

Размещение на сайте mathcourse.ru

- Тематические курсы/Уравнения/Тригонометрические /Методы решения
- ЕГЭ Профиль/*Задание №13*/ Тригонометрические уравнения
- Алгебра 10 / Тригонометрические уравнения/*Методы решения*

Методы решения тригонометрических уравнений

1. Разложение на множители
2. Уравнения из Диагностик для профильных классов
3. Формулы понижения степени, двойной угол
4. Синус и косинус суммы и разности аргументов
5. Подготовка к ЕГЭ-2024э Задание №13

1. Разложение на множители

Примеры

- №1. а) Решите уравнение $2 \sin^3 x - 2 \sin x + \cos^2 x = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$.

- №2. а) Решите уравнение $4 \cos^3 x + 3 = 4 \cos^2 x + 3 \cos x$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$.

- №3. а) Решите уравнение $2 \cos^3 x + \sqrt{3} \cos^2 x + 2 \cos x + \sqrt{3} = 0$.
 б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$.

- №4. а) Решите уравнение $4 \sin^3 x + 4\sqrt{3} \cos^2 x + 3 \sin x = 4\sqrt{3}$.
 б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$.

- №5. а) Решите уравнение $\cos 2x - \sin 2x = \cos x + \sin x + 1$.
 б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi \right]$.

- №6. а) Решите уравнение $(2 - 3x - 2x^2)(2 \sin x - \sqrt{3}) = 0$.
 б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2} \right]$.

- №7. а) Решите уравнение $2x \cos x - 8 \cos x + x - 4 = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi \right]$.

- №8. а) Решите уравнение $(4x^2 + 16x + 15) \left(\cos x \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} + x \right) - 0,5 \right) = 0$.
 б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$.

▪ **Тест** 1. ЕГЭ Профиль Задание №13. Разложение на множители

- №1. а) Решите уравнение $2 \cos x - 2 \cos^3 x + \sin^2 x = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

- №2. а) Решите уравнение $4 \sin^3 x + 1 = 4 \sin^2 x + \sin x$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 2\pi]$.

- №3. а) Решите уравнение $2 \cos^3 x - \cos^2 x + 2 \cos x - 1 = 0$.
 б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

- №4. а) Решите уравнение $7 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 4\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x = 4 \cos^3 x$.
 б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

- №5. а) Решите уравнение $(3x^2 - 19x + 20)(2 \cos x + \sqrt{3}) = 0$.
 б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

- №6. а) Решите уравнение $(2x^2 - 15x + 18)\left(\sin x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 0,25\right) = 0$.
 б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

▪ **Ответы (тест)** 1. ЕГЭ Профиль Задание №13. Разложение на множители

№1	№2	№3	№4	№5	№6
а) πn , $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; б) $3\pi, \frac{10\pi}{3}, 4\pi$.	а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$; б) $\frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$.	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$; б) $\frac{7\pi}{3}$.	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ б) $-\frac{5\pi}{2}, -\frac{7\pi}{3}, -\frac{3\pi}{2}$.	а) $5, \frac{4}{3}$, $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$; б) $5, \frac{17\pi}{6}$.	а) $1,5; 6$; $\frac{\pi}{12} + \pi k$, $\frac{5\pi}{12} + \pi k$ б) $6; \frac{13\pi}{12}; \frac{17\pi}{12}$

2. Уравнения из Диагностик для профильных классов

Примеры

№1. а) Решите уравнение $4 \cos \frac{x}{2} \cdot \cos x = \frac{\cos x}{\sin \frac{x}{2}}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\pi]$.

№2. а) Решите уравнение $\frac{\sin x}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 4 \sin^2 \frac{x}{2}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$.

№3. Решите уравнение $\operatorname{ctg} 2x \cdot \sin 4x + \cos x = \cos 4x - \sqrt{3} \sin x$.

№4. Решите уравнение $\frac{\cos^2 x + \sin^2 0,5x - 1}{\operatorname{ctg} x} = 0$.

№5. Решите уравнение $\frac{4 \sin x - 2 \cos 2x - 1}{\cos 2x - \sqrt{3} \cos x - 2} = 0$.

