

Конспект урока для учащихся.
Тема: «**Тригонометрия – это просто и понятно**».

«Великая книга природы может быть прочтена только теми, кто знает язык, на котором она написана, и этот язык - математика» (Г. Галилей).

Тригонометрия острого угла.

Тригонометрия – слово греческое и в переводе означает «измерение треугольников». Возникновение тригонометрии связано с измерениями на земле, строительным делом, астрономией. А первое знакомство с ней произошло тогда, когда вы взяли в руки транспортир.

Вспомним о мере измерения углов: $1^\circ = \frac{1}{360}$ часть окружности («градус» - латынь grad – шаг).

Знаете ли вы, почему окружность разделили на 360 частей, почему не разбили на 10, 100 или 1000 частей, как это происходит, например, при измерении длин?

Вот одна из версий. Раньше люди считали, что Земля – это центр Вселенной и она неподвижна, что Солнце совершает за сутки один оборот вокруг Земли (геоцентрическая система мира, «гео» - Земля). Вавилонские жрецы, проводившие астрономические наблюдения, обнаружили, что в день равноденствия Солнце от восхода до заката описывает на небесном своде полуокружность, в которой видимый поперечник (диаметр) Солнца укладывается ровно 180 раз.

Долгое время тригонометрия носила чисто геометрический характер. Вы продолжаете знакомство с тригонометрией, решая прямоугольные треугольники. Узнаёте, что синус острого угла прямоугольного треугольника – это есть отношение противолежащего катета к гипотенузе, косинус – отношение прилежащего катета к гипотенузе, тангенс – отношение противолежащего катета к прилежащему катету и котангенс – отношение прилежащего катета к противолежащему. И запоминаете, что в прямоугольном треугольнике, имеющем данный угол, отношения сторон не зависят от размеров треугольника. Знакомьтесь с теоремами синусов и косинусов для решения произвольных треугольников.

Существуют лазерные дальномеры, позволяющие измерить расстояние до предмета, на который попадает луч лазера. Китайский дизайнер Хуань Цяокун догадался соединить в одно устройство два лазерных дальномера, транспортир и получил инструмент, позволяющий определять расстояние между двумя точками на плоскости.

Сферическая тригонометрия.

Помимо плоской геометрии Евклида (планиметрии) могут существовать и другие геометрии, в которых рассматриваются свойства фигур не на плоскости, а на других поверхностях, например на поверхности шара. Первый математик, заложивший фундамент для развития неевклидовых геометрий был Н.И. Лобачевский – «Коперник геометрии».

Сферическая тригонометрия, являющаяся частью сферической геометрии, рассматривает соотношения между сторонами и углами треугольников на сфере, образованных дугами больших кругов на сфере. Исторически сферическая тригонометрия и геометрия возникли из потребностей астрономии, геодезии, навигации, картографии. Современное применение навигации – это система спутниковой навигации, которая позволяет определить местоположение и скорость объекта по сигналу его приемника.

Глобальная Навигационная Система (GPS). Для определения широты и долготы приемника необходимо, как минимум, принимать сигналы от трех спутников. Прием сигнала от четвертого спутника позволяет определить высоту объекта над поверхностью. Компьютер приемника решает четыре уравнения с четырьмя неизвестными до тех пор, пока не найдется решение, которое проводит все окружности через одну точку.

Тригонометрия обобщенного угла.

Для решения более сложных практических задач оказались недостаточны знания тригонометрии острого угла. При изучении вращательных и круговых движений встает необходимость обобщить определение угла и круговой дуги так, чтобы их величины не были ограничены и переходят к тригонометрии обобщенного аргумента.

В качестве модели, с помощью которой математики работают с углами, была выбрана окружность. Положительные углы откладываются против часовой стрелки, отрицательные – по часовой стрелке. Как известно, механические и солнечные часы устроены так, что их стрелки вращаются «по солнцу», т.е. в том же направлении, в каком мы видим кажущееся нам движение Солнца вокруг Земли. Но с открытием Коперником истинного (положительного) движения Земли вокруг Солнца, видимое нами (т.е. кажущееся) движение Солнца вокруг Земли является фиктивным (отрицательным). Гелиоцентрическая система мира, «гелио» - солнце.

