Определение числовой функции и способы ее задания

- *Задать функцию – это значит указать **правило**, которое позволяет по произвольно выбранному значению $x \in D(f)$ вычислить соответствующее значение y.*

$$x \xrightarrow{f} y \text{ или } y = f(x)$$

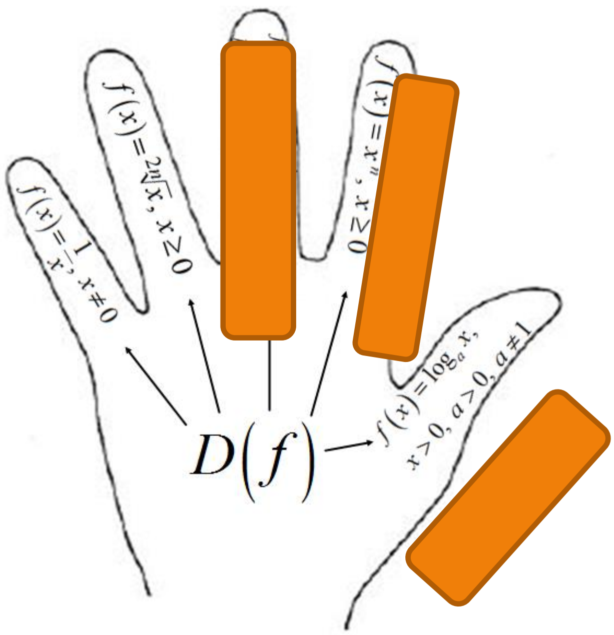
x - независимая переменная (аргумент);

y - зависимая переменная (значение функции);

$D(f)$ - область определения функции, множество допустимых значений независимой переменной;

$E(f)$ - область значений функции, множество значений зависимой переменной при допустимых значениях независимой переменной.

- *Способы задания функции:*
  - *аналитический (с помощью формул)*
  - *графический*
  - *табличный*
  - *словесный (описание)*



Задачи

(учебник «Алгебра и начала анализа. Профильный уровень. Часть 2 Задачник 10 класс» Мордкович А.Г. и др.)

№П.3 **Докажите, что заданная функция является линейной, и найдите ее область определения:**

б)

$$u=\frac{t^4-8t^2+16}{(t+2)(t^2-4)}$$

$$D(u):\begin{cases}t+2\neq 0\\ t^2-4\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t\neq -2\\ t\neq 2\end{cases}$$

$$u=\frac{(t^2-4)^2}{(t+2)(t^2-4)}$$

$u=t-2$ линейная функция, $t\in(-\infty;-2)\cup(-2;2)\cup(2;\infty)$.

в)

$$z=\frac{p^3-4p^2-5p+20}{p^2-5}$$

$D(z)$: $p^2-5\neq 0$, $p\neq\sqrt{5}$, $p\neq -\sqrt{5}$

$$z=\frac{p^2(p-4)-5(p-4)}{p^2-5}$$

$$z=\frac{(p^2-5)(p-4)}{p^2-5}$$

$z=p-4$ линейная функция, $p\in(-\infty;-\sqrt{5})\cup(-\sqrt{5};\sqrt{5})\cup(\sqrt{5};\infty)$.

№П.4 **Докажите, что график данной функции принадлежит прямой, параллельной оси абсцисс; найдите область определения этой функции:**

а)

$$y=\frac{4x-5}{7x-21}-\frac{x-1}{2x-6}$$

$$D(y):\begin{cases}7x-21\neq 0\\ 2x-6\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow x\neq 3$$

$$y=\frac{4x-5}{7(x-3)}-\frac{x-1}{2(x-3)}$$

$y=\frac{1}{14}$ прямая, параллельная оси абсцисс, $x\in(-\infty;3)\cup(3;\infty)$.