№6. Решите уравнение $\operatorname{tg} 4x \cdot \sin^4 \left(\frac{x}{2} - \frac{3\pi}{16} \right) - \operatorname{tg} 4x \cdot \cos^4 \left(\frac{x}{2} - \frac{3\pi}{16} \right) = 0$.

№7. Решите уравнение $\operatorname{ctg} 3x \cdot \sin^4 \left(\frac{x}{2} + \frac{7\pi}{12} \right) - \operatorname{ctg} 3x \cdot \cos^4 \left(\frac{x}{2} + \frac{7\pi}{12} \right) = 0$.

№8. Решите уравнение $\frac{\sin 2x - \sin \left(x - \frac{\pi}{2} \right)}{\operatorname{tg} \left(2x + \frac{\pi}{6} \right)} = 0$.

№9. Решите уравнение $\frac{4 \sin^2 \left(\frac{\pi x}{6} \right) + 2 \cos^2 \left(\frac{\pi x}{6} \right)}{\sqrt{x^2 - 100}} = \frac{3\sqrt{3} - \sin \left(\frac{\pi x}{3} \right)}{\sqrt{3x^2 - 300}}$. В ответе запишите наименьший положительный корень.

▪ **Тест** 2. Уравнения из Диагностик для профильных классов

№1. а) Решите уравнение $4 \cos x \cdot \cos 2x = \frac{\cos 2x}{\sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$.

№2. а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x - \sqrt{2} \cos x}{\operatorname{tg} x + 1} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi \right]$.

№3. Решите уравнение $\operatorname{tg} 3x \cdot \sin 6x + \cos x = \sin x - \cos 6x$.

№4. Решите уравнение $\frac{\cos^2 x + \cos^2 2x - 1}{\operatorname{ctg} 2x} = 0$.

№5. Решите уравнение $\frac{2 \cos 2x - 4 \cos x - 1}{\cos 2x + \sqrt{3} \sin x + 2} = 0$.

№6. Решите уравнение $\operatorname{tg} 2x \cdot \sin^4 \left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8} \right) - \operatorname{tg} 2x \cdot \cos^4 \left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8} \right) = 0$.

Ответы (тест) 2. Уравнения из Диагностик для профильных классов

№1	№2	№3	№4	№5	№6
<p>а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, \frac{\pi}{12} + \pi k,$ $\frac{5\pi}{12} + \pi k;$</p> <p>б) $\frac{13\pi}{12}, \frac{5\pi}{4}, \frac{17\pi}{12}$</p>	<p>а) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n;$</p> <p>б) $\frac{17\pi}{4}$</p>	<p>$\pi + 2\pi n$</p>	<p>$\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$</p>	<p>$\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$</p>	<p>$\frac{\pi m}{2}$</p>

3. Формулы понижения степени, двойного угла.

Примеры

№1. а) Решите уравнение $\sin x - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin 2x = \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

№2. Решите уравнение $4 \cos^3 \left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 6 \sin x + 1 = \cos 2x$.

№3. а) Решите уравнение $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \cos 2x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

№4. а) Решите уравнение $\sin^4 \frac{x}{4} - \cos^4 \frac{x}{4} = \cos \left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -\pi]$.

№5. Решите уравнение $1 - 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) = \sin 2x$.

№6. Решите уравнение $2 \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) \cdot \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) - \sin 2x = 0$.

№7. а) Решите уравнение $\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + x\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

№8. а) Решите уравнение $\cos^2 \left(\frac{5\pi}{6} - x\right) = \cos^2 \left(\frac{5\pi}{6} + x\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

№9. а) Решите уравнение $2 \sin^2 \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin^2 \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \cos^4 x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -2\pi]$.

№10. а) Решите уравнение $\sin 2x + 2 \cos^2 x + \cos 2x = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

№11. а) Решите уравнение $2 \sin 2y - 2 \cos 2y \cdot \cos y = \cos y$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие множеству значений функции $f(x) = \pi - 2 \arccos x$.

№12. а) Решите уравнение $\cos 3x \sin 3x = \cos \frac{\pi}{3} \cos \left(12x + \frac{3\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right]$.

