Простейшие тригонометрические уравнения и их частные случаи

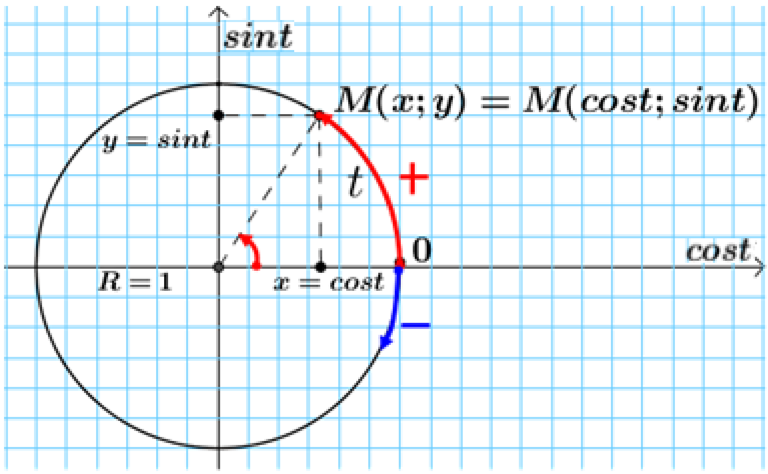
Для успешного решения простейших тригонометрических уравнений и их частных случаев воспользуемся тригонометрическим кругом. Его можно назвать «спасательным» кругом, т.к. он не даст вам утонуть в тригонометрическом океане понятий, значений, формул и т.д.

Пусть точка $M(x;y)$ *принадлежит единичной окружности, тогда*

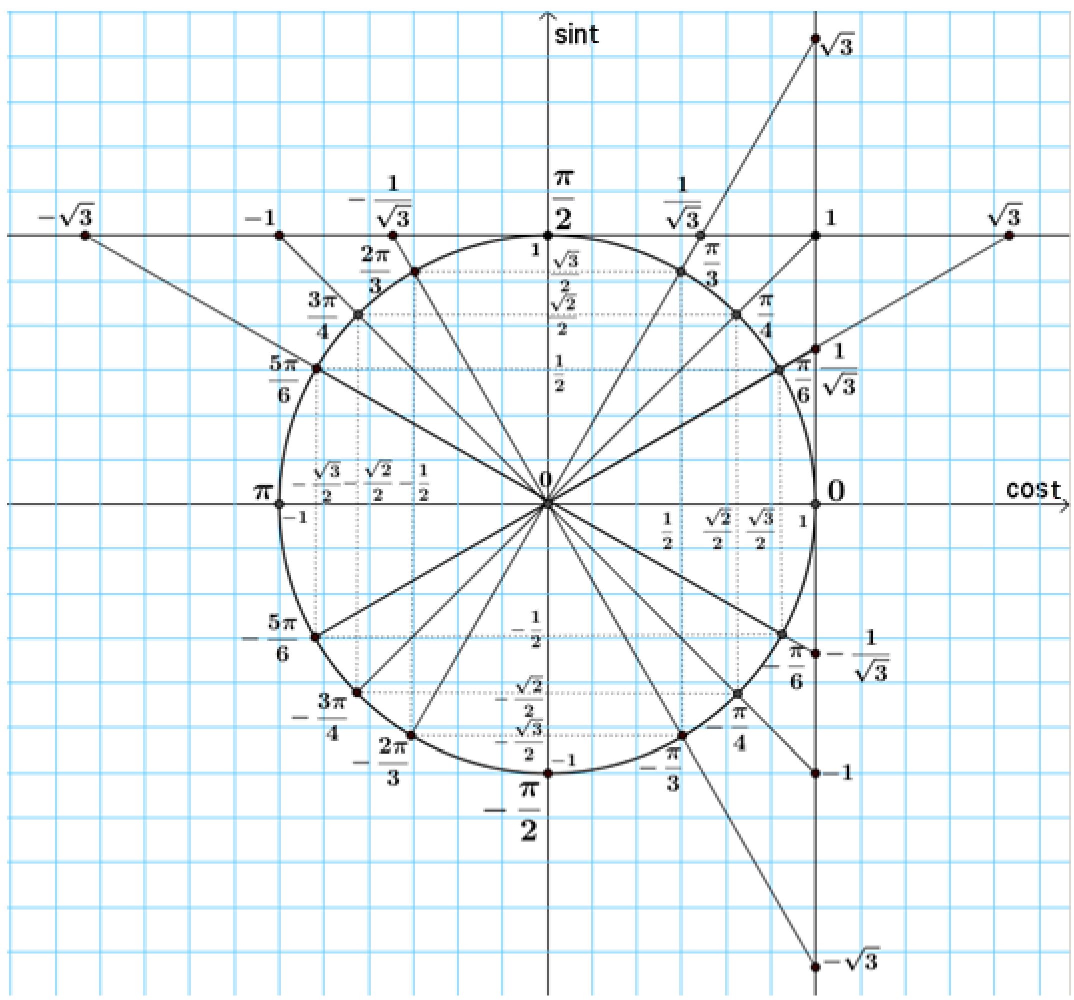
$M(x;y)=M(\cos t;\sin t)$, *где* t *–* *путь, пройденный по окружности от начала отсчета.*

