Графический способ решения уравнений с модулем и параметром. Кусочно-линейные функции

▪ *Примеры*

№1. При каком значении a уравнение $|3x-7|=2a-13$ имеет единственное решение?

№2. Найти все значения параметра a, при которых графики функций $y=\frac{|x+3|}{x+3}$ и $y=|x+a|$ имеют одну общую точку.

№3. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $|2x-a|+1=|x+3|$ имеет ровно один корень.

№4. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $\big||x+2|-1\big|-3\big|=3+|x+a|$ имеет единственное решение.

№5. При каких значениях параметра a уравнение $x-a=\big||2x|-1\big|$ имеет ровно три корня?

№6. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $2\big|2|x|-a^2\big|=x-a$ имеет ровно три различных решения.

№7. Найти значения k, для которых уравнение $|x-3|-|x+5|=k-x$ имеет два решения.

№8. Найти все значения a, при которых уравнение $|x+2|=ax+1$ имеет единственное решение.

№9. При каких значениях параметра a уравнение $x+2=a|x-1|$ имеет единственное решение?

№10. Найти значения k, для которых уравнение $|x-5|-|x-1|=kx+1$ имеет единственное решение.

№11. Найдите все значения a, для каждого из которых уравнение $|2x+6|+|2x-8|=ax+12$ имеет единственное решение.

▪ *Тест* Графический способ решения уравнений с модулем и параметром. Кусочно-линейные функции

№1. При каком значении *m* уравнение $|8x-8|=m-36$ имеет единственное решение?

№2. Найти все значения параметра *a*, при которых графики функций $y=\dfrac{x+4}{|x+4|}$ и $y=(x+a)^2$ имеют одну общую точку.

№3. Найдите все значения *a*, при каждом из которых уравнение $1=|x-3|-|2x+a|$ имеет ровно один корень.

№4. Найдите все значения параметра *a*, при которых уравнение $\big||x-3|+2\big|-3\big|=1+|x-a|$ имеет единственное решение.

№5. При каких значениях параметра *a* уравнение $a+3x=\big||5x|-10\big|$ имеет ровно три корня?

№6. Найти все значение *a*, при которых уравнение $x-\dfrac{a}{2}=4\big|4|x|-a^2\big|$ имеет четыре решения.

№7. Найти значения *k*, для которых уравнение $|x+3|-|x-4|=\dfrac{x}{3}+k$ имеет два решения.

№8. Найти все значения *a*, при которых уравнение $|x-4|=ax+2$ имеет единственное решение.

№9. При каких значениях параметра *a* уравнение $x+1=a|x-3|$ имеет единственное решение?

№10. Найти все значения *a*, при которых уравнение $\dfrac{|x+1|}{x+1}-2=-ax+a$ имеет два решения.

№11. При каких значениях параметра *a* уравнение $|x+2|+a|x-1|=3$ имеет единственное решение?

№12. Найти значения *k*, для которых уравнение $|x+2|-|x-3|=kx$ имеет три решения

- ***Ответы (тест)*** Графический способ решения уравнений с модулем и параметром. Кусочно-линейные функции

№1	№2	№3	№4	№5	№6
36	$[3;5)$	***-8; -4***	$a<1,\ a=3,\ a>5$	***6; 10***	$\left(-2;-\frac{1}{8}\right)$
№7	**№8**	**№9**	**№10**	**№11**	
-6 и $5\frac{2}{3}$	$(-\infty;-1);\{-0,5\};[1;\infty)$	$(-1;1]$	$\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$	$a<-1;$ $a>1$	$\left(0;\frac{5}{3}\right)$

Справочные материалы

Графическая иллюстрация облегчает решение уравнений с параметром. Рекомендуется, по возможности, собрать в одной стороне уравнения выражения, содержащие параметр, а в другой стороне - без параметра.

- ***Уравнение*** $f(x;a)=g(x)$ ***равносильно системе уравнений*** $\begin{cases} y=f(x;a) \\ y=g(x) \end{cases}$***, где функция*** $y=f(x;a)$ ***задает на плоскости*** $(x;y)$ ***семейство кривых, зависящих от параметра.***

- *График функции* $y=f(x+a)+b$ *получается из графика функции* $y=f(x)$ *параллельным переносом:*
  на $|a|$ *вправо, если* $a<0$*; на* $|a|$ *влево, если* $a>0$*;*
  на $|b|$ *вверх, если* $b>0$*; на* $|b|$ *вниз, если* $b<0$.