▪ Тест 3. Формулы понижения степени, двойного угла

№1. а) Решите уравнение $\sin 2x + \sin x = \cos x + \frac{1}{2}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

№2. Решите уравнение $4 \sin^3 \left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \cos 2x + 2 \cos(\pi + x) = 1$.

№3. а) Решите уравнение $\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \cos 2x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

№4. а) Решите уравнение $\cos^4 \frac{x}{4} - \sin^4 \frac{x}{4} = \sin \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 5\pi]$.

№5. а) Решите уравнение $\sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + x\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

№6. а) Решите уравнение $\sin^2 \left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin^2 \left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{4}\right) = 0,375 \cdot \sin^2 \left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; \pi]$.

№7. а) Решите уравнение $\cos^2\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)=\cos^2\left(\frac{2\pi}{3}+x\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

№8. а) Решите уравнение $3\cos^2\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\cos^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=\cos^4 x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3\pi; 4\pi]$.

№9. а) Решите уравнение $2\sin y \cdot \cos 2y - 3\sin 2y = 2\sin y$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие множеству значений функции

$$f(x) = \arcsin x - \frac{\pi}{2}.$$

№10. а) Решите уравнение $\cos 2x \sin 2x \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{4} \cos\left(8x - \frac{3\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{8\pi}{3}; \frac{10\pi}{3}\right]$.

■ **Ответы (тест)** 3. Формулы понижения степени, двойного угла

№1.	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; б) $-\frac{11\pi}{6}, -\frac{4\pi}{3}, -\frac{7\pi}{6}$.
№2.	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, 2\pi n, \frac{\pi}{2} + \pi k$.
№3.	а) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, 2\pi n$; б) $-\frac{4\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, 0$.
№4.	а) $\pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi n, 2\pi + 4\pi k$; б) $2\pi, \frac{10\pi}{3}, \frac{14\pi}{3}$.
№5.	а) $\frac{\pi k}{2}$; б) $\frac{5\pi}{2}, 3\pi, \frac{7\pi}{2}, 4\pi$.
№6.	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$; б) $-\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$.
№7.	а) $\frac{\pi k}{2}$; б) $-\frac{5\pi}{2}, -2\pi, -\frac{3\pi}{2}, -\pi$.
№8.	а) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k, \frac{\pi}{2} + \pi n$; б) $\frac{19\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}, \frac{23\pi}{6}$.
№9.	а) $\pi k, \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$; б) $-\pi, -\frac{2\pi}{3}, 0$.
№10.	а) $\frac{\pi k}{4}, \pm \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi k}{2} \quad k \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{65\pi}{24}, \frac{11\pi}{4}, \frac{67\pi}{24}, 3\pi, \frac{77\pi}{24}, \frac{13\pi}{4}, \frac{79\pi}{24}$.

4. Синус и косинус суммы и разности аргументов

▪ Примеры

№1. а) Решите уравнение $\sin \frac{7x}{2} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{7x}{2} \cos \frac{x}{2} = \cos^2 3x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$.

№2. а) Решите уравнение $\cos^2 x + \sin x = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2} \right]$.

№3. а) Решите уравнение $2 \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) - 2\sqrt{3} \cos^2 x = \cos x - 2\sqrt{3}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi \right]$.

№4. а) Решите уравнение $2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - \sqrt{3} \cos 2x = \sin x + \sqrt{3}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$.

№5. а) Решите уравнение $\sin x + 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \sin 2x + 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right]$.

№6. а) Решите уравнение $\cos x + 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) - 1 = \sqrt{3} \sin 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[4\pi; \frac{11\pi}{2} \right]$.

№7. а) Решите уравнение $\sqrt{6} \cos x + 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) + \sqrt{3} = \sin 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2} \right]$.

№8. а) Решите уравнение $8 \sin^2 \left(\frac{7\pi}{12} + x \right) - 2\sqrt{3} \cos 2x = 5$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2} \right]$.

№9. а) Решите уравнение $\sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \cos x + \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \cdot \sin x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi \right]$.

№10. а) Решите уравнение $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

№11. а) Решите уравнение $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

№12. а) Решите уравнение $2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}\sin x = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2}\cos x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-6\pi; -5\pi]$.

