

Дробно-рациональные уравнения

■ Примеры

Решите уравнения:

№1. Найдите корень уравнения $\frac{x-46}{x+2} = -2$.

№2. Найдите корень уравнения $x = \frac{-7x-8}{x-16}$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

№3. Найдите корень уравнения $\frac{9}{x^2-16} = 1$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

№4. Найдите корень уравнения $\frac{7x}{2x^2-15} = 1$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

№5. Найдите корень уравнения $\frac{x-8}{7x-2} = \frac{x-8}{6x-7}$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

№6. Найдите корень уравнения $\frac{1}{9x-7} = \frac{1}{2}$.

№7. Найдите корень уравнения $\frac{1}{7x-5} = 4$.

№8. Найдите корень уравнения $\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-11}$.

№1.

$$\frac{x-46}{x+2} = -2$$

ОДЗ: $x \neq -2$

$$x - 46 = -2(x + 2)$$

$$x - 46 = -2x - 4$$

$$3x = 42$$

$$x = 14 \in \text{ОДЗ}$$

Ответ: 14.

№2.

$$x = \frac{-7x-8}{x-16}$$

ОДЗ: $x \neq 16$

$$x(x-16) = -7x-8$$

$$x^2 - 16x + 7x + 8 = 0$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 9 = 1 + 8$$

$$x_1 \cdot x_2 = 8 = 1 \cdot 8$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 8$$

Оба корня удовлетворяют ОДЗ.

$x = 1$ меньший корень

Ответ: 1.

№3.

$$\frac{9}{x^2-16} = 1.$$

$$\frac{9}{x^2-16} = 1 \quad | \cdot (x^2-16)$$

$$9 = x^2 - 16$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$(x-5)(x+5) = 0$$

$$x = 5 \text{ или } x = -5$$

Проверка:

$$x = 5, \quad \frac{9}{5^2-16} = 1, \quad \frac{9}{9} = 1 \text{ верно}$$

$$x = -5, \quad \frac{9}{(-5)^2-16} = 1, \quad \frac{9}{9} = 1 \text{ верно}$$

Меньший корень: -5

Ответ: -5.

№4.

$$\frac{7x}{2x^2-15} = 1$$

$$\frac{7x}{2x^2-15} = 1 \quad | \cdot (2x^2-15)$$

$$7x = 2x^2 - 15$$

$$2x^2 - 7x - 15 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 120}}{4} = \begin{cases} 5 \\ -1,5 \end{cases}$$

Проверка:

$$x = 5; \quad 2x^2 - 15 = 2 \cdot 5^2 - 15 \neq 0$$

$$x = -1,5; \quad 2x^2 - 15 = 2 \cdot (-1,5)^2 - 15 \neq 0$$

Большой корень: 5

Ответ: 5.

№5.

$$\frac{x-8}{7x-2} = \frac{x-8}{6x-7}$$

$$\frac{x-8}{7x-2} = \frac{x-8}{6x-7} \quad | \cdot (7x-2)(6x-7)$$

$$\text{ОДЗ: } x \neq \frac{2}{7}, \quad x \neq \frac{7}{6}$$

$$(x-8)(6x-7) = (x-8)(7x-2)$$

$$(x-8)(6x-7) - (x-8)(7x-2) = 0$$

$$(x-8)(6x-7-(7x-2)) = 0$$

$$x-8=0 \quad \text{или} \quad 6x-7-7x+2=0$$

$$x=8 \quad -x-5=0$$

$$x=-5$$

Оба корня удовлетворяют ОДЗ.

Больший корень: 8

Ответ: 8.

№6.

$$\frac{1}{9x-7} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ОДЗ: } 9x-7 \neq 0$$

$$x \neq \frac{7}{9}$$

$$9x-7=2$$

$$9x=9$$

$$x=1$$

Ответ: 1.

№7.

$$\frac{1}{7x-5} = 4.$$

$$\text{ОДЗ: } x \neq \frac{5}{7}$$

$$\frac{1}{7x-5} = \frac{4}{1}$$

$$4(7x-5)=1$$

$$28x-20=1$$

$$28x=21$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$x = 0,75$$

Ответ: 0,75.

№8.

$$\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-11}$$

$$\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-11}$$

$$3x-4=4x-11$$

$$11-4=4x-3x$$

$$x=7$$

Проверка:

$$\frac{1}{3 \cdot 7 - 4} = \frac{1}{4 \cdot 7 - 11}$$

$$\frac{1}{17} = \frac{1}{17}, \quad \text{верно}$$

Ответ: 7.

Вариант 1

Решите уравнения:

№1. $\frac{x-105}{x+3} = -5$

№2. $x = \frac{-4x-18}{x-13}$

№3. $\frac{5}{x^2-20} = 1$

№4. $\frac{14x}{x^2+13} = 1$

№5. $\frac{x+8}{6x-5} = \frac{x+8}{4x-11}$

№6. $\frac{1}{10x+7} = \frac{1}{12}$

№7. $\frac{1}{10x-4} = 10$

№8. $\frac{1}{7x+13} = \frac{1}{4x-5}$

Вариант 2

Решите уравнения:

№1. $\frac{x+71}{x+1} = -4$

№2. $x = \frac{-3x+48}{x-1}$

№3. $\frac{8}{x^2+4} = 1$

№4. $\frac{6x}{x^2-16} = 1$

№5. $\frac{x-5}{6x+5} = \frac{x-5}{5x-8}$

№6. $\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{11}$

№7. $\frac{1}{10x-4} = 10$

№8. $\frac{1}{4x-3} = \frac{1}{9x-11}$

▪ **Ответы (тест)** Дробно-рациональные уравнения

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
Вар.1	15	3 и 6	± 5	1 и 13	-8 и -3	0,5	0,41	-6
Вар.2	-15	-8 и 6	± 2	-2 и 8	-13 и 5	5	-1,45	1,6