

Вариант №1

1. Доказать тождество: $\frac{(1-\operatorname{tg}x)\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}{1+\operatorname{tg}x}=\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$.

2. Упростить выражение:

а) $\frac{\cos 2x}{\cos^4 x - \sin^4 x} - \frac{\cos^4 x + \sin^4 x}{1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x}$;

б) $(\operatorname{ctg}(6,5\pi - \alpha) \cdot \cos(-\alpha) + \cos(\pi - \alpha))^2 + \frac{2\sin^2(\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}(\alpha - \pi)}$.

3. Найти $\sin(\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = \frac{8}{17}$, $\sin \beta = \frac{15}{17}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$,
 $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$.

4. а) Решите уравнение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 4x\right) + \sqrt{3}\sin(\pi + 2x) = 0$;

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $[\pi; 2\pi]$.

5. Решить уравнение $\frac{\cos 2x + 3}{\sqrt{-\sin x}} = \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 2}{\sqrt{-\sin x}}$.

Вариант №2

1. Доказать тождество: $\frac{\sin \alpha + 2\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)}{2\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \sqrt{3}\cos \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{\operatorname{tg} \alpha}$.

2. Упростить выражение:

а) $\frac{\cos 4\alpha + 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha} \cdot \frac{2}{\sin 4\alpha}$;

б) $\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(\pi - x)\right)^2 + (\cos(1,5\pi - x) + \cos(2\pi - x))^2$.

3. Найти $\cos(\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$,
 $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$, $\cos \beta = -\frac{3}{5}$, $\beta \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

4. а) Решите уравнение $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(\pi + 2x) = 0$;

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -2\pi]$.

5. Решить уравнение $\frac{3 - \cos 2x}{\sqrt{-\cos x}} = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 2}{\sqrt{-\cos x}}$.

Вариант №3

1. Доказать тождество: $\frac{(1+\tg x)\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}{1-\tg x}=\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$.

2. Упростить выражение:

a) $\frac{8\cos 2\alpha}{\sin^2 2\alpha (\ctg^2 \alpha - \tg^2 \alpha)}$;

б) $\left(\frac{\cos(2,5\pi+\alpha)}{\ctg(3\pi-\alpha)} - \sin(-\alpha) \cdot \tg\left(\frac{5\pi}{2}-\alpha\right) \right)^2 + \frac{\tg \alpha}{\tg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$.

3. Найти $\sin(\alpha-\beta)=?$, если $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = \frac{12}{13}$, α и β - острые углы.

4. а) Решите уравнение $\sqrt{2}\cos(\pi+x)-\cos\left(\frac{3\pi}{2}-2x\right)=0$;

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

5. Решить уравнение $\frac{\cos 2x+2}{\sqrt{\sin x}}=\frac{\sqrt{2}\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)+1}{\sqrt{\sin x}}$.

Вариант №4

1. Доказать тождество: $\frac{\sqrt{2}\cos \alpha - 2\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)}{2\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right) - \sqrt{3}\cos \alpha} = \sqrt{2}$.

2. Упростить выражение:

a) $\frac{2\cos^2 \alpha - 1}{8\tg\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\cos^2\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)}$;

б) $\frac{\tg\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) - \cos(\pi-\alpha)\sin(3\pi+\alpha)}{(\cos(3,5\pi+\alpha)+\sin(1,5\pi+\alpha))^2 - 1}$.

3. Найти $\cos(\alpha-\beta)$, если

$$\sin \alpha = -0,6; \alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right); \cos \beta = 0,6; \beta \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right).$$

4. а) Решите уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=\sqrt{2}\cos x$;

б) Укажите корни на промежутке $[-6\pi; -5\pi]$.

5. Решить уравнение $\frac{2-\cos 2x}{\sqrt{\cos x}}=\frac{\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+1}{\sqrt{\cos x}}$.