## Системы линейных уравнений с параметром

- ***Примеры***

№1. При каком значении $a$ система $\begin{cases}(a-2)x-2y=3\\2x-(a+1)y=a+3\end{cases}$ не имеет решений?

---

№2. При каком значении $a$ система $\begin{cases}(a-3)x+4y=5\\2x+(a+4)y=a+6\end{cases}$ имеет бесконечно много решений?

---

№3. Найти все значения $a$, при которых любое решение системы $\begin{cases}2x+y=a\\2x+3y=1\end{cases}$ удовлетворяет неравенству $y^2<2x+3$.

---

№4. Найти все значения $a$, при которых любое решение системы $\begin{cases}ax+y=1\\3x-y=a\end{cases}$ удовлетворяет неравенству $x<y$.

---

№5. Для системы уравнений $\begin{cases}2x-3y=2a^2-6a+2\\3x+2y=3a^2+4a+3\end{cases}$ определите, при каком значении параметра $a$ сумма $x+y$ принимает наименьшее значение.

---

№6. При каких значениях а решение системы $\begin{cases}(a-2)x+2(a^2-2a)y=3a^2+16\\(a^2-2a)x-4(a-2)y=a^3+12a\end{cases}$ удовлетворяет условию $x-8y\le 0$?

---

№7. При каких значениях $a$ и $b$ система уравнений $\begin{cases}a^2x-by=a^2+2b\\4bx-b^2y=4-3b\end{cases}$ имеет бесконечно много решений?

---

№8. Найдите все значения параметра $p$, при которых найдется не менее двух различных значений параметра $q$ таких, что система $\begin{cases}(p-4)x+(p^2-7p+12)y=q^2-6q+5\\(p-1)x+8y=4pq\end{cases}$, имеет бесконечное множество решений.

## ▪ *Тест* Системы линейных уравнений с параметром

№1. Определить значение параметра $p$, при котором система $\begin{cases} -8x+4y=-1 \\ 9x+py=3 \end{cases}$ не имеет решений.

---

№2. Определить значение параметра $p$, при котором система $\begin{cases} -3x-3y=-5 \\ 7x+py=7 \end{cases}$ не имеет решений.

---

№3. При каком значении $a$ система $\begin{cases} (a-1)x-3y=2 \\ 2x+(a-8)y=a+2 \end{cases}$ не имеет решений?

---

№4. При каком значении $a$ система $\begin{cases} (a+3)x+5y=1 \\ -2x+(a+14)y=a+6 \end{cases}$ имеет бесконечно много решений?

---

№5. Найти все значения $a$, при которых любое решение системы $\begin{cases} x+y=a \\ 2x-y=3 \end{cases}$ удовлетворяет неравенству $y^2<x$.

---

№6. Найти все значения $a$, при которых любое решение системы $\begin{cases} ax+ay=2 \\ x+2y=a \end{cases}$ удовлетворяет неравенству $x<y+4$.

---

№7. При каких значениях $p$ и $q$ система уравнений $\begin{cases} px+qy=3p+5 \\ qx+4py=6q-5p \end{cases}$ имеет бесконечно много решений?

---

№8. При каких значениях $a$ и $b$ система уравнений $\begin{cases} b^2x+ay=2b^2+8a \\ ax+a^2y=2,25-5a \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений?

---

№9. При каких значениях $a$ решение системы $\begin{cases} (a-1)x-(a^2-a)y=9-2a^2 \\ (a^2-a)x+3(a-1)y=a^3+18a \end{cases}$ удовлетворяет условию $x+2y\geq 0$?

## ▪ *Ответы (тест)* Системы линейных уравнений с параметром

| №1 | №2 | №3 | №4 | №5 | №6 | №7 | №8 | №9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *-4,5* | *7* | *7* | *-4* | $\left(0,\frac{15}{4}\right)$ | $(-3,0);$ $(1,\infty)$ | $p=10,\ q=20;$ $p=\frac{10}{11},\ q=-\frac{20}{11}$ | $\left(-\frac{9}{8};1\right);\left(-\frac{9}{8};-1\right);$ $\left(\frac{1}{4};1\right);\left(\frac{1}{4};-1\right)$ | $\{-3\};$ $(1;\infty)$ |

*Справочные материалы*

### ✓ *Линейное уравнение*

Линейное уравнение вида $ax=b$, где $x$ - переменная, $a$ и $b$ - параметры, имеет:

- Единственное решение $x=\frac{b}{a}$, если $\begin{cases}a\neq 0\\ b-\text{любое число}\end{cases}$.
- Пустое множество решений, если $\begin{cases}a=0\\ b\neq 0\end{cases}$ и уравнение принимает вид $0\cdot x=b$.
- Бесконечное множество решений, если $\begin{cases}a=0\\ b=0\end{cases}$ и уравнение принимает вид $0\cdot x=0$.

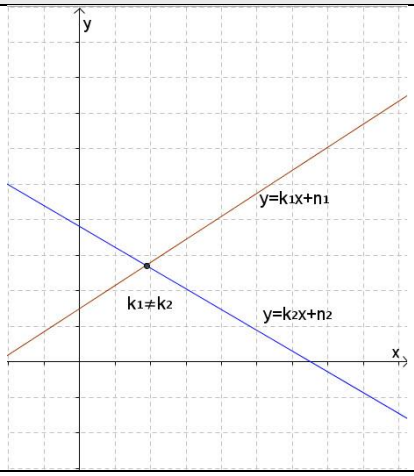
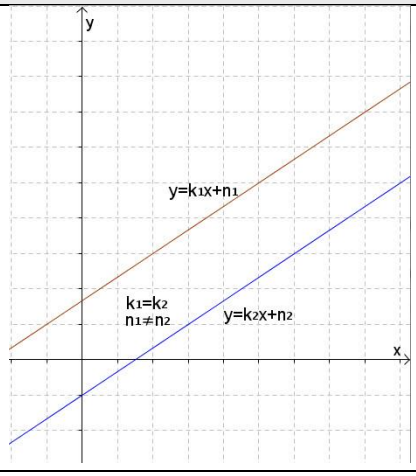
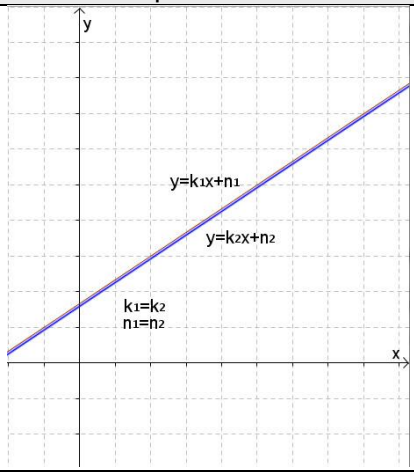
### ✓ *Система линейных уравнений*

Система линейных уравнений вида $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\ a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$ имеет:

- Единственную пару решений $(x;y)$, если $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$.
- Пустое множество решений, если $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$.
- Бесконечное множество решений, если $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$.

*Геометрическая интерпретация*

Графиком линейного уравнения с двумя переменными является прямая.
Тогда система линейных уравнений имеет:

| Единственную пару решений | Пустое множество решений | Бесконечное множество решений |
|---|---|---|
|  |  |  |