.

Для любых коэффициентов	Для четного коэффициента перед x	Формулы Виета	Неполное квадратное уравнение: $c = 0$	Неполное квадратное уравнение: $b = 0$
<p>Дискриминант: $D = b^2 - 4ac$</p> <p>Если $D > 0$, то уравнение имеет два различных корня: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$</p> <p>Если $D = 0$, то уравнение имеет два совпадающих решения: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.</p> <p>Если $D < 0$, то уравнение не имеет корней $x \in \emptyset$.</p>	<p>Дискриминант: $\frac{D}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$</p> <p>Формула корней: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$</p>	<p>Формулы Виета</p> <p>$D > 0$ и x_1, x_2 – корни уравнения</p> <p>$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$</p> <p>$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$</p> <p>Если $a = 1$, то уравнение называется приведенным, тогда</p> <p>$x_1 + x_2 = -b$</p> <p>$x_1 \cdot x_2 = c$</p> <p>Если $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1$, а $x_2 = \frac{c}{a}$.</p> <p>Если $a + c = b$, то $x_1 = -1$, а $x_2 = -\frac{c}{a}$</p>	<p>Неполное квадратное уравнение: $c = 0$</p> <p>$ax^2 + bx = 0$</p> <p>$x(ax + b) = 0$</p> <p>$x_1 = 0$</p> <p>$x_2 = -\frac{b}{a}$</p> <p>Если $a = 0$, то $x_1 = 0$, а $x_2 = -\frac{c}{b}$.</p>	<p>Неполное квадратное уравнение: $b = 0$</p> <p>$ax^2 + c = 0$</p> <p>$ax^2 = -c$</p> <p>$x^2 = -\frac{c}{a}$</p> <p>Если $-\frac{c}{a} > 0$, то уравнение имеет два различных корня $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$</p> <p>Если $-\frac{c}{a} = 0$, то уравнение имеет один корень $x = 0$;</p> <p>Если $-\frac{c}{a} < 0$, то уравнение не имеет корней $x \in \emptyset$</p>