$\cos t = x$ *(абсцисса точки единичной окружности)*

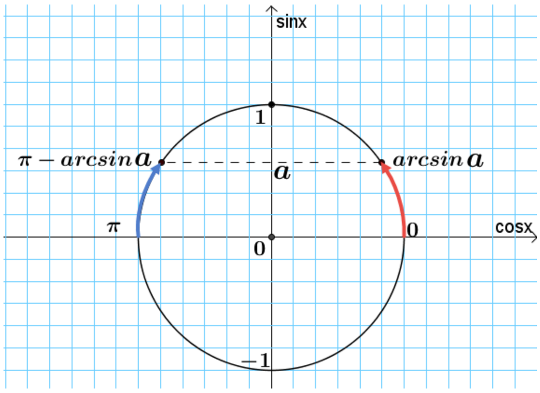
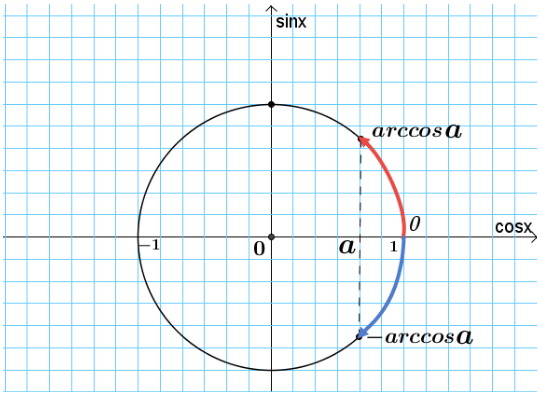
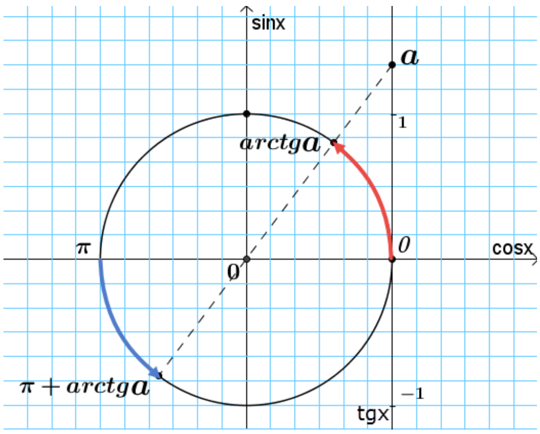
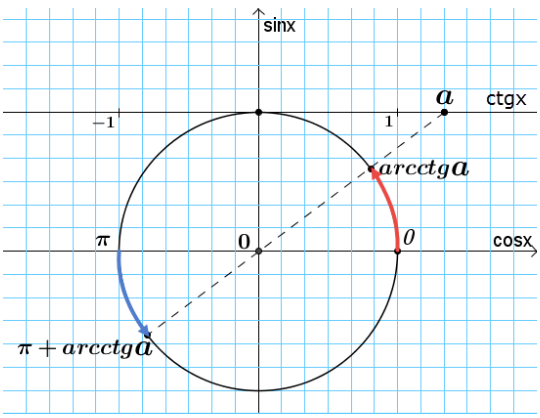
$\sin t = y$ *(ордината точки единичной окружности)*



