Квадратные уравнения с параметром

- ***Примеры***

№1. Вычислить $\frac{x_1^2}{x_2}+\frac{x_2^2}{x_1}$, где x_1 и x_2 корни уравнения $2x^2+6x+1=0$.

№2. Найти значение p, если корни уравнения $2x^2-5x+p=0$ удовлетворяют условию $\frac{x_1^2}{x_2}+\frac{x_2^2}{x_1}=\frac{65}{8}$.

№3. Найти значение a, при котором сумма кубов корней уравнения $2x^2-4x+a=0$ равна 7/2.

№4. Найти целое значение a, при котором один из корней уравнения $x^2-(a+2)x+5a-15=0$ в три раза больше другого.

№5. В уравнении $x^2+bx+45=0$ найти коэффициент b, если корни уравнения находятся в зависимости $\frac{x_1+1}{x_2+1}=2$.

Вариант 1

№1. Вычислить $x_1 \cdot x_2^4 + x_1^4 \cdot x_2$, где x_1 и x_2 корни уравнения $2x^2 + 3x - 4 = 0$.

№2. Вычислить $\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2}$, где x_1 и x_2 корни уравнения $2x^2 - 7x + 2 = 0$.

№3. Найти значение p, если корни уравнения $6x^2 + 3x - p = 0$ удовлетворяют условию $x_1 \cdot x_2^4 + x_1^4 \cdot x_2 = \frac{63}{8}$.

№4. Найти значение a, при котором сумма квадратов корней уравнения $2x^2 - 10x + a = 0$ равна 17.

№5. Найти целое значение a, при котором один из корней уравнения $x^2 - (a+1)x + 3a - 6 = 0$ в два раза больше другого.

№6. В уравнении $2x^2 + bx - 15 = 0$ найти коэффициент b, если корни уравнения находятся в зависимости $\left(x_2 + \frac{1}{2}\right)(x_1 - 1) = -12$.

Вариант 2

№1. Вычислить $x_1^2 \cdot x_2^5 + x_1^5 \cdot x_1^2$, где x_1 и x_2 корни уравнения $2x^2 + 4x - 1 = 0$.

№2. Вычислить $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$, где x_1 и x_2 корни уравнения $2x^2 - 8x + 1 = 0$.

№3. Найти значение p, если корни уравнения $3x^2 - 2px - 15 = 0$ удовлетворяют условию $x_1 \cdot x_2^3 + x_2 \cdot x_1^3 = -\frac{530}{9}$.

№4. Найти значение a, при котором разность квадратов корней уравнения $3x^2 + x + a = 0$ равна 7/9.

№5. Найти все значения b, при которых корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 - (2b-1)x + b^2 - b - 6 = 0$ удовлетворяют условию $x_1^2 + x_2^2 = 37$.

№6. В уравнении $3x^2 - 7x + b = 0$ найти коэффициент b, если корни уравнения находятся в зависимости $\left(x_1 + \frac{2}{3}\right)(x_2 - 1) = 1$.

	№1	№2	№3	№4	№5	№6
Вар.1	***24,75***	***32,375***	***13,5***	***8***	***8***	***1 и 7***
Вар.2	***-2,75***	***464***	***-2 и 2***	***-4***	***-3 и 4***	***2***

Справочные материалы

✓ *Уравнение вида* $ax^2+bx+c=0$ *, где* $a,\ b,\ c-$ *некоторые числа* $(a\neq 0)$*, называется* ***квадратным уравнением.***

✓ *Способы решения квадратного уравнения*

Для любых коэффициентов	Для четного коэффициента перед x	Формулы Виета	Неполное квадратное уравнение: $c=0$	Неполное квадратное уравнение: $b=0$
Дискриминант: $D=b^2-4ac$ Если $D>0$, то уравнение имеет два различных корня: $x_{1,\,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ Если $D=0$, то уравнение имеет два совпадающих решения: $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$. Если $D<0$, то уравнение не имеет корней $x\in\varnothing$.	Дискриминант: $\dfrac{D}{4}=\left(\dfrac{b}{2}\right)^2-ac$ Формула корней: $x_{1,\,2}=\dfrac{-\dfrac{b}{2}\pm\sqrt{\dfrac{D}{4}}}{a}$	$D>0$ и $x_1,\ x_2-$ корни уравнения $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$ $x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$ Если $a=1$, то уравнение называется приведенным, тогда $x_1+x_2=-b$ $x_1\cdot x_2=c$	$ax^2+bx=0$ $x(ax+b)=0$ $x_1=0$ $x_2=-\dfrac{b}{a}$	$ax^2+c=0$ $ax^2=-c$ $x^2=-\dfrac{c}{a}$ Если $-\dfrac{c}{a}>0$, то уравнение имеет два различных корня $x_{1,2}=\pm\sqrt{-\dfrac{c}{a}}$ Если $-\dfrac{c}{a}=0$, уравнение имеет один корень $x=0$; Если $-\dfrac{c}{a}<0$, то уравнение не имеет корней $x\in\varnothing$

✓ *Формулы сокращенного умножения (ФСУ)*

1. $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ *разность квадратов*
2. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ *квадрат разности*
3. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ *квадрат суммы*
4. $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)=(a-b)\left((a-b)^2+3ab\right)$ *разность кубов*
5. $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)=(a+b)\left((a+b)^2-3ab\right)$ *сумма кубов*
6. $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$ *куб суммы*
7. $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=a^3-b^3-3ab(a-b)$ *куб разности*