

Методы решения целых уравнений (продолжение)

▪ Примеры

Решите уравнения:

№1. $60x - 38x^2 - 3x^3 + x^4 + 400 = 0.$

№2. $(x^2 - x + 1)^4 - 10x^2(x^2 - x + 1)^2 + 9x^4 = 0.$

№3. $(x^2 + 2x - 5)^4 + (x^2 - 4x - 5)^4 = 272x^4.$

№4. а) Решите уравнение $\frac{(x-1)^2}{8} + \frac{8}{(x-1)^2} = 7\left(\frac{x-1}{4} - \frac{2}{x-1}\right) - 1.$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[-2; 3].$

Вариант 1

Решите уравнения:

№1. $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$

№2. $x^4 - 10x^2 - 3x^3 - 45x + 225 = 0$

№3. $(x^2 + 2)^2 + x(x^2 + 2) = 12x^2$

№4. $2x^4 - x^2(x + 2) - (x + 2)^2 = 0$

№5. $(x^2 + x + 1)^2 - 14(x - 1)^2 = 5(x^3 - 1)$

№6. $(\sqrt{x} + 1)^4 + (\sqrt{x} - 3)^4 = 32$

№7.

а) Решите уравнение $\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{18}{(x-2)^2} = 7\left(\frac{x-2}{2} - \frac{3}{x-2}\right) + 10$.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[-2; 2]$.

Вариант 2

Решите уравнения:

№1. $x^4 - 7x^3 + 12x^2 - 7x + 1 = 0$

№2. $x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 12x + 4 = 0$

№3. $3x(x^2 + 1) + (x^2 - 4x + 1)^2 = 12x^2$

№4. $3x^4 + 2x^2(x - 2) - (x - 2)^2 = 0$

№5. $10(x^2 - x + 1)^2 - 3(x + 1)^2 = 7(x^3 + 1)$

№6. $(\sqrt{x} - 4)^4 + (\sqrt{x} - 8)^4 = 32$

№7.

а) Решите уравнение $\frac{(x+3)^2}{5} + \frac{20}{(x+3)^2} = 8\left(\frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3}\right) + 1$.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[-6; -4]$.

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7
Вар.1	$1; \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$	$3 \text{ и } 5$	$1; 2; -2 \pm \sqrt{2}$	$-1; 2$	$2; 4; \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$	1	а) $-1; 4; 6 \pm \sqrt{22}$ б) $-1; 6 - \sqrt{22}$
Вар.2	$1; \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$	$2 \pm \sqrt{2}$	$2 \pm \sqrt{3}$	$-2; 1$	$0 \text{ и } 2$	36	а) $-5; 2; \frac{-1 \pm \sqrt{65}}{2}$ б) $-5; -\frac{1 + \sqrt{65}}{2}$

Справочные материалы

✓ Уравнение вида $a \cdot f^2(x) + b \cdot f(x) \cdot g(x) + c \cdot g^2(x) = 0$ называют **однородным второй степени**.

Найдите те значения переменной, при которых $f(x) = 0$ или $g(x) = 0$.

Проверкой установите: является или нет, это значение корнем уравнения.
Сводим к квадратному уравнению делением на одно из выражений в квадрате: $f^2(x)$ или $g^2(x)$.

$$a \cdot f^2(x) + b \cdot f(x) \cdot g(x) + c \cdot g^2(x) = 0 \quad | :g^2(x)$$

$$a \cdot \frac{f^2(x)}{g^2(x)} + b \cdot \frac{f(x) \cdot g(x)}{g^2(x)} + c = 0$$

$$a \cdot \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)^2 + b \cdot \frac{f(x)}{g(x)} + c = 0$$

$$t = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$a \cdot t^2 + b \cdot t + c = 0$$

✓ В уравнениях вида $(x-a)^4 + (x-b)^4 = c$ рекомендуется делать замену $t = x - \frac{a+b}{2}$.