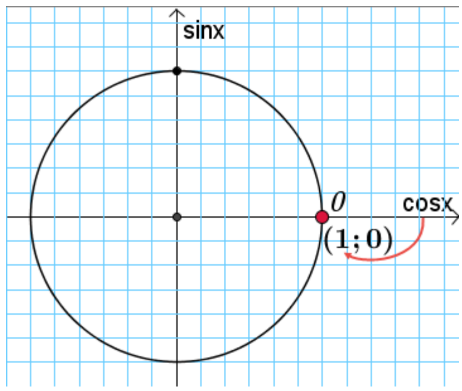
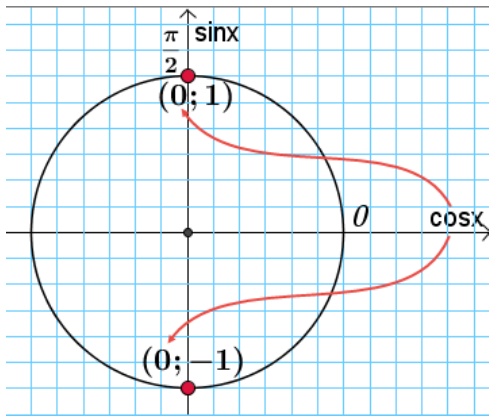
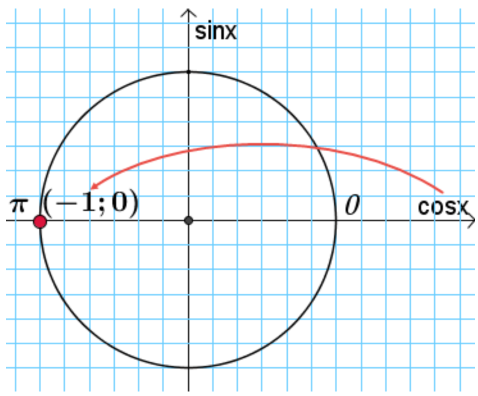
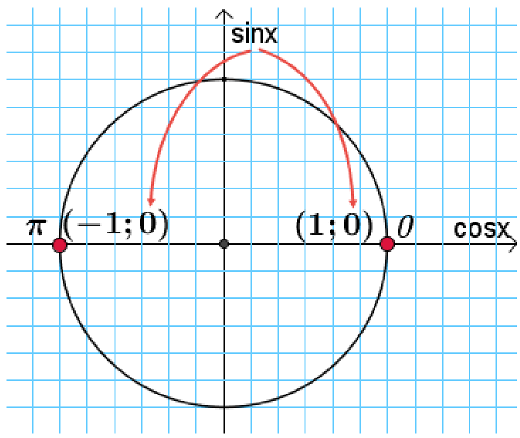
- ***Тригонометрический круг***

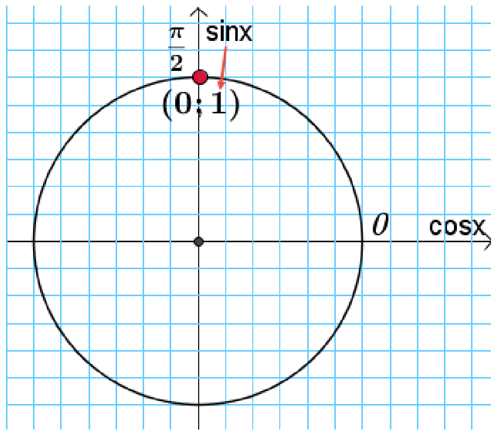
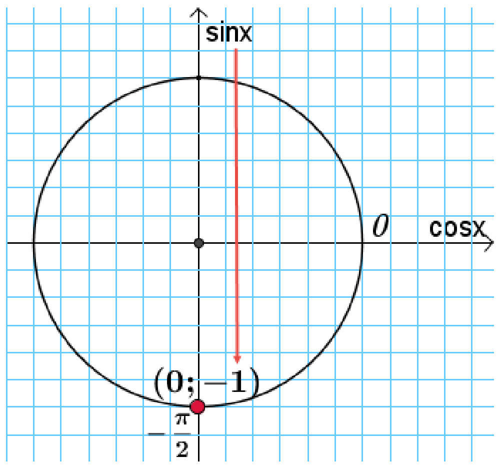