Наиболее удобной мерой измерения дуг и углов, связанных с вращательными движениями, оказалась мера радианная (радиусная). Более крупная единица измерения углов и дуг. Эта мера измерения углов вошла в науку через замечательные труды Леонарда Эйлера. Швейцарец по происхождению, он 30 лет прожил в России, был членом Петербургской Академии наук. Именно ему мы обязаны «аналитической» трактовкой всей тригонометрии, он вывел формулы, которые вы сейчас изучаете, ввел единообразные знаки: $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$.

Если до 17-го века развитие учения о тригонометрических функциях строилось на геометрической основе, то, начиная с 17-го века, тригонометрические функции начали применять к решению задач механики, оптики, электричества, для описания колебательных процессов, распространения волн. Везде, где приходится иметь дело с периодическими процессами и колебаниями, нашли применение тригонометрические функции. Функции, выражающие законы периодических процессов, обладают особым только им присущим свойством: они повторяют свои значения через один и тот же промежуток изменения аргумента. Изменения всякой функции наиболее наглядно передаются на её графике.

Сердце – самостоятельный орган. Головной мозг управляет любой нашей мышцей, кроме сердечной. У нее есть собственный центр управления – синусный узел. При каждом сокращении сердца по всему организму – начиная от синусного узла (размером с просыное зерно)– распространяется электрический ток. Его можно зарегистрировать с помощью электрокардиографа. Он вычерчивает электрокардиограмму (синусоиду).

Математика – это музыка, это союз ума и красоты. Музыка – это математика по вычислениям, алгебра по абстрагированию, тригонометрия по красоте. Гармоническое колебание (гармоника) - это синусоидальное колебание. График показывает, как изменяется воздушное давление на барабанную перепонку слушателя: вверх и вниз по дуге, периодически. Воздух давит то сильнее, то слабее. Сила воздействия совсем невелика и колебания происходят очень быстро: сотни и тысячи толчков каждую секунду. Такие периодические колебания мы воспринимаем как звук. Сложение двух различных гармоник дает колебание более сложной формы. Сумма трех гармоник - еще сложнее, а естественные, природные звуки и звуки музыкальных инструментов складываются из большого количества гармоник. Каждая гармоника характеризуется тремя параметрами: амплитудой, частотой и фазой. Частота колебаний показывает, сколько толчков давления воздуха происходит за одну секунду. Большие частоты воспринимаются как "высокие", "тонкие" звуки. Выше 10 КГц - писк, свист. Маленькие частоты воспринимаются как "низкие", "басовые" звуки, рокот. Амплитуда - это размах колебаний. Чем размах больше, тем сильнее воздействие на барабанную перепонку, и тем громче звук, который мы слышим. Фаза - это смещение колебаний во времени. Фаза может измеряться в градусах или радианах. В зависимости от фазы смещается нулевой отсчет на графике. Для задания гармоник достаточно указать фазу от -180 до +180 градусов, поскольку при больших значениях колебание повторяется. Два синусоидальных сигнала с одинаковыми амплитудой и частотой, но разными фазами складываются алгебраически

Задачи для учащихся

1. Угол наклона всех эскалаторов московского метро равен 30 градусам. Зная это, количество ламп на эскалаторе и примерное расстояние между лампами, можно вычислить примерную глубину заложения станции. На эскалаторе станции «Цветной бульвар» 15 ламп, а на станции «Пражская» 2 лампы. Рассчитайте, какова глубина заложения этих станций, если расстояния между лампами, от входа эскалатора до первой лампы и от последней лампы до выхода с эскалатора равны 6 м.
2. *Самая глубокая станция московского метро - «Парк Победы». Какова глубина её заложения?
3. Если фигурист совершает поворот на угол 10 800 градусов при выполнении упражнения «винт» за 12 секунд, то он получает оценку «отлично». Определите, какое количество оборотов совершит фигурист за это время и скорость его вращения (обороты в секунду).
4. *На какой угол поворачивается фигурист, получивший оценку «неудовлетворительно», если при таком же времени вращения его скорость была 2 оборота в секунду.