Методы решения целых уравнений с модулем

- ***Примеры*** Решите уравнения:

№1. $x^2-3\sqrt{x^2}+2=0$.

№2. $x^2+6x-4|x+3|-12=0$.

№3. $|3x^2+5x-9|=|6x+15|$.

№4. $|x^4+6x^3+5x^2|=-x^4-6x^3-5x^2$.

№5. $|x^4-4x^3-5x^2|=45+36x-9x^2$.

Вариант 1

Решите уравнения:

№1.	$x^2+\lvert x\rvert-2=0$	№2.	$x^2+\sqrt{x^2}-12=0$
№3.	$2(x-3)^2-5\lvert x-3\rvert+2=0$	№4.	$\lvert x^4-5x^3+4x^2\rvert=20x-4x^2-16$
№5.	$\lvert x^4-9x^3+14x^2\rvert=9x^2-14x^2-x^4$	№6.	$\lvert x^2-5x+4\rvert=\lvert x^2-4\rvert$

Вариант 2

Решите уравнения:

№1.	$x^2+\sqrt{x^2}-30=0$	№2.	$5(2x-1)^2-7\lvert 2x-1\rvert-6=0$
№3.	$x^2-4x-2\lvert x-2\rvert+1=0$	№4.	$\lvert x^4-6x^3+8x^2\rvert=54x-9x^2-72$
№5.	$\lvert x^4-7x^3+6x^2\rvert=7x^3-6x^2-x^4$	№6.	$\lvert x^2-8x+5\rvert=\lvert x^2-5\rvert$

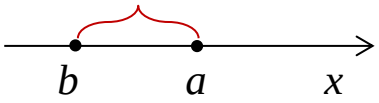
▪ ***Ответы (тест)*** Методы решения целых уравнений с модулем

	№1	№2	№3	№4	№5	№6
Вар.1	±1	±3	*5; 1; 2,5 и 3,5*	*1; 2 и 4*	$\{0\}\cup[2;7]$	*0; 1,6 и 2,5*
Вар.2	±5	*-0,5 и 1,5*	*-1 и 5*	*2; 3 и 4*	$\{0\}\cup[1;6]$	*0; 1,25 и 4*

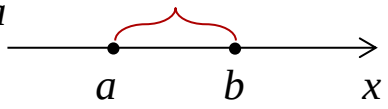
✓ *Модуль - это расстояние между точками a и b.*

$$\boxed{|a-b| = \rho(a;b)}$$

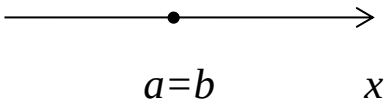
$|a-b| = a-b$, если $a > b$



$|a-b| = b-a$, если $b > a$



$|a-b| = 0$, если $b = a$



Т.к. расстояние - это геометрическая величина, и оно принимает только неотрицательные значения, то $\boxed{|a-b| \geq 0}$

✓ ***Правило раскрытия модуля***

$$\boxed{|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}}$$

Если подмодульное выражение больше или равно нулю, то модуль раскрываем со знаком «плюс»;

Если подмодульное выражение меньше нуля, то модуль раскрываем со знаком «минус».

✓ ***Некоторые свойства модуля***

$$|x|^2 = x^2$$
$$\sqrt{x^2} = |x|$$
$$|x| = |-x|$$
$$|x| \geq 0$$

✓ *Основные эквивалентности*

1.

$$\boxed{|f(x)|=a}$$

$a>0$: $\left[\begin{array}{l} f(x)=a \\ f(x)=-a \end{array}\right.$

$a=0$: $f(x)=0$

$a<0$: $x\in\varnothing$

2.

$$\boxed{|f(x)|=|g(x)| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=g(x) \\ f(x)=-g(x) \end{array}\right.}$$

3. $\boxed{|f(x)|=g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x)\geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} f(x)=g(x) \\ f(x)=-g(x) \end{array}\right. \end{cases}}$ *или* $|f(x)|=g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x)\geq 0 \\ f(x)=g(x) \end{cases} \\ \begin{cases} f(x)<0 \\ f(x)=-g(x) \end{cases} \end{array}\right.$