- ***Простейшие тригонометрические уравнения***

Уравнение	Формулы решений	Решение по кругу
$\sin x = a$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ \ n \in Z$ или $\left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + 2\pi k \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi k \end{array}\right.,\ \ k \in Z$ $-1 \le a \le 1$, $\arcsin(-a) = -\arcsin a$	
$\cos x = a$	$x = \pm\arccos a + 2\pi k,\ \ k \in Z$ $-1 \le a \le 1,$ $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$	
$tgx = a$	$x = arctga + \pi k,\ \ k \in Z$ $a \in R,$ $arctg(-a) = -arctga$	
$ctgx = a$	$x = arcctga + \pi k,\ \ k \in Z$ $a \in R,$ $arcctg(-a) = \pi - arcctga$	

- ***Частные случаи решения простейших тригонометрических уравнений***

Уравнение	Формулы решений	Решение по кругу
$\cos x = 1$ *Найдем на круге точку, абсцисса которой равна 1*	$x = 2\pi k$ *На круге одна точка с такой абсциссой, еще раз попадаем на нее через целое число кругов* $2\pi k$ *.*	
$\cos x = 0$ $(ctgx = 0)$ *Найдем на круге точки, абсциссы которых равны 0.*	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ *На круге две точки с такой абсциссой, попадаем на них через полкруга* πk *.*	
$\cos x = -1$ *Найдем на круге точку, абсцисса которой равна -1.*	$x = \pi + 2\pi k$ *На круге одна точка с такой абсциссой, еще раз попадаем на нее через целое число кругов* $2\pi k$ *.*	
$\sin x = 0$ $(tgx = 0\ )$ *Найдем на круге точки, ординаты которых равны 0.*	$x = \pi k$ *На круге две точки с такой ординатой, попадаем на них через полкруга* πk *.*	

$\sin x = 1$ *Найдем на круге точку, ордината которой равна 1.*	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ *На круге одна точка с такой ординатой, еще раз попадаем на нее через целое число кругов* $2\pi k$ *.*	
$\sin x = -1$ *Найдем на круге точку, ордината которой равна 1.*	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ *На круге одна точка с такой ординатой, еще раз попадаем на нее через целое число кругов* $2\pi k$ *.*	

- ***Примеры***

Решить уравнения:

№1. $\sin x = \frac{1}{2}$

№2. $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

№3. $\sin x = 0$

№4. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

№5. $\cos x = -\frac{1}{2}$

№6. $\cos x = -1$

№7. $tgx = 1$

№8. $ctgx = -\sqrt{3}$

№9. $tgx = 0$

Тест

Вариант 1

Решите уравнения:

№1.	$\cos x = 1$	№2.	$\sin x = -1$
№3.	$ctgx = 0$	№4.	$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
№5.	$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	№6.	$tgx = -\sqrt{3}$
№7.	$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$	№8.	$tgx = \sqrt{3}$
№9.	$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	№10.	$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
№11.	$ctgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$		

Вариант 2

№1.	$\sin x = 1$	№2.	$\cos x = 0$
№3.	$tgx = -1$	№4.	$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
№5.	$ctgx = \sqrt{3}$	№6.	$tgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$
№7.	$\cos x = \frac{1}{2}$	№8.	$\sin x = -\frac{1}{2}$
№9.	$ctgx = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	№10.	$tgx = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
№11.	$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$		