№13. а) Решите уравнение $8\cos x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{48}\sin^2 x = 9\sqrt{3} - 8\sin 2x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{11\pi}{4}; \frac{17\pi}{4}\right]$.

▪ **Ответы (примеры)** 4. Синус и косинус суммы и разности аргументов

№1 а) $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}, \frac{2\pi k}{3}$ б) $\frac{7\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}$	№2 а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, 2\pi k$ б) $-4\pi, -\frac{7\pi}{2}, -3\pi, -\frac{5\pi}{2}$	№3 а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ $, \pi k$; б) $-\frac{13\pi}{6}, -2\pi, -\pi$	№4 а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k,$ $\frac{\pi}{2} + \pi k$ б) $-\frac{5\pi}{3}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}$	№5 а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k,$ $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \pi k$ б) $-\frac{19\pi}{6}, -3\pi, -2\pi$
№6 а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + \pi k$ б) $\frac{13\pi}{3}, \frac{9\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}$	№7 а) $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + \pi k$ б) $\frac{13\pi}{4}, \frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}$	№8 а) $-\frac{\pi}{12} + \pi k, -\frac{5\pi}{12} + \pi k$ б) $-\frac{41\pi}{12}, -\frac{37\pi}{12}$	№9 а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ б) $-\frac{11\pi}{2}, -\frac{31\pi}{6}, -\frac{9\pi}{2}$	№10 а) $\frac{\pi}{4} + \pi k$ б) $-\frac{3\pi}{4}$
№11 а) $\frac{3\pi}{4} + \pi k$ б) $-\frac{5\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}$	№12 а) $\frac{\pi}{4} + \pi k$ б) $-\frac{23\pi}{4}$	№13 а) $\frac{\pi}{6} + \pi k, \frac{\pi}{3} + \pi n$ б) $\frac{19\pi}{6}, \frac{10\pi}{3}, \frac{25\pi}{6}$		

Тест

4. Синус и косинус суммы и разности аргументов

№1. а) Решите уравнение $\sin \frac{5x}{2} \sin \frac{3x}{2} + \cos \frac{5x}{2} \cos \frac{3x}{2} = 2 \cos^2 x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$.

№2. а) Решите уравнение $2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2} \right]$.

№3. а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + 2 \sin^2 x = \sin x + 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2} \right]$.

№4. а) Решите уравнение $2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$.

№5. а) Решите уравнение $2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) - \cos x = \sqrt{3} \sin 2x - 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$.

№6. а) Решите уравнение $\cos x + \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 = \sin 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi \right]$.

№7. а) Решите уравнение $\sqrt{6} \sin x + 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin 2x - \sqrt{3}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right]$.

№8. а) Решите уравнение $\sqrt{2} \sin 2x + 4 \cos^2 \left(\frac{3\pi}{8} + x \right) = 2 + \sqrt{2}$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$.

№9. а) Решите уравнение $\sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) = \cos x + \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi - \frac{7\pi}{2}; \right]$.

№10. а) Решите уравнение $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

№11. а) Решите уравнение $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

№12. а) Решите уравнение $2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\sin x = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\cos x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-5\pi; -4\pi]$.

№13. а) Решите уравнение $8\cos x \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{48}\sin^2 x = \sqrt{3} - 8\sin 2x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{15\pi}{4}; \frac{21\pi}{4}\right]$.

▪ **Ответы (тест)**

Синус и косинус суммы и разности аргументов

№1	№2	№3	№4	№5
а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ б) $\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{5\pi}{2}$	а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k$, $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \pi k$ б) $-2\pi, -\pi, -\frac{7\pi}{6}$	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ б) $\frac{7\pi}{3}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}$	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, πk б) $-3\pi, -2\pi, -\frac{11\pi}{6}$	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $\frac{\pi}{2} + \pi k$ б) $\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{11\pi}{3}$
№6	№7	№8	№9	№10
а) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + \pi k$ б) $-\frac{11\pi}{2}, -\frac{10\pi}{3}, -\frac{8\pi}{3}, -\frac{9\pi}{2}$	а) $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$, $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, \pi k$ б) $-3\pi, -\frac{11\pi}{4}, -\frac{9\pi}{4}, -2\pi$	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$ б) $\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ б) $-\frac{9\pi}{2}, -\frac{11\pi}{3}, -\frac{7\pi}{2}$	а) $-\frac{\pi}{4} + \pi k$ б) $-\frac{5\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}$
№11	№12	№13		
а) $\frac{\pi}{4} + \pi k$ б) $-\frac{3\pi}{4}$	а) $\frac{\pi}{4} + \pi k$ б) $-\frac{19\pi}{4}$	а) $\frac{\pi}{6} + \pi k, \frac{\pi}{3} + \pi n$ б) $\frac{25\pi}{6}, \frac{13\pi}{3}, \frac{31\pi}{6}$		

