

## Методы решения целых уравнений с несколькими модулями

## ▪ Примеры

Решите уравнения:

№1.  $|x+1|+|x-5|=8.$

---

№2.  $|x^2-4x|-|x-3|=7.$

---

№3.  $|x^2-25|+|100-x^2|=75.$

---

№4.  $\sqrt{(5x-3)^2}-\sqrt{(7x-4)^2}=2x-1.$

---

№5.  $|x^2+x-20|+|x^2-11x+28|=2|x^2-5x+4|.$

## Вариант 1

Решите уравнения:

№1.  $|x-1|+|x+7|=12$

№2.  $\sqrt{x^2-4x+4}=|2x+2|+1$

№3.  $2|x^2+4x|-|x-5|+5=0$

№4.  $3|1-x|-x-12=|2x+3|$

№5.  $|x^2+3x-4|+|x^2+3x-28|=24$

## Вариант 2

Решите уравнения:

№1.  $|x+3|+|x-1|=10$

№2.  $\sqrt{4x^2+4x+1}-3=|x-2|$

№3.  $|x^2-64|+|169-x^2|=105$

№4.  $|5-2x|+|x+3|=2-3x$

№5.  $|x^2-16|+|x+4|=x^2+x-12$

	№1	№2	№3	№4	№5
Вар.1	-9 и 3	-3 и -1/3	-4,5; -3,5 и 0	-3	$[-7;-4] \cup [1;4]$
Вар.2	-6 и 4	-6 и 4/3	$[-13;-8] \cup [8;13]$	$(-\infty;-3] \cup \left\{\frac{2}{3}\right\}$	$\{-4\} \cup [4;\infty)$

✓ **Правило раскрытия модуля**

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

→ Если подмодульное выражение больше или равно нулю, то модуль раскрываем со знаком «плюс»;

→ Если подмодульное выражение меньше нуля, то модуль раскрываем со знаком «минус».

✓ **Некоторые свойства модуля**

$$|x| \geq 0$$

$$|x|^2 = x^2$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$|x| = |-x|$$

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

✓ **Основные эквивалентности**

1.

$$|f(x)| = a$$

$$a > 0$$

$$\begin{cases} f(x) = a \\ f(x) = -a \end{cases}$$

$$a = 0$$

$$f(x) = 0$$

$$a < 0$$

$$x \in \emptyset$$

2.

$$|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$

3.

$$|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$

или

$$|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \\ f(x) < 0 \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$