№П.5 **Докажите, что график данной функции принадлежит прямой, параллельной оси абсцисс; найдите область определения этой функции и постройте ее график:**

а)

$$y=\frac{x^3+5x^2-4x-20}{x^2+3x-10}$$

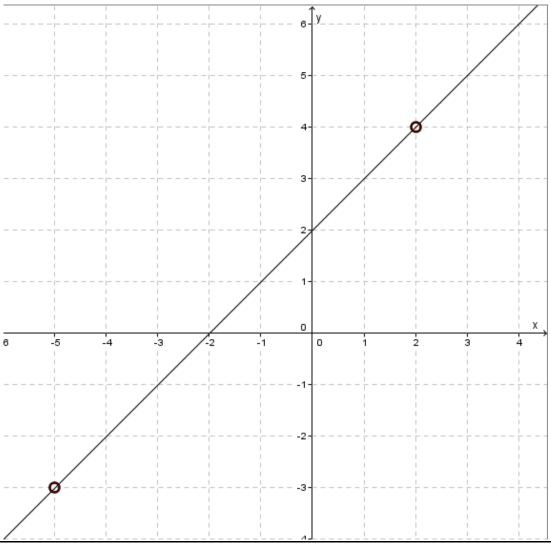
$D(y):\ x^2+3x-10\neq 0,\ x\neq -5,\ x\neq 2$

$$y=\frac{x^2(x+5)-4(x+5)}{(x+5)(x-2)}$$

$y=x+2$ линейная функция

$x\neq -5,\ y(-5)\neq -3$

$x\neq 2,\ y(2)\neq 4$



№7.23 **Найдите область определения функции:**

г)

$$y=\frac{x+2}{x^2+x+12}$$

$D(y):\ x^2+x+12\neq 0,$ верно при любых x, т.к. $D<0$ и $x^2+x+12>0$.

$D(y)=R$ или $x\in R$.

№7.24 **Найдите область определения функции:**

в)

$$y=\frac{\sqrt{x+12}}{x^2-1}$$

$$D(y):\ \begin{cases} x+12\geq 0 \\ x^2-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -12 \\ x\neq 1 \\ x\neq -1 \end{cases} \qquad D(y)=[-12;-1)\cup(-1;1)\cup(1;\infty).$$

г)

$$y=\frac{x-\sqrt{-x^2-7x+8}}{1+\sqrt{x+3}}$$

$$D(y):\ \begin{cases} -x^2-7x+8\geq 0 \\ 1+\sqrt{x+3}\neq 0 \\ x+3\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+8)(x-1)\leq 0 \\ x\geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3\leq x\leq -1 \qquad D(y)=[-3;-1].$$

№7.30 **Пусть** $f(x)=2-\sqrt{1-x};\ g(x)=\dfrac{1+2x}{3+x}$. **Найдите область определения функции:**

а)

$y=f(x)+g(x)$

$$y=2-\sqrt{1-x}+\frac{1+2x}{3+x}$$

$$D(y):\ \begin{cases} 1-x\geq 0 \\ 3+x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 1 \\ x\neq -3 \end{cases} \qquad D(y)=(-\infty;-3)\cup(-3;1].$$

в)

$$y=\frac{f(x)}{g(x)}$$

$$y=\frac{\frac{2-\sqrt{1-x}}{1+2x}}{3+x}$$

$$D(y):\ \begin{cases}1-x\ge 0\\ 1+2x\ne 0\\ 3+x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 1\\ x\ne -\frac{1}{2}\\ x\ne -3\end{cases}\qquad D(y)=(-\infty;-3)\cup\left(-3;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{2};1\right].$$

№7.31 **Пусть** $f(x)=x^2-3x-4;\ g(x)=5x-x^2$**. Найдите область определения функции:**

в)

$$y=\frac{\sqrt{f(x)}}{\sqrt{g(x)}}$$

$$y=\frac{\sqrt{x^2-3x-4}}{\sqrt{5x-x^2}}$$

$$D(y):\ \begin{cases}x^2-3x-4\ge 0\\ 5x-x^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-4)(x+1)\ge 0\\ x(x-5)<0\end{cases}\Leftrightarrow 4\le x<5\qquad D(y)=[4;5)\ .$$

г)

$$y=\sqrt{\frac{g(x)}{f(x)}}$$

$$y=\sqrt{\frac{5x-x^2}{x^2-3x-4}}$$

$$D(y):\ \frac{5x-x^2}{x^2-3x-4}\ge 0\Leftrightarrow\frac{x(x-5)}{(x-4)(x+1)}\le 0\quad D(y)=(-1;0]\cup(4;5].$$