5. Подготовка к ЕГЭ-2024. Задание №13

▪ Примеры

№1. а) Решите уравнение $\frac{3}{\sin^2 5x} - \frac{1}{\sin 5x} = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

№2. а) Решите уравнение $(1 - \sin x) \operatorname{tg} x = \sin 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

№3. а) Решите уравнение $\sin x (3 \operatorname{ctg} x - \sin x) = 3 \cos^2 x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3; 3]$.

№4. а) Решите уравнение $24 \operatorname{tg}^2 x - 9 \sin^2 x = 2$.

б) Укажите сумму корней этого уравнения, принадлежащие интервалу $\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right)$.

№5. а) Решите уравнение $(3 \sin x - 2 \cos x)(1 - \sin x) = \cos^2 x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{4}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Вариант 1

№1. а) Решите уравнение $\frac{4}{\cos^2 3x} + \frac{1}{\cos 3x} = 3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие интервалу $\left(-\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

№2. а) Решите уравнение $(1 + \sin x) \operatorname{tg} x = \sin 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

№3. а) Решите уравнение $\cos x (3 \operatorname{tg} x - \cos x) = 3 \sin^2 x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2; 8]$.

№4. а) Решите уравнение $8 \operatorname{ctg}^2 x + 54 \cos^2 x = 7$.

б) Укажите сумму корней этого уравнения, принадлежащие интервалу $\left(-\frac{8\pi}{3}; -\pi\right)$.

Вариант 2

№1. а) Решите уравнение $\frac{3}{\cos^2 2x} + \frac{5}{\cos 2x} = 2$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

№2. а) Решите уравнение $2(1 - \sin x) \operatorname{tg} x = (2 + \sqrt{2}) \sin 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

№3. а) Решите уравнение $\cos x (\operatorname{tg} x + \cos x) = \sin^2 x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 4]$.

№4. а) Решите уравнение $12 \operatorname{ctg}^2 x - 10 \cos^2 x = 7$.

б) Укажите сумму корней этого уравнения, принадлежащие интервалу $\left(-\frac{9\pi}{4}; 0\right)$.

	№1	№2	№3	№4
Вар.1	а) $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}$; б) $\pm \frac{\pi}{3}$	а) $\pi k, \frac{\pi}{6} + 2\pi n,$ $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ $2\pi, \frac{13\pi}{6},$ б) $\frac{17\pi}{6}, 3\pi$	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k,$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ б) $\frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}.$	а) $\pm \arccos \frac{1}{3} + \pi k$ б) -8π
Вар.2	а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k$; б) $-\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}.$	а) $\pi k, -\frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$ $-3\pi, -\frac{11\pi}{4},$ б) $-\frac{9\pi}{4}, -2\pi$	а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k,$; $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ б) $-\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}.$	а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2},$ б) $-4\pi.$

✓ Основные тригонометрические формулы

1. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
2. $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
3. $\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
4. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$
5. $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$
6. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$
7. $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$
8. $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$
9. $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$
10. $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$
11. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
12. $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$
13. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$
14. $1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$
15. $1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$
16. $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$
17. $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$
18. $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$
19. $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
20. $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$
21. $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$
22. $\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$
23. $\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$
24. $\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$
25. $\left| \cos \frac{\alpha}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$
26. $\left| \sin \frac{\alpha}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$
27. $\left| \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$
28. $\sin 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$
29. $\cos 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$
30. $a \cdot \cos x + b \cdot \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi), \sin \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \cos \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$